

# Çok Kriterli Karar Verme Problemleri için Toplulaştırma Teknikleri

Dr. Erhan Orakçı

# Çok Kriterli Karar Verme Problemleri için Toplulaştırma Teknikleri

Dr. Erhan Orakçı



Published by

**Özgür Yayın-Dağıtım Co. Ltd.**

Certificate Number: 45503

📍 15 Temmuz Mah. 148136. Sk. No: 9 Şehitkamil/Gaziantep

☎ +90.850 260 09 97

📞 +90.532 289 82 15

🌐 www.ozgurayinlari.com

✉ info@ozgurayinlari.com

---

## Çok Kriterli Karar Verme Problemleri için Topluşturma Teknikleri

Dr. Erhan Orakçı

---

Language: Turkish

Publication Date: 2024

Cover design by Mehmet Çakır

Cover design and image licensed under CC BY-NC 4.0

Print and digital versions typeset by Çizgi Medya Co. Ltd.

**ISBN (PDF):** 978-625-95537-8-8

**DOI:** <https://doi.org/10.58830/ozgur.pub623>



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0). To view a copy of this license, visit <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>  
This license allows for copying any part of the work for personal use, not commercial use, providing author attribution is clearly stated.

---

Suggested citation:

Orakçı, E. (2024). *Çok Kriterli Karar Verme Problemleri için Topluşturma Teknikleri*. Özgür Publications.

DOI: <https://doi.org/10.58830/ozgur.pub623>. License: CC-BY-NC 4.0

---

*The full text of this book has been peer-reviewed to ensure high academic standards. For full review policies, see <https://www.ozgurayinlari.com/>*

---



# Önsöz

Danışmanlığını üstlendiğim Erhan Orakçı, “Çok Kriterli Karar Verme Problemleri için Toplulaştırma Tekniği Önerisi” tez çalışmasında çok kriterli karar verme (ÇKKV) problemlerinde toplulaştırma işlemine ilişkin farklı bir yaklaşım önererek bilimsel katkı sunmuştur. Doktora tezinde toplulaştırma tekniklerindeki güncel durum ortaya konarak literatürde konuya ilişkin geliştirilebilecek alanlar tartışılmış, yapılan tespitler ışığında Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği (RAT) tanıtılmıştır.

ÇKKV’ye konu olan sıralama problemlerinin çözümünde pek çok araştırmacının farklı gerekçelerle problem çözümünde birden fazla tekniği kullanmayı tercih ettiği izlenen bu yolun son aşamasında sıklıkla elde edilen çözümlerin tek bir çözüme dönüştürüldüğü görülür. Tezde ortaya konan RAT, çok kriterli karar verme teknikleri ile elde edilen sıralama sonuçlarını toplulaştırarak, bu farklı sonuçları tek bir nihai sıralamaya dönüştürmektedir. Teknik özellikle, tam sıralama problemini büyük oranda ortadan kaldırmakta ve kullanım kolaylığı sağlamaktadır. Ayrıca karar vericiler için daha esnek ve uygulanabilir bir yöntem sunmaktadır. Bu çerçeveden bakıldığında ortaya konan tekniğin toplulaştırma ihtiyacı duyulan çalışmaların çözümünde farklı bir seçenek sunacağına inancım tamdır.

Ayrıca, tezde farklı ve zaman zaman binlerle ifade edilen denemelerin sonuçlarının alınması için bir program geliştirilmiştir. Bu program tekniğin uygulanmasını kolaylaştırmak amacıyla bir yazılıma dönüştürülmüştür. Geliştirilen bu yazılım, kullanıcı dostu bir arayüzle ÇKKV teknik sonuçlarının toplulaştırılmasını pratik hale getirmektedir. Yazılım sayesinde, araştırmacılar ve uygulayıcılar birden fazla sıralamayı kolayca tek bir nihai sıralamaya dönüştürebilme imkanına sahip olacaklardır.

Erhan’ın bu tez yazım sürecinde gösterdiği azim ve kararlılık tez yazım sürecinde ortaya konan somut çıktılar olarak sonuçlanmıştır. Tez çalışmasında katkı sağlayan jüri üyelerine ise ben kendim ve Erhan adına teşekkürlerimi sunarım. Kendisini bu başarılı çalışması ile literatüre kazandırdıklarından dolayı tebrik eder, akademik hayatında ve kariyerinde başarılarının devamını dilerim.

Prof. Dr. Ali ÖZDEMİR

*Berken ve Aren'e...*

# İçindekiler

|                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Simgeler ve Kısaltmalar Dizini                                                                            | v  |
| Giriş                                                                                                     | 1  |
| 1. Çok Kriterli Karar Verme                                                                               | 3  |
| Karar Verme                                                                                               | 3  |
| Karar Verme Problemlerinin Yapısı                                                                         | 4  |
| Çok Kriterli Karar Verme Yapısı                                                                           | 5  |
| Çok Kriterli Karar Verme Teknik Sınıflandırmaları                                                         | 6  |
| Çok Kriterli Karar Verme Teknikleri                                                                       | 8  |
| Bütünleşik Çok Kriterli Karar Verme                                                                       | 10 |
| ÇKKV Problemlerinde Toplulaştırma                                                                         | 14 |
| Toplulaştırma Teknikleri ve ÇKKV Problemlerine Uygulanması                                                | 16 |
| ÇKKV Problemlerinde Toplulaştırma Sonuçlarının Karşılaştırılması                                          | 32 |
| 2. Çok Kriterli Karar Verme Problemleri İçin Referans Alternatif Temelli<br>Toplulaştırma Tekniği Önerisi | 39 |
| Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği                                                         | 41 |
| RAT tekniğinin Sosyal Tercihlerin Toplulaştırılmasında Kullanımı                                          | 42 |
| RAT Tekniğinin Geometrik Yorumu                                                                           | 43 |
| RAT Tekniği için Oluşturulan Program ve Program Kodları                                                   | 51 |
| 3. Toplulaştırma Tekniklerinin Karşılaştırmalı Analizi                                                    | 55 |
| Üç Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler                                               | 57 |
| Dört Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler                                             | 59 |
| Beş Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler                                              | 61 |
| Altı Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler                                             | 63 |
| Yedi Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler                                             | 65 |

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| Sekiz Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler | 67 |
| RAT'ın Önceki Çalışmalara Uygulanması                          | 71 |
| Sonuç ve Öneriler                                              | 75 |
| Kaynakça                                                       | 79 |

## Simgeler ve Kısaltmalar Dizini

|                |                                                          |
|----------------|----------------------------------------------------------|
| $\tau$         | : Theta                                                  |
| $\rho$         | : Rho                                                    |
| $\lambda$      | : Lambda                                                 |
| #              | : Hashtag                                                |
| <b>AHP</b>     | : Analitik Hiyerarşi Prosesi                             |
| <b>ARAS</b>    | : Additive Ratio ASsesment                               |
| <b>BMT</b>     | : Bulanık Mantık Teorisi                                 |
| <b>CODAS</b>   | : COmbinative DIstance-based ASsesment                   |
| <b>COPRAS</b>  | : COmplex PROportional ASsessment                        |
| <b>ÇAKV</b>    | : Çok Amaçlı Karar Verme                                 |
| <b>ÇKKV</b>    | : Çok Kriterli Karar Verme                               |
| <b>ÇNKV</b>    | : Çok Nitelikli Karar Verme                              |
| <b>DANP</b>    | : DEMATEL-based ANP                                      |
| <b>DEMATEL</b> | : The Decision Making Trial And Evaluation Laboratory    |
| <b>DRSA</b>    | : Dominance-based rough set approach                     |
| <b>EDAS</b>    | : The Evaluation Based on Distance from Average Solution |
| <b>ELECTRE</b> | : ELimination Et Choice Translating REality              |
| <b>EVAMIX</b>  | : EVAluation of MIXed Data                               |
| <b>FMEA</b>    | : Failure Mode and Effects Analysis                      |



|                  |                                                                                   |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| <b>GİA</b>       | : Gri İlişkisel Analiz                                                            |
| <b>GST</b>       | : Gri Sistem Teorisi                                                              |
| <b>HQ</b>        | : Half Quadratic                                                                  |
| <b>KV</b>        | : Karar Verici                                                                    |
| <b>LINMAP</b>    | : The Linear Programming Technique for<br>Multidimensional Analysis of Preference |
| <b>MABAC</b>     | : MultiAttributive Border Approximation Area<br>Comparison                        |
| <b>MAIRCA</b>    | : MultiAttributive Ideal Real Comparative Analysis                                |
| <b>MAUT</b>      | : Multi Attribute Utility Theory                                                  |
| <b>MC</b>        | : Monte Carlo                                                                     |
| <b>MOORA</b>     | : Multi-Objective Optimization on the basis of Ratio<br>Analysis                  |
| <b>ORESTE</b>    | : Organisation Rangement Et Synthese de donnees<br>relaTionnElles                 |
| <b>PAM</b>       | : Polygons Area Method                                                            |
| <b>PROMETHEE</b> | : Preference Ranking Organization Method for<br>Enrichment Evaluations            |
| <b>RAT</b>       | : Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği                               |
| <b>SAW</b>       | : Simple Additive Weighting                                                       |
| <b>SWARA</b>     | : Step-Wise Weighted Assesment Ratio Analysis                                     |
| <b>TOPSIS</b>    | : Technique for Order Preference by Similarity to Ideal<br>Solution               |
| <b>VIKOR</b>     | : VIse KriterijumsaOptimiz acija I Kompromisno<br>Resenje                         |
| <b>WAM</b>       | : Weighted Arithmetic Mean                                                        |
| <b>WASPAS</b>    | : Weighted Aggregated Sum Product ASsesment                                       |
| <b>WPM</b>       | : Weighted Product Model                                                          |
| <b>WSM</b>       | : Weighted Sum Method                                                             |

## Giriş

**Çok kriterli karar verme** teknikleri, günlük hayatta karşılaşılan basit karar problemlerinin yanı sıra karmaşık yapıli karar problemlerinin **çözümü için de kullanılan çok geniş kullanım alanına sahiptir**. Çok kriterli karar verme tekniklerinin kullanım alanının genişlemesine bağlı olarak farklı veri yapıları ile karşılaşılmamasına ve ele alınan problemin çözüm amacına (seçme, sıralama ve sınıflandırma) uygun birçok teknik geliştirilmiştir. Her **çok kriterli karar verme** tekniği sınırlı sayıda farklı problemin çözümü için uygundur. Bu nedenle bütün problemlerin çözümünü sağlayan, her probleme uygulanabilir bir teknikten söz edilemez. Aynı zamanda bir problemin çözümünde birden fazla çok kriterli karar verme tekniği de kullanılabilir; fakat hangi **çok kriterli karar verme** tekniğinin etkin çözüm verdiği belirsizdir.

Kullanılan **çok kriterli karar verme** teknik sonuçlarının aynı çıkması durumunda karar vericinin tatmin olduğu ve belirsizliğin ortadan kalktığı söylenebilir. Aksi durumda problem çözümüne ilişkin belirsizlik devam eder. Bu belirsizliği azaltmak amacıyla bütünleşik çok kriterli karar verme kavramının bir bileşenini oluşturan, **çok kriterli karar verme teknikleri ile elde edilen çözümlerden tek bir çözüm elde etmeyi sağlayan, toplulaştırma tekniklerinden yararlanılabilir**.

Çok kriterli karar verme teknikleri, kriter ağırlıklandırma teknikleri, bulanık küme teorisi, gri sistem teorisi ve toplulaştırma teknikleri bütünleşik **çok kriterli karar verme** kavramının bileşenleridir. Bu bileşenlerden birbiriyle ilişkili en az iki tanesinin birlikte kullanılması durumunda bütünleşik **çok kriterli karar verme** kavramından bahsedilebilir. **Bütünleşik** çok kriterli karar verme uygulamalarında, kriterlerin önem derecelerini belirlemek için genellikle AHP, DEMATEL, CRITIC ve Entropy teknikleri; elde edilen sonuçların toplulaştırılmasında ortalama, Borda ve Copeland teknikleri kullanılmaktadır.

**Çalışmanın konusu, çok kriterli karar verme problem sonuçlarının toplulaştırılmasına yönelik bir teknik önerisidir.** Bir sıralama problemi için kullanılan birden fazla çok kriterli karar verme **çözümünün toplulaştırılmasında en fazla kullanılan teknikler** ile alternatifler genellikle aynı sıraya atanabilmekte bu nedenle tam sıralama elde edilememektedir. Aynı sıraya atanma sorununu en aza indirmek ve buna bağlı olarak tam sıralama oluşturmak amacıyla Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği (RAT) olarak isimlendirilen toplulaştırma tekniği önerilmiştir.

Çalışmanın birinci bölümde; çok kriterli karar vermenin genel yapısı ve çok kriterli karar verme problemlerinin toplulaştırılmasına uygun toplulaştırma teknikleri anlatılmış, uygun olanları için bu tekniklerin kullanımı örneklendirilmiştir. İkinci bölümde; RAT ve adımları, RAT'ın kullanımı için geliştirilen yazılım ve paket programlar anlatılmıştır. Üçüncü bölümde; R programı kullanılarak, farklı alternatif ve sıralama sayı kombinasyonlarının her birinden 10.000 örnek olmak üzere toplam 830.000 örnek üretilmiş, üretilen örneklere RAT ve literatürde sıklıkla kullanılan Borda, Copeland, Dodgson ve Kemeny toplulaştırma teknikleri uygulanmıştır. Bu uygulamalar sonucunda elde edilen toplulaştırma sonuçlarının uyumlarının belirlenmesi amacıyla Kendall W uyum katsayısı (W) kullanılmıştır. Ayrıca toplulaştırma tekniklerinin kullanıldığı ve daha önce yayımlanan 21 gerçek yaşam problemi içeren çalışmalara RAT uygulanmış ve sonuçlar bu temelde analiz edilmiştir. Çalışmanın son bölümünde adı geçen toplulaştırma tekniklerinin karşılaştırmalarından elde edilen veriler yorumlanmış ve önerilere yer verilmiştir.

# 1. Çok Kriterli Karar Verme

## 1.1. Karar Verme

Bireyler yaşamları boyunca davranış biçimleri konusunda bir seçim yapma gereği içindedir. Bu davranış biçimleri birbiri ile bağlantılı ve birbirini etkileyen bir sürecin oluşmasını sağlar. Karar olgusu birden fazla davranış biçimi ile mümkün olur. Dolayısıyla karar olgusundan bahsedilebilmesi için en az iki davranış biçiminin yani iki seçeneğin olması gerekir.

Karar; var olan hareketsizlik ve kararsızlık durumunun ortadan kaldırılmasını sağlayan sistemler ve yargılardır. Karar verme ise; bu hareketsizlik ve kararsızlık durumunu sona erdiren hareket ve eylem durumuna geçişi ifade eder (Tosun, 1992, s. 309). Karar verme çeşitli alternatifler arasından amaca en uygun olanının tercih edilmesidir. Karar verme, sonuçları ne olursa olsun bilinçli bir eylemdir (Chankong ve Haimes, 2008, s.15).

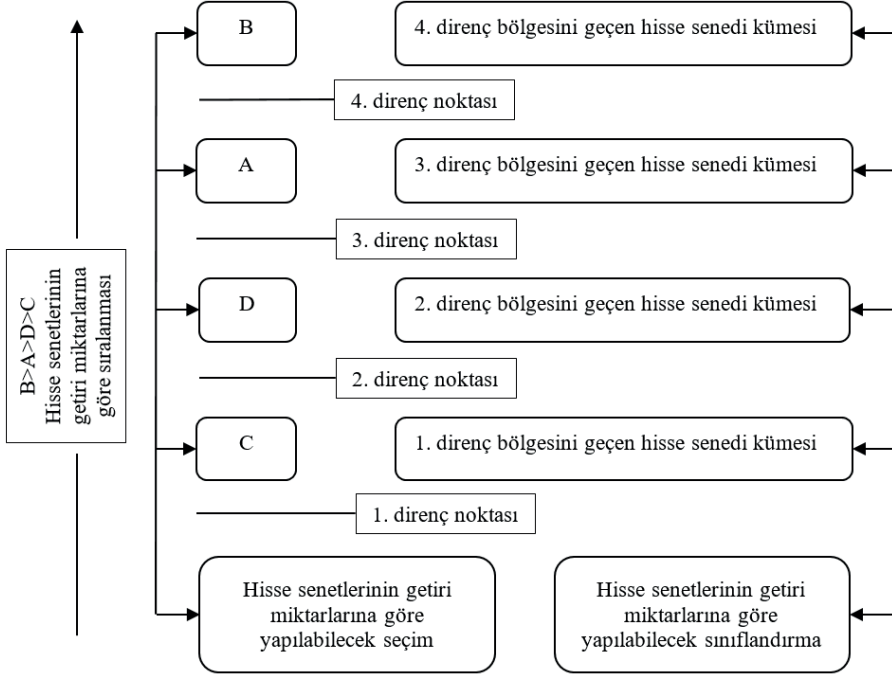
Karar verme; nesnel ve öznel yargıları bütünleştirerek, sezgisel düşünme ve analitik süreçlerin harmanlanması ve buna bağlı olarak akılcı ve etkili bir şekilde var olan durum veya alternatifler arasından seçim yapılmasıdır (Hammond, vd., 2015, s.4). Karar verme, belirli kriterler altında, belirli alternatif ve eylemler arasından bir tercih yapıldığı insan davranışlarının temel bilişsel süreçlerinden biridir (Wang ve Ruhe, 2007, s.74). Karar verme tanımları dikkate alındığında birden fazla alternatif ve en az bir amacın tanımlandığı durumlarda, bilinçli bir yaklaşım ve belirli bir sürecin sonucunda gerçekleşen eylem veya devinimdir.

## 1.2. Karar Verme Problemlerinin Yapısı

Hayatın her alanında ve toplumun her kesiminde insanlar karar vermek zorunda kalırlar. Bir şirket yöneticisi tedarikçilerden en iyisini seçmek ister. Kısıtlı bir bütçeye sahip bir ev hanımı, ev ihtiyaçlarını gereklilik durumuna göre sınıflandırır. Bir lise öğrencisi okumak istediği üniversiteleri istek derecesine göre sıralar. Bu problemler, farklı yapıdaki karar verme problemleridir. Roy (1981), karar verme problemlerini dört sınıfta toplamıştır: A kümesi alternatifler kümesi olmak üzere;

- **Seçim Problemi:** Seçim problemleri, bir A kümesi içindeki alternatiflerden kriter(ler) bağlamında yapılacak değerlendirme sonucunda amaca en uygun olanın seçilmesi gerekliliğinden ortaya çıkar. Seçim problemleri çözümü ile en iyi alternatif seçilir veya seçim durumu detaylandırılır.
- **Sınıflama Problemi:** Sınıflama problemlerinde, A kümesi içindeki alternatiflerin sahip oldukları özellik(ler) dikkate alınarak sınıflanması veya sınıflama kurallarının belirlenmesi amaçlanır. Bu problemlerde; bir alternatifin hangi sınıfa ait olduğunu belirlemek için kriter bağlamında belirlenen ‘eşik değer’ kullanılır.
- **Sıralama Problemi:** Sıralama problemlerinde, bir A kümesi içindeki alternatiflerin kriterler bağlamında en fazla tercih edilenden en az tercih edilene doğru sıralanması amaçlanır. Karar verme tekniklerinin büyük bir kısmı bu sınıf içerisinde yer alır.
- **Tanımlama Problemi:** Seçim, sınıflama ve sıralama problem yapılarının tamamını kapsar. Tanımlama problemlerinde, bir A kümesi üzerindeki alternatifleri ve bunlara ilişkin sonuçların sistematik bir şekilde tanımlanması amaçlanır.

Şekil 1.1’de karar verme problem yapıları bir yatırım şirketinin satın aldığı hisse senetleri üzerinden örneklendirilmiştir.



Şekil 1.1: ÇKKV problem yapıları örneklendirmesi

Şekil 1.1'de yer verilen örnekte bir yatırım şirketi, aynı sektörde hizmet veren şirketlere ait uzun vadeli olarak satın aldığı hisse senetleri için çeşit miktarda yatırım yapmıştır. Teknik analizler yapılarak hisse senetlerine ait direnç noktaları belirlenmiştir. Belirlenen süre sonunda yatırım yapılan hisse senetlerinden A, B, C ve D hisselerinin bulunduğu fiyat seviyelerine göre yerleri Şekil 1.1'de verilmiştir. Bu hisselerin getiri durumuna göre sıralanmaları sıralama problemlerine örnektir. Hisse senetlerinin direnç noktalarının her biri bir eşik değerdir. Bu eşik değer de hisselerin aşmış olduğu fiyatlar için belirlenen direnç noktalarına göre birbirlerinden ayrılabilir. O halde bu direnç noktalarına göre hisse senetlerinin değerlendirilmesi de bir sınıflandırma problemi örneğidir. Hisse senetlerine aynı miktarda yatırım yapıldığından, hisse senetlerinin getiri durumlarına göre en fazla getiri sağlayan hisselerin belirlenmesi bir seçim problemi örneğidir. Tanımlama problemi; seçim, sıralama ve sınıflama problemini kapsamaktadır.

### 1.3. Çok Kriterli Karar Verme Yapısı

Çok kriterli karar verme (ÇKKV), karar verme alanında, en bilinen yaklaşımlardan biridir (Triantaphyllou, 2000, s.1). ÇKKV, karar vermeye

yardımcı olmak amacıyla birden fazla kriterin birlikte değerlendirildiği bir süreçtir. Bu süreç, problemin yapılandırılmasını sağlar (Belton ve Stewart, 2002, s. 5).

ÇKKV problemleri genel olarak üç ana bileşenden oluşur. Bu ana bileşenler; karar verici (KV), alternatifler ve kriterlerdir. Karar verici, belirli bir problemin çözümünden sorumlu kişi(ler) veya kuruluşlardır. Alternatifler, karar vericinin eylem seçeneklerini ifade eder. Bu eylem seçenekleri sonlu ya da sonsuz olabilir. Sonlu ve sonsuz olmasına bağlı olarak ÇKKV yapıları farklı isimlerle nitelendirilir. Kriterler, probleme ilişkin hedef ve niteliklerdir. Kriter, karar verici tarafından belirlenir ve probleme konu bütün alternatiflerin değerlendirilmesi için kullanılır (Hwang ve Masud, 2012, s.12). ÇKKV problemlerinin çözümü genellikle çelişen birden fazla kriterin birlikte ele alınmasını gerektirir ve karar probleminin çözümünde karar vericinin bilgi ve deneyimleri kullanılarak akla uygun kararın vermesi amaçlanır.

Miller (1956), insanların bilgi işleme kapasitelerinin kısıtlı olduğunu ve buna bağlı olarak bilgileri birlikte analiz etmenin çok zor olduğunu belirtmiştir. Karar vericilerin bu tür bilgileri karar verme konusunda rahat ve kendinden emin hissetmelerini sağlayacak şekilde düzenlemelerine ve sentezlemelerine yardımcı olmak ve karar sonrası potansiyel pişmanlığı en aza indirmek için ÇKKV teknikleri kullanılır (Belton ve Stewart, 2002, s. 2). ÇKKV problemlerinin etkin çözümü için birçok ÇKKV tekniği geliştirilmiştir. Geliştirilen ÇKKV tekniklerini karşılaştırmak ve genel özelliklerini tanımlamak amacıyla farklı sınıflandırmalar yapılmıştır.

#### **14 Çok Kriterli Karar Verme Teknik Sınıflandırmaları**

ÇKKV problemlerinin çözümünde kullanılabilecek çok sayıda teknik geliştirilmiştir. Bu teknikler problemin veri yapısına ve karar vericinin kullanım amacına bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Çeşitliliğin çok olması avantaj olarak görülmeyle beraber aynı zamanda bir yetersizlik olarak nitelendirilir (Roy ve Bouyssou, 1993'ten aktaran Ishizaka ve Nemery, 2013, s. 6). Bu durum karar vericiler açısından; hangi problem türü için hangi tekniğin daha iyi sonuç ürettiğine yönelik belirsizliği artırmaktadır. Diğer taraftan ÇKKV tekniklerinin sayısı her geçen gün artmaktadır. Bunun en önemli nedenlerinden biri, bazı tekniklerin karar problemlerinin yapılarına göre değiştirilerek türevlerinin oluşturulmasıdır. Triantaphyllou (2000) "Verilen problem için en iyi ÇKKV tekniği hangisidir?" sorusunun en önemli ve aynı zamanda cevaplanması en zor soru olduğunu belirtmiştir. Aradan geçen yıllara rağmen bu soru güncelliğini ve önemini korumaktadır.

Bu soruya cevap bulmak amacıyla birçok araştırmacı tarafından ÇKKV teknik sınıflandırmaları yapılmıştır.

ÇKKV teknikleri en geniş haliyle; Çok Nitelikli Karar Verme (ÇNKV) ve Çok Amaçlı Karar Verme (ÇAKV) olmak üzere iki gruba ayrılır (Hwang ve Yoon, 1981, s.3). ÇAKV teknikleri, alternatifleri önceden belirlenmemiş problemlerin çözümünde kullanılır. Bu tekniklerin amacı; iyi tanımlanmış (sınırları belirli) kısıtlar altında, hedefler dikkate alınarak en iyi/optimum çözümü tasarlamaktır (Zavadskas, vd., 2014, s. 166). ÇAKV teknikleri sonsuz sayıda çözüm arasından en iyi olanı belirler. ÇNKV teknikleri ise, karar vericinin belirlediği kriterler dikkate alınarak alternatif sayıları bilinen problemlerin çözümünü sağlamaktadır. ÇNKV teknikleri en kaba haliyle çok nitelikli fayda teorisi (MAUT) ve üstünlük tabanlı teknikler olarak iki grupta toplanabilir (Tzeng ve Huang, 2011, s.3). ÇNKV ve ÇAKV arasındaki farklar Tablo 1.1'de gösterilmiştir (Malczewski, 1999, s.86).

*Tablo 1.1. ÇNKV ve ÇAKV arasındaki farklar*

|                                   | ÇNKV                | ÇAKV              |
|-----------------------------------|---------------------|-------------------|
| Kriterleri ... tanımlar.          | Nitelikler          | Amaçlar           |
| Nitelikler ... olarak tanımlanır. | Açık                | Kapalı            |
| Kısıtlar ... olarak tanımlanır.   | Kapalı              | Açık              |
| Alternatiflerin tanımı            | Açık                | Kapalı            |
| Alternatifler sayısı ...          | Sonlu               | Sonsuz            |
| Karar verici müdahalesi ...       | Sınırlı             | Çok               |
| Kullanım amacı ...                | Değerlendirme/Seçme | Tasarım/Araştırma |

*Kaynak: Malczewski, 1999, s.86.*

ÇKKV tekniklerinin yukarıda belirtilen en yaygın sınıflandırması dışında farklı sınıflandırmalar da yapılmıştır. Ching-Lai ve Abu, (1979, s.8), kriter veya alternatiflerden elde edilen bilgi ve bilginin çeşidi; bilginin varlığı veya yokluğuna göre bir sınıflandırma yapmıştır. Hwang ve Yoon, (1981, s.25) tarafından teknikler, telafi edici ve telafi edici olmayan ÇKKV teknikleri şeklinde sınıflandırılmıştır. Telafi edici tekniklerde fayda yönlü bir kriter ile maliyet yönlü bir kriter beraber değerlendirilmektedir. İstenmeyen kriterin katlanılan maliyeti, istenen kriterin sağladığı faydadan mahsup edilmesi ile sonuca ulaşılır. Telafi edici olmayan tekniklerde de fayda yönlü bir kriter ile maliyet yönlü kriter ayrı ayrı değerlendirilerek çözüme ulaşılır. Diğer bir deyişle; kullanılan teknikte kriterler arasında bir ödünleşme varsa telafi edici; yoksa telafi edici olmayan teknik olarak sınıflandırılır.



Bir ÇKKV problemi ile karşılaşıldığında, problemin çözümünde birden fazla tekniğin uygulanabilir olması nedeniyle, hangi tekniğin kullanılacağını belirlemek zordur. Problemin yapısına uygun teknik seçiminde, bu zorluğu aşmak için, sınıflandırmalarda kullanılan yaklaşımlardan yararlanılır. Tekniklerin kullanılması ile elde edilen çözüm değerleri optimum olmadığı için bir anlamda problemin yapısına göre “Hangi teknik kullanılırsa daha iyi sonuç alınır?” sorusu cevaplanmaya çalışılır (Wang, vd., 2009, s. 2276). Bununla birlikte yukarıda anlatılan sınıflandırmaların da kesin bir sınırı yoktur. ÇKKV tekniklerinin sınıflandırılmasında kesin sınırlar belirlenememiştir. Tekniklerin sınıflandırılmasında bir uzlaşa sağlanamaması, uygun teknik seçimini karmaşık hale getirmektedir.

### 1.5. Çok Kriterli Karar Verme Teknikleri

ÇKKV teknikleri problemlerin çözümünü bütün yönleriyle ele almak amacıyla önceden belirlenen kurallar çerçevesinde uzlaştırıcı çözüm bulmayı amaçlayan yardımcı araçlardır (Vahdani, vd., 2010, s.1231). ÇKKV teknikleri, kriterler ve gerek duyulması durumunda kriter ağırlıklarını da dikkate alarak alternatifler arasında bir tercih önerisi sunar (Bouyssou ve Marchant, 2007, s. 246).

ÇKKV teknikleri tanımlarına göre; bir karar probleminde, kriter sayısının birden fazla olması durumunda alternatiflerin seçilmesi, sıralanması, sınıflandırılması ve tanımlanması sürecidir. Bu sürecin bir sistematik içerisinde devamı ve çözümü için analitik adımlardan oluşan teknikler geliştirilmiştir. Bu tekniklere ÇKKV teknikleri denir.

ÇKKV teknikleri optimum sonuç veren teknikler arasında yer almaz. Bir problemin çözümünde farklı teknikler kullanıldığında farklı sonuçlara ulaşılabilir. Bu başlık altında en çok kullanılan ÇKKV tekniklerinden AHP (Analytic Hierarchy Process), TOPSIS ((Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), VIKOR (Vise Kriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje), ELECTRE (Elimination Et Choix Traduisant la Réalité) ve Gri İlişkisel Analiz'e kısaca değinilmiştir (Aruldoss, vd., 2013, s.32; Zavadskas, vd., 2016, s.863).

AHP, alternatiflerin ve kriterlerin ikili karşılaştırmalar ile değerlendirilmesini/ölçeklendirilmesini sağlayan bir tekniktir. Uzman görüşlerine dayanan ikili karşılaştırmalarla, alternatifler arasında öncelik vektörü oluşturan tekniktir (Saaty, 2008, s.83). Saaty tarafından 1970'li yıllarda geliştirilen AHP, 1-9 skalası kullanılarak öznel yargıların matematiksel olarak ifade edilmesini sağlar. Nitel ve nicel verilerin birlikte kullanılması ve

işlem basamaklarının kolay olması ÇKKV problemlerinde AHP tekniğinin çok sık tercih edilmesine neden olmuştur.

TOPSIS tekniğiyle ulaşılan çözüm, ideal çözüme (arzu edilen) en yakın olan; aynı zamanda negatif ideal (istenmeyen) çözüme en uzak olan çözümdür. İdeal çözüm faydayı maksimize eden nokta, negatif ideal çözüm ise maliyet durumu minimize eden nokta olarak ifade edilir. Bu yönüyle TOPSIS uzaklık ve referans tabanlı bir ÇKKV tekniğidir (Hwang ve Yoon, 1981, s. 128). TOPSIS tekniğinde, karar matrisinin normalizasyonu ve kriter ağırlık değerlerinin işleme alınmasından sonra, her bir kritere ait en büyük değerler ile ideal çözüm seti ve her bir kritere ait en küçük değerler ile negatif ideal çözüm seti bulunur. Bu noktada kriterin optimizasyon yönü en küçükleme ise söz konusu işlemin tam tersi uygulanır. Her bir karar matrisi elemanının, ideal çözüm ve negatif ideal çözüm setlerine göre sapmaları hesaplandıktan sonra, alternatiflerin ideal çözüme göreli yakınlık değerleri bulunur. Alternatiflerin sıralaması göreli yakınlık değerlerine göre gerçekleştirilir.

VIKOR tekniğinin Türkçe karşılığı; çok kriterli optimizasyon ve uzlaşık çözümdür. Bu teknikte, alternatiflerin kriterler bağlamında uzlaşık çözümü elde edilir. Bu uzlaşık çözüm ideal alternatife yakınlık değerleri ile bulunur (Opricovic ve Tzeng, 2007, s.515). VIKOR tekniği, ideal çözüme yakınlık prensibine dayandığı için büyük ölçüde TOPSIS tekniğine benzemektedir (Opricovic ve Tzeng, 2004, s. 447).

ELECTRE, seçim problemleri için ELECTRE I, IV, IS; sıralama problemleri için ELECTRE II, III, IV; sınıflama problemleri için ELECTRE TRI tekniklerinin kullanıldığı bir ÇKKV ailesidir. ELECTRE tekniğinde alternatifler veya durumlar ikili olarak karşılaştırılır (Figueira, vd., 2005, s. 8). “a” ve “b” gibi iki alternatif veya durumun karşılaştırılması durumunda temel olarak dört farklı durum oluşabilir;  $a > b$ ,  $b > a$ ,  $b = a$  ve  $a$  ile  $b$ 'nin karşılaştırılmaz olmasıdır (Roy, 1990, s.51).

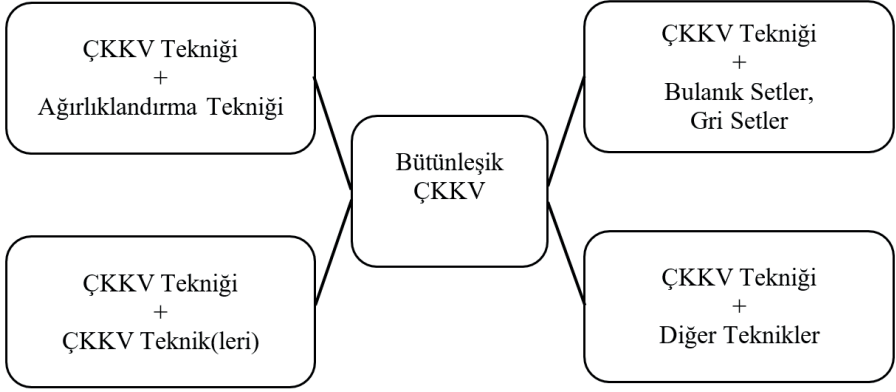
Gri İlişkisel Analiz (GİA), bulanık Mantık Teorisi'ne (BMT) benzer olan, Gri Sistem Teorisi (GST) temelli bir tekniktir. BMT'de kümeye dahil olma dereceleri üyelik değerleri ile belirlenir. GST'de de bilginin varlığı beyaz, bilginin yokluğu ise siyah olarak nitelendirilir. Eksik veya yetersiz bilgi ise, gri bölgede tanımlanır. GST'yi temel alan GİA, eksik ve yetersiz bilgi içeren problemlerin çözümünde kullanılan bir tekniktir (Wang, vd., 2001, s.129). GİA, karar matrisinin standartlaştırılması, referans değerlerinin belirlenmesi, mutlak değer matrisinin elde edilmesi ve bu matristen gri ilişki derecelerinin hesaplanması adımlarından oluşur. En büyük gri ilişki derecesine sahip alternatif, referans olarak kabul edilen noktalara en yakın ve problem

için en iyi alternatiftir. GİA tekniğinde, referans noktalarının karar matrisi elemanlarından oluşturulması durumunda, karşılaştırılan iki değer arasındaki ilişki global gri ilişki derecesi; önceden belirlenen referans değerlerine göre belirlenmesi durumunda ise, gri ilişki derecesi olarak isimlendirilir (Tsai, vd., 2003, s.48).

### 1.6. Bütünleşik Çok Kriterli Karar Verme

Çok kriterli karar verme teknikleri uygulanması kolay, anlaşılabilir matematiksel işlemlerden oluşan ve ele alınan probleme birden fazla tekniğin hızlı bir şekilde uygulanabildiği tekniklerdir. Buna rağmen, hangi karar problemi için hangi ÇKKV tekniği ile en etkin çözüme ulaşılabileceği belirsizlik taşımaktadır. ÇKKV teknik seçimi üzerine yapılan çalışmalarda ele alınan karar problemi için belirli bir tekniğin en iyi çözümü verdiği söylenemez. Bu noktada, son dönemlerde bütünleşik çok kriterli karar verme modelleri ön plana çıkmaya başlamıştır. ÇKKV problemlerinin çözümünde bütünleşik modellerde genel olarak iki modelleme yaklaşımı benimsenmektedir. Bu yaklaşımlardan birincisinde, karar probleminin çözümünün ilk aşamaları ve son aşamaları farklı tekniklerle ele alınmaktadır. Böylesi modellerin ilk aşamalarında kriterlerin ölçüm düzeylerinin değiştirilmesi, ağırlıklandırılması, kriterler arası ilişkilerin düzenlenmesi işlemleri gerçekleştirilirken, son aşamalarında alternatiflerin değerlendirilmesi ile sonuca ulaşmak amaçlanmaktadır.

AHP temelli TOPSIS veya DEMATEL-Gri İlişkisel bütünleşik modeli bu tür modele verilebilecek örnekler arasındadır (Wang, 2009; Wu, vd., 2009). İkinci modelleme yaklaşımında ise birbirinden farklı çok kriterli karar verme teknikleriyle aynı problemin çözümlenmesi ve çözümlerinin son adımda bir toplulaştırma tekniği ile bütünleştirilmesi gerçekleştirilmektedir. Bu yaklaşıma örnek olarak; MAUT (Multi Attribute Utility Theory), TOPSIS ve PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations) teknikleri ile elde edilen çözümlerin Borda toplulaştırma tekniğiyle bütünleştirilmesi verilebilir (Çakır ve Özdemir, 2016; Ömürbek vd., 2018; Işık ve Adalı, 2016). Bütünleşik ÇKKV model bileşenleri Şekil 1.2'de verilmiştir.



Şekil 1.2: Bütünleşik ÇKKV modeli

(Kaynak: Zavadskas vd., 2016, s.860).

Bütünleşik ÇKKV yaklaşımının kullanıldığı çalışmalar Tablo 1.2’de gösterilmiştir. Tablo 1.2’ye göre; kriterlerin ağırlıklandırılmasında genellikle AHP tekniği kullanılmış, elde edilen alternatiflerin toplulaştırılmasında ise çoğunlukla Borda ve Copeland tekniklerinden yararlanılmıştır.

Tablo 1.2. Bütünleşik ÇKKV çalışmaları

| Yıl  | Yazar(lar)             | Konu                                                                             | ÇKKV Teknikleri                                                 | Toplulaştırma Tekniği    |
|------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------|
| 2007 | Ustinovichius vd.      | İnşaat yatırım analizi değerlendirilmesi                                         | TOPSIS, SAW, COPRAS                                             | Ortalama, Borda Copeland |
| 2009 | Wang                   | Tayvan’daki gemi filosu şirketleri                                               | AHP*, TOPSIS*, GİA                                              | -                        |
| 2009 | Wu vd.                 | Banka performans analizi                                                         | AHP*, SAW, TOPSIS, VIKOR                                        | -                        |
| 2012 | Yalcin vd.             | Türk İmalat sektöründe performans değerlendirilmesi                              | AHP*, TOPSIS, VIKOR                                             | -                        |
| 2014 | Safaci Ghadikolaci vd. | İran’daki şirketlerin performans değerlendirilmesi                               | AHP*, VIKOR*, ARAS*, COPRAS*                                    | Ortalama                 |
| 2014 | Azimi vd.              | Robot seçim problemi                                                             | SAW, WPM, PAM, TOPSIS, VIKOR                                    | Ortalama, Borda Copeland |
| 2014 | Liu vd.                | Hata Türleri ve Etkileri Analizi için kullanılan risk faktörlerinin belirlenmesi | Oran yöntemi*, Referans Nokta Yaklaşımı*, Tam Çarpım Yaklaşımı* | MULTIMOORA               |

|      |                            |                                                                                                                                           |                                                                 |                                                               |
|------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| 2015 | Shen ve Tzeng              | Tayvan'daki bankaların finansal performansları                                                                                            | VIKOR, DRSA, DANP                                               | -                                                             |
| 2015 | Altuntaş vd.               | Ekskavatör seçimi                                                                                                                         | Oran yöntemi, Referans Nokta Yaklaşımı, Tam Çarpım Yaklaşımı    | The dominance directed graph, The rank position method, Borda |
| 2015 | Karaatlı, vd.              | Yaşanabilir İllerin Sıralanması                                                                                                           | SAW, GİA, TOPSIS                                                | -                                                             |
| 2015 | İç vd.                     | Türkiye'deki 24 şirkette ait finansal performans karşılaştırması                                                                          | TOPSIS, GİA, VIKOR, MOORA                                       | -                                                             |
| 2016 | Azadfallah                 | Rastgele bir veri seti üzerinde önerdikleri toplulaştırma tekniğini; ortalama tekniği, Borda ve Copeland teknikleri ile karşılaştırılması | SAW, TOPSIS, WPM, ELECTRE                                       | Ortalama, Borda Copeland                                      |
| 2016 | Işık ve Adalı              | Traktör seçimi                                                                                                                            | COPRAS, TOPSIS, EVAMIX                                          | Borda, Copeland                                               |
| 2016 | Çakır ve Özdemir           | Altı sigma proje seçimi                                                                                                                   | VIKOR, TOPSIS, COPRAS                                           | Copeland                                                      |
| 2016 | Sezer vd.                  | Tehlikeli maddeler için depo seçimi                                                                                                       | Oran yöntemi*, Referans Nokta Yaklaşımı*, Tam Çarpım Yaklaşımı* | MULTI-MOORA                                                   |
| 2017 | Banihabib vd.              | Kurak bölgelerde su talebi ve arzının sürdürülebilir stratejik planlaması                                                                 | TOPSIS, SAW, AHP                                                | Ortalama, Borda Copeland                                      |
| 2017 | Moghimi ve Yazdi           | Finans ve ticaret merkezi için bölge seçimi                                                                                               | TOPSIS, VIKOR, Lincer Atama, SAW                                | Ortalama, Borda Copeland                                      |
| 2017 | Mostafacipour ve Jooyandeh | Yenilenebilir hidrojen enerji için bölge değerlendirilmesi                                                                                | TOPSIS, VIKOR, SAW, ELECTRE, TOPSIS*                            | Ortalama, Borda Copeland                                      |
| 2017 | Zavadskas vd.              | Litvanya'da 21 ilin sürdürülebilir gelişmişlik değerlendirilmesi                                                                          | TOPSIS, SAW, EDAS, COPRAS                                       | Ortalama, Borda Copeland                                      |
| 2018 | Karaoğlan ve Şahin         | Finansal performans karşılaştırması                                                                                                       | AHP, VIKOR, GİA, TOPSIS, MOORA                                  | -                                                             |

|      |                      |                                                                                                |                                                            |                          |
|------|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------|
| 2018 | Stojić vd.           | Tedarikçi seçimi                                                                               | WASPAS, SAW, EDAS, MABAC, VIKOR, MAIRCA, MULTIMOORA        | -                        |
| 2018 | Ömürbek vd.          | Havacılık sektöründeki şirket karşılaştırmaları                                                | Entropi <sup>+</sup> , MAUT, SAW, COPRAS                   | Borda                    |
| 2018 | Supçiller ve Deligöz | Tedarikçi seçimi                                                                               | AHP, TOPSIS, VIKOR, SAW, GIA, MOORA, ELECTRE II, M. TOPSIS | Borda, Copeland          |
| 2018 | Barak ve Dahooci     | Havayolu güvenliği değerlendirmesi                                                             | SAW*, TOPSIS*, VIKOR*, ARAS*, COPRAS*, MULTIMOORA*         | -                        |
| 2019 | Kısa vd.             | Türkiye'deki sekiz sektör için performans analizi                                              | AHP*, TOPSIS, VIKOR, GIA                                   | Borda                    |
| 2019 | Kiani vd.            | İran'daki bazı üniversitelerin karşılaştırılması                                               | SAW*, TOPSIS*, VIKOR                                       | Ortalama, Borda Copeland |
| 2019 | Barak ve Mokfi       | Kümeleme analiz yöntemleri karşılaştırması                                                     | TOPSIS, COPRAS, WSM                                        | Borda                    |
| 2019 | Saygın               | OECD ülkelerinin sağlık göstergeleri açısından değerlendirilmesi                               | SWARA**, EDAS, ARAS, WASPAS, CODAS                         | -                        |
| 2020 | Dortaj vd.           | Yeraltı su kaynakları için uygun alan seçimi                                                   | ELECTRE I-II-III                                           | Ortalama, Borda Copeland |
| 2020 | Tavana vd.           | Üretim alanında sürekli gelişme önündeki engellerin belirlenmesi                               | TOPSIS*, MOORA*, SAW*                                      | Copeland                 |
| 2020 | Donyaii vd.          | Metasezgisel optimizasyon uygulamalarının değerlendirilmesi                                    | TOPSIS, LINMAP, VIKOR, CODAS, SAW, ELECTRE I               | Ortalama, Borda Copeland |
| 2020 | Şahin                | Sürdürülebilir enerji bağlamında ÇKKV ve ağırlıklandırma tekniklerinin karşılaştırmalı analizi | ELECTRE III, WSM, WPM, VIKOR, ORESTE, TOPSIS, PROMETHEE II | Ortalama, Borda Copeland |
| 2020 | Yakut                | OECD ülkelerinin BİT gelişmişliklerinin değerlendirilmesi                                      | MOORA-Oran Tekniği, WASPAS                                 | Copeland                 |

\*Bulanık

Bütünleşik Çok Kriterli Karar Verme modellerinin geniş uygulama alanları, Tablo 1.2'de sunulan araştırmalarda açıkça görülmektedir. Bu çalışmalardaki nihai değerlendirmeler, toplulaştırma teknikleri kullanılarak elde edilmiştir.

### 1.7. ÇKKV Problemlerinde Toplulaştırma

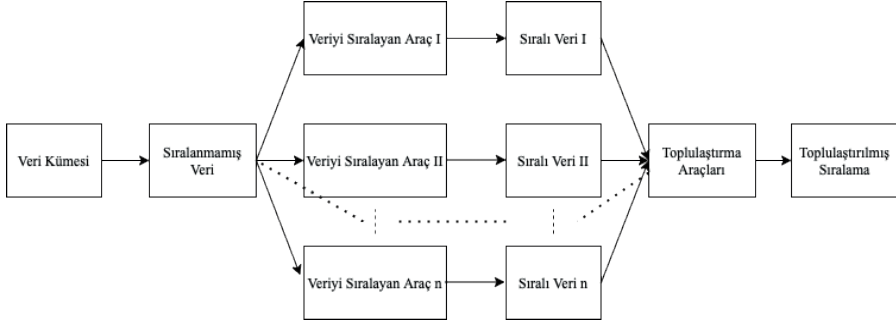
Toplulaştırma (aggregation) kavramı için, kullanım durumuna göre farklı tanımlamalar yapılmıştır. Marichal, (1998, s.1), toplulaştırma kavramını; birden çok sayısal değerın birleştirilerek tek bir sayısal değere dönüştürülmesi süreci olarak tanımlamıştır. Yager, (2009, s. S.1279); Omar ve Fayek, (2016, s.196), ÇKKV problemlerinde, kriterlerin beraber değerlendirilmesini toplulaştırma olarak nitelendirmiştir. Xu, (2009, s.152), toplulaştırma kavramını; birçok farklı kaynaktan elde edilen bağlantılı bilgilerin birleştirilmesindeki temel süreç olarak tanımlamıştır. Belles-Sampera, vd, (2013, s.467), bulanık sayıların birleştirilerek tek bir değer olarak elde etme süreci olan durulaştırma (defuzzification) kavramını toplulaştırma olarak nitelendirmiştir. ÇKKV problemlerinin toplulaştırılması ise, aynı problem için birden çok ÇKKV tekniğinin kullanılması ile oluşan farklı sıralamaların tek bir sıralamaya dönüştürülmesi işlemidir.

Bir probleme uygulanabilecek ÇKKV teknik sayısı genellikle birden fazladır. Bununla birlikte Voogd (1982), bir problem için kullanılan tekniklerin birbirinden farklı sonuçlar verdiğini göstermiştir. Bu nedenle çok sayıda ÇKKV tekniğı olmasına rağmen her problem çözümü için kullanılabilecek 'en iyi ÇKKV tekniğı' yoktur (Saaty ve Ergu, 2015, s. 1175). Salminen, v.d., (1998); Wang, vd., (2009), hiçbir ÇKKV tekniğı mükemmel olmadığından, problem çözümlerinin mümkün olan tüm ÇKKV teknikleri ile çözülmesini önermişlerdir. Problem çözümüne uygun tekniklerden birinin seçilmesi durumunda bu tekniğın diğer kullanılmayan tekniklere göre avantajı nedir; farklı bir tekniğın kullanılması durumunda sonuç değışirse, ne ölçüde ve neden değıştiğı gibi sorular ile karşılaşılmaktadır. Bu sorunun cevaplanması zor veya imkansızdır (Zanakis, vd., 1998, s.509). Wang vd., (2009, s. 2266), bu gibi zorlukların üstesinden gelebilmek amacıyla, aynı probleme birden çok ÇKKV tekniğı ile çözüm bulunmasını, elde edilen bütün sonuçların aynı çıkması durumunda tatmin edici olduğunu; aksi durumda oluşan sıralamaların toplulaştırılmasını önermiştir. Bu veriler doğrultusunda bir probleme uygulanan ÇKKV tekniğinden alınan sonuç mutlak sonuç olmadığından, çözüm için mümkün olan tüm ÇKKV tekniklerinin uygulanması ve elde edilen sonuçların aynı çıkması durumunda çözümün mutlak çözüm olarak değerlendirilebileceğı aksi durumda ÇKKV tekniğı sonuçlarının toplulaştırma teknikleri ile tek bir sıralamaya indirgenmesi gerekliliğı kaçınılmaz olarak görülmektedir.

ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında, genellikle Borda ve Copeland teknikleri kullanılmaktadır. Favardin, vd. (2002, s.226) tarafından, Copeland ve Borda teknikleriyle sıralama toplulaştırma işlemleri sonucunda aynı sıraya birden çok alternatif atanması bu teknikler için bir zayıflık olarak nitelendirilmiştir. Bununla beraber alternatif sayılarının artması toplulaştırmayı zorlaştırmaktadır. Bahsi geçen nedenlerden dolayı ÇKKV sonuçlarının toplulaştırılmasında yaygın olarak kullanılan toplulaştırma tekniklerinin eksik olduğu noktalara çözüm bulmak amacıyla birçok toplulaştırma tekniği önerilmiştir. Jahan, vd., (2011); malzeme seçiminin işletmeler için önemli bir konu olduğunu ve farklı ÇKKV teknikleri ile malzeme seçim probleminin farklı sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir. Bu sonuçları birleştirmek ve işletmelere yardımcı olmak amacıyla materyal seçimi özelinde bir toplulaştırma tekniği önermişlerdir. Bu teknikte, alternatiflerin sıralamalarda hangi sırada kaç sefer buldukları belirlenmiştir. Elde edilen bu sayılar geliştirilen doğrusal programlama modeli kullanılarak alternatifler toplulaştırılmıştır. Doğrusal programlama modelinin çözümünde LINGO programı kullanılmıştır. (Lotfi vd., (2013); alternatiflerin toplulaştırılmasında üç aşamalı bir teknik önermişlerdir. Bu aşamalarda alternatiflerin sıra konumlarını dikkate alarak iyimser ve kötümser olma durumuna göre ağırlıklandırmışlardır. Son aşamada karma tamsayı programlama kullanılarak alternatifler toplulaştırılmıştır. Ding, vd., (2018); alternatiflerin toplulaştırılma teknikleri kullanılarak toplulaştırılması sonucunda tam sıralama elde edilemediği durumlarda (aynı sıraya birden çok alternatifin atanması durumu) tam sıralama oluşturmak amacıyla bir teknik önermişlerdir. Bu teknik aynı sıraya atanan alternatifleri kendi arasında değerlendiren ve tam sıralama oluşturuncaya kadar sürdürülen hiyerarşik bir süreçtir. Mohammadi ve Rezaei, (2020); tarafından, half quadratic (HQ) teoriye dayalı yeni bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen yaklaşım, nihai sıralamayı hesaplamak için, kullanılan ÇKKV tekniklerinin her biri için bir optimal ağırlık belirler. Her bir ÇKKV tekniğinin ağırlığı, HQ teorisinden esinlenen bir fonksiyon aracılığıyla elde edilir. Önerilen teknik, toplulaştırma için bir fikir birliği endeksi ve bir güven düzeyi sağlar. Önerilen yaklaşımı göstermek için, ontoloji hizalama sistemlerinin değerlendirilmesi (İnternet ortamında birbiriyle ilişkili veriler) ve karşılaştırılması bir ÇKKV problemi olarak modellenmiştir.

Bu noktada literatürde, değerlendirilen karar problemine uygulanabilecek ÇKKV teknikleri ile elde edilen çözümlerin toplulaştırılarak, tek bir çözüme ulaşılması yaklaşımı giderek daha fazla benimsenmektedir. ÇKKV problemlerinde toplulaştırma genel hatlarıyla Şekil 1.3'te gösterilmiştir.





Şekil 1.3: ÇKKV problemlerinde toplulaştırma gösterimi

Kaynak: (Bolón-Canedo ve Alonso-Betanzos, 2018).

Toplaştırma teknikleri, kullanılan alan bazında (sosyal tercihler, arama motorları, gen dizilimi, karar verme, grup karar verme) farklılık göstermektedir. Toplaştırma teknikleri genellikle uygulanan alanın veri yapısı ve alanın gereksinimine uygun olarak geliştirilmiştir (Dwork, vd., 2001). Belirli bir alan için kullanılan toplulaştırma tekniğinin farklı bir alanda kullanılması mümkün olmayabilir. Çok kriterli karar verme problemleri için kullanılan ve kullanılabilir toplulaştırma tekniklerinin bazıları ilerleyen başlıklarda verilmiştir.

### 1.8. Toplaştırma Teknikleri ve ÇKKV Problemlerine Uygulanması

ÇKKV problemlerinin çözümünden elde edilen sıralama listelerinin tek bir listeye dönüştürülmesinde sosyal tercih fonksiyonlarının çokça tercih edildiği görülmektedir. Toplaştırma tekniklerinin kullanıldığı ÇKKV çalışmalarında genellikle Borda ve Copeland tekniklerinin kullanılmaktadır. Bu teknikler dışında, ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında kullanılabilecek toplulaştırma teknikleri ve bu tekniklerin kullanımına ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

Sıralamaların toplulaştırılmasında veri kümelerinin gösteriminde sıralama bazlı ve öge bazlı gösterim olmak üzere iki temel gösterim vardır. Sıralama bazlı gösterim; sıralamaların sütun oluşturduğu ve öğelerin (alternatif, tercih, nesne) yatay olarak sıralanması ile oluşturulur. Öge bazlı gösterim; öğelerin dikey olarak gösterildiği ve her öğenin sıralamadaki yerini o öğenin hizasında gösterilmesi ile oluşturulur. Tablo 1.3'te öge bazlı ve sıralama bazlı gösterimler verilmiştir (Li, vd., 2017, s.182).

Tablo 1.3. Öğe bazlı ve sıra bazlı sıralama gösterimleri

| Öğe Bazlı Gösterim |   |   |   | Sıra Bazlı Gösterim |   |   |   |
|--------------------|---|---|---|---------------------|---|---|---|
| a                  | 1 | 1 | 2 | 1                   | a | a | b |
| b                  | 3 | 2 | 1 | 2                   | c | b | a |
| c                  | 2 | 3 | 3 | 3                   | b | c | c |

Toplulaştırma teknikleri ile toplulaştırma işlemi yapabilmek için kullanılan tekniğe uygun olarak alternatiflerin düzenlenmesi gerekmektedir. Toplulaştırma tekniklerinin uygulanabilmesi için bazı tekniklerde alternatiflerin öğe bazlı veya sıralama bazlı olması gerekmektedir. Bazı toplulaştırma tekniklerinde ise her iki gösterim için de toplulaştırma işlemi yapılabilmektedir.

### 1.8.1. Condorcet tekniği

Condorcet tekniği; Fransız filozof, matematikçi, ekonomist ve sosyal bilimci Marquis de Condorcet tarafından geliştirilmiştir. Bu teknik, birey tercihlerinin tutarsız olması nedeniyle herhangi bir alternatifin seçilememesi durumunda sıralama yapmaktadır. Bireylerin tercihlerinin tutarsızlığı nedeniyle alternatif belirlenememesi durumu “oylama paradoksu” olarak tanımlanmıştır (Niemi ve Weisberg, 1968, s. 317). Bu paradoksu açıklamak için, a, b ve c gibi üç alternatif tanımlansın. Bu alternatiflerin ikili karşılaştırması sonucunda P: prefered (tercih edilmiş) ve I: indiffrent (farksız) olma notasyonları olmak üzere aPb, bPc ve cPa durumu gerçekleşirse, bu alternatifler arasında aPbPcPa tutarsız ilişkinin oluşması söz konusu olur. Bu durum oylama paradoksu olarak isimlendirilir. Oylama paradoksu bir döngüdür ve bu durumla karşılaşıldığında herhangi bir sıralama veya seçim yapılamaz (Nurmi, 2010, s.170).

Condorcet tekniği, belirli alternatifler arasından bir alternatifin diğer bütün alternatiflere karşı basit çoğunlukla kazanması prensibine dayanır. Alternatiflerden biri diğer bütün alternatiflere karşı basit çoğunlukla galip gelmesi durumunda bu alternatif, Condorcet galip olarak nitelendirilir. Condorcet, tercih ve alternatiflerin toplulaştırılması için eşitlik (1)'deki fonksiyonu önermiştir.

$$f_c(x) = \min_{y \in A \setminus \{x\}} \#\{i : xP_i y\}$$

Adaylar  $f_c$  fonksiyonun aldığı değerlere göre sıralanır.  $f_c(x)$ , diğer alternatiflere karşı x alternatifinin en kötü değerinin seçilmesi prensibine

dayanır. Bu nedenle Condorcet fonksiyonu bir maksimin fonksiyonudur, alternatifler arasından kötünün iyisi seçilir (Fishburn, 1977, s.473).

Bir problem için ÇKKV teknikleri ile elde edilen sıralamaların toplulaştırılmasında Condorcet tekniğinin uygulaması Tablo 1.4'te verilen dört sıralama üzerinden yapılmıştır. Tablo 1.4'te sütunlarda sıralama sonuçlarına yer verilmiştir. Tablo 1.4'te verilen sıralamalar ele alınan bütün toplulaştırma tekniklerinin uygulaması için kullanılacaktır.

Tablo 1.4. Dört alternatifli örnek sıralama

| Sıralama | R <sub>1</sub> | R <sub>2</sub> | R <sub>3</sub> | R <sub>4</sub> |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1.       | a              | c              | b              | d              |
| 2.       | b              | a              | c              | c              |
| 3.       | c              | b              | a              | a              |
| 4.       | d              | d              | d              | b              |

Condorcet tekniği, alternatiflerin ikili karşılaştırmaları ile çözüme ulaşır. Bu nedenle Tablo 1.4'te verilen dört alternatifin toplulaştırılmasında Condorcet tekniği uygulandığında; 6 ikili karşılaştırma söz konusu olur. Denklem (1)'e göre karşılaştırma sonuçları verilmiştir.

$$\#\{i : aP_i b\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : bP_i a\} = 1$$

$$\#\{i : aP_i c\} = 1, \#\{i : cP_i a\} = 1+1+1 = 3$$

$$\#\{i : aP_i d\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : dP_i a\} = 1$$

$$\#\{i : bP_i c\} = 1+1 = 2, \#\{i : cP_i b\} = 1+1 = 2$$

$$\#\{i : bP_i d\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : dP_i b\} = 1$$

$$\#\{i : cP_i d\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : dP_i c\} = 1$$

Condorcet tekniği bir maksimin problemi olduğundan, Tablo 1.5'te satır elemanlarının en küçüğü alınır ve bunlar arasından büyükten küçüğe doğru sıralama yapılarak sonuca ulaşılır.

Tablo 1.5. Condorcet tekniği karşılaştırma sonuçları

|   | a | b | c | d | $f_C$ |
|---|---|---|---|---|-------|
| a | – | 3 | 1 | 3 | 1     |
| b | 1 | – | 2 | 3 | 1     |
| c | 3 | 2 | – | 3 | 2     |
| d | 1 | 1 | 1 | – | 1     |

Tablo 1.5’te görüldüğü gibi elde edilen alternatif sıralamaları;  $f_C(c) > f_C(a) = f_C(b) = f_C(d)$  şeklinde olur. Bu durumda Condorcet galibin “c” alternatifi olduğu söylenir.

### 1.8.2. Borda tekniği

Borda tekniği ile sıralama toplulaştırma işlemi, her alternatife bir puan verilerek gerçekleştirilir. Borda tekniği kullanımında her alternatife bulunduğu sıraya göre bir puan verilir. M tane alternatifin olduğu bir sıralamada k. sırada bulunan alternatife atanan puan m-k şeklinde hesaplanır. Alternatiflerin buldukları sıralara göre puanlar belirlendikten sonra bu puanlar her alternatif için ayrı ayrı toplanır. Elde edilen toplam değerler her alternatif için Borda skoru olarak belirlenir. En yüksek skora sahip alternatif ilk sırayı, en düşük skora sahip alternatif son sırayı alır. Her alternatif için hesaplanan Borda skoru eşitlik (2) ile hesaplanır.

$$f_B(A) = \sum_{y \in A} \#\{i : xP_i y\}$$

Eşitlik (2)’de x alternatifinin borda skoru, A kümesinin elmanı olan y alternatifinden önce sıralanan x alternatifi sayısını vermektedir. Tablo 1.4’te verilen sıralamalara alternatif sayının bir eksiğinden başlanarak puan verilir. Aşağıdaki örnekte görüleceği üzere, her alternatifin karşılık geldiği puanlar toplamı o alternatif için Borda skorunu verir.

| Puan | Sıralama | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ |
|------|----------|-------|-------|-------|-------|
| 3    | 1.       | a     | c     | b     | d     |
| 2    | 2.       | b     | a     | c     | c     |
| 1    | 3.       | c     | b     | a     | a     |
| 0    | 4.       | d     | d     | d     | b     |

$$f_B(a) = 3 + 2 + 1 + 1 = 7,$$

$$f_B(b) = 3 + 2 + 1 + 0 = 6,$$

$$f_B(c) = 3 + 2 + 2 + 1 = 8,$$

$$f_B(d) = 3 + 0 + 0 + 0 = 3,$$

Borda skoru hesaplaması sonucunda elde edilen alternatif sıralamaları,  $f_B(c) > f_B(a) > f_B(b) > f_B(d)$  şeklinde olur. Diğer bir hesaplama şekli ise, Condorcet tekniği ile elde edilen alternatif skorlarının toplanmasıdır.

|   | a | b | c | d | $f_C$ |
|---|---|---|---|---|-------|
| a | - | 3 | 1 | 3 | 7     |
| b | 1 | - | 2 | 3 | 6     |
| c | 3 | 2 | - | 3 | 8     |
| d | 1 | 1 | 1 | - | 3     |

Bu hesaplama sonucunda da alternatif skorlarına göre elde edilen sıralama Borda tekniğine göre;  $f_B(c) > f_B(a) > f_B(b) > f_B(d)$  şeklinde olur.

### 1.8.3. Copeland tekniği

Copeland tekniği 1951 yılında Copeland tarafından oluşturulmuş ve sosyal seçimler için kullanılmıştır. Copeland tekniği, Borda tekniğinden sonra ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında en fazla kullanılan tekniktir. Copeland tekniği alternatiflerin ikili karşılaştırmasına dayanır. Copeland skorlarının hesaplaması eşitlik (3) kullanılarak yapılır.

A kümesi üzerinde bütün sıralı  $(x, y)$  ikilileri olmak üzere; Copeland tekniğinin hesaplanması eşitlik (3)'te verilmiştir.

$$f_{CP}(x) = \#\{y : y \in A \wedge xPy\} - \#\{y : y \in A \wedge yPx\}$$

Eşitlik (3)'te;  $f_{CP}(x)$ , A kümesinde x alternatifini basit çoğunlukla galip geldiği (daha fazla tercih edildiği) durumlar ile basit çoğunlukla yenik düştüğü (daha az tercih edildiği) durumlar arasındaki farkı gösterir. Bu fark; x alternatifinin kaç defa basit çoğunlukla seçildiği ve kaç defa basit çoğunlukla seçilmediği durum sayıları arasındaki farktır (Henriet, 1985, s.49). Tablo 1.4'te verilen sıralamaların Copeland tekniği ile toplulaştırılması altı ikili karşılaştırma üzerinden yapılır. Copeland tekniği ile Tablo 1.4'te verilen sıralamaların toplulaştırılması aşağıdaki gibi yapılır. Copeland tekniği

ile toplulaştırmada öncelikle her alternatifin diğer alternatiflere karşı basit çoğunlukla galip geldiği sayılar hesaplanır.

$$\#\{i : aP_i b\} = 1+1+1 = 3 > \#\{i : bP_i a\} = 1$$

$$\#\{i : aP_i c\} = 1 < \#\{i : cP_i a\} = 1+1+1 = 3$$

$$\#\{i : aP_i d\} = 1+1+1 = 3 > \#\{i : dP_i a\} = 1$$

$$\#\{i : bP_i c\} = 1+1 = 2 = \#\{i : cP_i b\} = 1+1 = 2$$

$$\#\{i : bP_i d\} = 1+1+1 = 3 > \#\{i : dP_i b\} = 1$$

$$\#\{i : cP_i d\} = 1+1+1 = 3 > \#\{i : dP_i c\} = 1$$

Alternatiflerin ikili karşılaştırmaları sonucu elde edilen değerler eşitlik 3 kullanılarak her bir alternatifin Copeland skorları aşağıdaki gibi elde edilir;

$$f_{CP}(a) = \#\{y : y \in A \wedge aPy\} - \#\{y : y \in A \wedge yPa\} = 2 - 1 = 1$$

$$f_{CP}(b) = \#\{y : y \in A \wedge bPy\} - \#\{y : y \in A \wedge yPb\} = 1 - 1 = 0$$

$$f_{CP}(c) = \#\{y : y \in A \wedge cPy\} - \#\{y : y \in A \wedge yPc\} = 2 - 0 = 2$$

$$f_{CP}(d) = \#\{y : y \in A \wedge dPy\} - \#\{y : y \in A \wedge yPd\} = 0 - 3 = -3$$

Copeland tekniğine göre alternatif sıralamaları  $f_{CP}(c) > f_{CP}(a) > f_{CP}(b) > f_{CP}(d)$  şeklinde olur.  $f_{CP}(a)$  Copeland skoru; a alternatifi, b ve d alternatiflerine göre, c alternatifi ise a alternatifine basit çoğunlukla tercih edilmiştir biçiminde yorumlamır.  $f_{CP}(b)$  Copeland skoru ise; b alternatifi c alternatifine basit çoğunlukla seşilememiş fakat d alternatifine göre basit çoğunlukla tercih edildiğini göstermektedir. Bu sonuçlara göre a alternatifi b alternatifine göre basit çoğunlukla seşilmiştir.

#### 1.8.4. Nanson tekniği

Nanson tekniği, Borda tekniğini temel alan ve alternatiflerin aldıkları puanların dikkate alınarak elendiği bir başka toplulaştırma tekniğidir. Nanson tekniğinin kullanımında, Borda tekniği ile elde edilen alternatiflere ait puanlar kullanılır. Nanson tekniği ile alternatiflerin toplulaştırılması iteratif bir süreç sonunda gerçekteştirilir. İlk aşamada en küçük Borda puanına sahip alternatif elenir, daha sonra geri kalan alternatifler arasında aynı işlem uygulanır ve geriye elenecek alternatif kalmadığında işlem tamamlanır. Nanson tekniğinin işlem adımları eşitlik (4)'te gösterilmiştir.

$$A_1 = A \wedge \forall j \geq 1$$

$$f_N(x) = \sum_{y \in A} \#(i : xP_i y)$$

$$A_{j+1} = A_j \setminus \{x \in A_j : f_N(x) \leq f_N(y), \forall y \in A \wedge f_N(x) \leq f_N(y) \exists y \in A_j\},$$

$$f_N(x) = \lim_{j \rightarrow \infty} A_j$$

A alternatiflerden oluşan kümedir. Çözümün ilk aşamasında alternatiflerden oluşan küme  $A_1$  bütün alternatifleri içeren kümedir. Nanson tekniği kullanılarak alternatif sıralamalarının toplulaştırılması, yukarıdaki işlemlerin çokluğu nedeniyle karmaşık olduğu düşünülse de Borda tekniğinin işlem adımlarından oluşur. Nanson tekniğinde Borda puanı en düşük olan alternatif her defasında elenir ve geri kalan alternatifler için tekrar Borda puanı hesaplanır. Başka bir deyişle; Nanson tekniği, her defasında Borda puanlarına bağlı olarak alternatif sayısının azaldığı tekrarlı bir süreçtir. ÇKKV problemleri ile elde edilen sıralamaların Nanson tekniği ile toplulaştırılması tablo 1.4'te verilen sıralamalar kullanılarak örneklendirilmiştir.

Tablo 1.4'e göre;  $A_1 = A = \{a, b, c, d\}$  bütün alternatiflerin kümesidir. Bu alternatiflerin Borda puanları daha önce hesaplandığı üzere, aşağıdaki gibidir.

$$f_B(a) = 3 + 2 + 1 + 1 = 7,$$

$$f_B(b) = 3 + 2 + 1 + 0 = 6,$$

$$f_B(c) = 3 + 2 + 2 + 1 = 8,$$

$$f_B(d) = 3 + 0 + 0 + 0 = 3,$$

Borda puanlarına göre en düşük puana sahip alternatif d alternatifidir. Nanson tekniği ile toplulaştırmada en düşük Borda puanına sahip alternatif elendiğinden, yeni alternatif kümesi;  $A_2 = A_1 \setminus \{d\} = \{a, b, c\}$  olur. "d" alternatifinin elenmesi sonucunda üç elemanlı bir küme oluşur. Alternatifin elenmesi sonucunda oluşan yeni sıralama için tekrar Borda puanları hesaplanır. Elde edilen yeni kümenin Borda puanları aşağıda verilmiştir;

$$f_B(a) = 2 + 1 + 1 + 0 = 4,$$

$$f_B(b) = 2 + 1 + 0 + 0 = 3,$$

$$f_B(c) = 2 + 2 + 1 + 0 = 5,$$

En düşük Borda puanına sahip alternatif, "b" alternatifidir. "b" alternatifinin elenmesi ile elde edilen yeni küme;  $A_3 = A_2 \setminus \{b\} = \{a, c\}$  olur.

Yeni sıralama için de Borda puanları hesaplanır. Elde edilen Borda puanları aşağıdaki gibidir;

$$f_B(a) = 1 + 0 + 0 + 0 = 1,$$

$$f_B(c) = 1 + 1 + 1 + 0 = 3,$$

Önceki adımlara benzer olarak en düşük Borda puanına sahip olan alternatif elenir. Elde edilen yeni küme;  $A_4 = A_3 \setminus \{a\} = \{c\}$  olur. Son küme tek elemanlı olduğundan işlem sonlanır. Nanson tekniğine göre elde edilen alternatif sıralamaları;  $f_N(c) > f_N(a) > f_N(b) > f_N(d)$  şeklinde olur.

### 1.8.8. Dodgson tekniği

Dodgson, tercihlerin birleştirilmesi üzerine çalışmış ve kendi adıyla anılan toplulaştırma tekniğini geliştirmiştir. Dodgson tekniği; Condorcet galibi belirlemek için ters bir oylama sürecine dayanan bir sistemdir. Dodgson tekniğinde; aPb, bPc, cPa (oylama paradoksu) olması durumunda herhangi bir alternatifi Condorcet galip olması için en az kaç oya sahip olması gerektiğine bakılır. Basit çoğunlukla galip olabilmesi için diğer adaylardan alması gereken oy oranı en düşük olan alternatif kazanan alternatif olur. Tablo 1.4'te verilen örneğin Dodgson tekniği ile toplulaştırılması aşağıda verilmiştir. Öncelikle ikili karşılaştırma matrislerinden alternatiflerin birbirlerine karşı tercih edilme sayıları belirlenmelidir.

$$\#\{i : aP_i b\} = 1 + 1 + 1 = 3 > \#\{i : bP_i a\} = 1,$$

$$\#\{i : aP_i c\} = 1 < \#\{i : cP_i a\} = 1 + 1 + 1 = 3,$$

$$\#\{i : aP_i d\} = 1 + 1 + 1 = 3 > \#\{i : dP_i a\} = 1,$$

$$\#\{i : bP_i c\} = 1 + 1 = 2 = \#\{i : cP_i b\} = 1 + 1 = 2,$$

$$\#\{i : bP_i d\} = 1 + 1 + 1 = 3 > \#\{i : dP_i b\} = 1,$$

$$\#\{i : cP_i d\} = 1 + 1 + 1 = 3 < \#\{i : dP_i c\} = 1$$

İkili karşılaştırmalara göre “a” alternatifi, “b” ve “d” alternatiflerine göre daha fazla tercih edilmiştir. “a” alternatifi “c” alternatifine göre de daha fazla tercih edilseydi Condorcet galip olurdu. “c” alternatifine galip gelebilmesi için iki sıralamada “c” alternatifiyle yer değiştirmesi gerekirdi. “b” alternatifi, “d” alternatifine galip; “c” alternatifine denk ve “a” alternatifine mağluptur denilebilir. “b” alternatifinin Condorcet galip olabilmesi için; “a” alternatifiyle en az iki sıra ve “c” alternatifiyle en az bir sıra yer değiştirmesi



gerekir. O halde b alternatifinin Condorcet galip olabilmesi için üç tercih değişikliğine ihtiyacı vardır. “c” alternatifi için bakıldığında; “c” alternatifi, “a” ve “d” alternatiflerine üstün, “b” alternatifine de denktir. “b” alternatif ile bir sıralama yer değiştirmesi “b” alternatifini Condorcet galip yapar. Aynı durum “d” alternatifi için değerlendirildiğinde “d” alternatifinin Condorcet galip olabilmesi için altı tercih değişikliğine ihtiyaç vardır. Condorcet galip olabilmek için tercih değişikliğine en az ihtiyacı olan alternatif “c” alternatiftir. “c” alternatifi Dodgson tekniğine göre galip olan alternatiftir. Dodgson tekniğine göre alternatif sıralamaları; cPaPbPd’dir.

### 1.8.6. Kemeny tekniği

Kemeny tekniği, sıralamaları birbirinden farklı alternatif kümelerinden, bir algoritma yardımıyla konsensüs bir sıralama elde edilmesi amacıyla kullanılır. Bu teknik, Kemeny ve Snel uzaklığı olarak da bilinir. Kemeny tekniğini uygulanmasında Kendall  $\tau$  uzaklığı kullanılır. Kendall  $\tau$  uzaklığı; iki alternatif arasındaki karşılaştırmada uyum ve uyumsuzluk durumlarını dikkate alır ve iki karşılaştırma arasındaki uyumsuzluk sayısı Kendall  $\tau$  uzaklığı olarak nitelendirilir. Aynı alternatif kümesi için oluşan sıralamalar arasındaki uzaklığın az olması o sıralamalar arasındaki benzerliğin veya uyuşmanın fazla olduğunu gösterir. İkili karşılaştırmalar sonucu, birden fazla sıralama elde edildiğinde bu sıralamalar arasındaki uzaklığın ölçülmesi ile tek bir sıralamaya dönüşüm sağlanabilir (Snell ve Kemeny, 1962, s. 9).

Kendall  $\tau$  uzaklığının çift yönlü hesaplanması sonucu Kemeny uzaklığı elde edilir. Kendall  $\tau$  uzaklığına dayanan Kemeny uzaklığı kullanılarak oluşturulan Kemeny tekniğinin hesaplanması eşitlik (5)’te gösterilmiştir (Herrera-Viedma, vd., 2011, s. 6).

$p = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$  olası tüm sıralamalar olmak üzere;  $p$  ve  $R$  arasındaki uzaklık eşitlik (5)’te verilmiştir.

$$f(p) = d(p, R) = \sum_{i=1}^n d(R_i, R)$$

Kemeny tekniği ile sıralamaların, olası tüm sıralamalara göre uzaklıkları Tablo 1.4’te verilen sıralamalar için aşağıda hesaplanmıştır.

$T_1 = \{a, b, c, d\}$  olsun. O halde bu kümenin ikili elemanları;

$T_1 = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$  olur.

Benzer olarak  $R_1, R_2, R_3, R_4$  sıralamaları için ikili elemanlar;

$$R_1 = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$$

$$R_2 = \{(c, a), (c, b), (c, d), (a, b), (a, d), (b, d)\}$$

$$R_3 = \{(b, c), (b, a), (b, d), (c, a), (c, d), (a, d)\}$$

$$R_4 = \{(d, c), (d, a), (d, b), (c, a), (c, b), (a, b)\}$$

$R_1, R_2, R_3, R_4$  sıralamalarının  $T_1$  olası sıralamasına uzaklığı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d(T_1, R_1) = |(T_1 \setminus R_1) \cup (R_1 \setminus T_1)| = 0$$

$$d(T_1, R_2) = |(T_1 \setminus R_2) \cup (R_2 \setminus T_1)| = |((a, d), (b, c)) \cup ((c, a), (c, b))| = 4$$

$$d(T_1, R_3) = |(T_1 \setminus R_3) \cup (R_3 \setminus T_1)| = |((a, b), (a, c)) \cup ((b, a), (c, a))| = 4$$

$$d(T_1, R_4) = |(T_1 \setminus R_4) \cup (R_4 \setminus T_1)|$$

$$= |((a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)) \cup ((d, c), (d, a), (d, b), (c, a), (c, b))| = 10$$

$R_1, R_2, R_3, R_4$  sıralamalarının  $T_1$  olası sıralamasına uzaklığı 18'dir. Bunu benzer olarak  $T_2$  olası sıralaması için hesaplırsak;

$T_2 = \{(a, b), (a, d), (a, c), (b, d), (b, c), (d, c)\}$  olmak üzere;  
 $R_1, R_2, R_3, R_4$  sıralamalarının  $T_2$  olası sıralamasına uzaklığı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$d(T_2, R_1) = |(T_2 \setminus R_1) \cup (R_1 \setminus T_2)| = |((c, d)) \cup ((d, c))| = 2$$

$$d(T_2, R_2) = |(T_2 \setminus R_2) \cup (R_2 \setminus T_2)| = |((c, a), (c, b), (c, d)) \cup ((a, c), (b, c), (d, c))| = 6$$

$$d(T_2, R_3) = |(T_2 \setminus R_3) \cup (R_3 \setminus T_2)| = |((b, a), (c, a), (c, d)) \cup ((a, b), (a, c), (d, c))| = 6$$

$$d(T_2, R_4) = |(T_2 \setminus R_4) \cup (R_4 \setminus T_2)| = |((d, a), (d, b), (c, a), (c, b)) \cup ((a, d), (b, d), (a, c), (b, c))| = 8$$

$R_1, R_2, R_3, R_4$  sıralamalarının  $T_2$  olası sıralamasına uzaklığı 22'dir. Benzer olarak diğer 22 olası sıralamaya göre Kemeny skorları hesaplandığında Tablo 1.5'deki değerler elde edilir.

Tablo 1.6. Kemeny tekniği ile elde edilen uzaklıklar

| Olası Sıralamalar | Alternatifler |   |   |   | Uzaklıklar |
|-------------------|---------------|---|---|---|------------|
| T <sub>1</sub>    | a             | b | c | d | 18         |
| T <sub>2</sub>    | a             | b | d | c | 22         |
| T <sub>3</sub>    | a             | c | d | b | 22         |
| T <sub>4</sub>    | a             | c | b | d | 20         |
| T <sub>5</sub>    | a             | d | b | c | 24         |
| T <sub>6</sub>    | a             | d | c | b | 24         |
| T <sub>7</sub>    | b             | a | c | d | 22         |
| T <sub>8</sub>    | b             | a | d | c | 26         |
| T <sub>9</sub>    | b             | c | a | d | 18         |
| T <sub>10</sub>   | b             | c | d | a | 22         |
| T <sub>11</sub>   | b             | d | a | c | 30         |
| T <sub>12</sub>   | b             | d | c | a | 26         |
| T <sub>13</sub>   | c             | a | b | d | 14         |
| T <sub>14</sub>   | c             | a | d | b | 18         |
| T <sub>15</sub>   | c             | b | d | a | 22         |
| T <sub>16</sub>   | c             | b | a | d | 18         |
| T <sub>17</sub>   | c             | d | a | b | 22         |
| T <sub>18</sub>   | c             | d | b | a | 26         |
| T <sub>19</sub>   | d             | a | c | b | 30         |
| T <sub>20</sub>   | d             | a | b | c | 30         |
| T <sub>21</sub>   | d             | b | a | c | 34         |
| T <sub>22</sub>   | d             | b | c | a | 30         |
| T <sub>23</sub>   | d             | c | a | b | 26         |
| T <sub>24</sub>   | d             | c | b | a | 30         |

Kemeny uzaklıkları Tablo 1.6'da gösterilmiştir. Bu tabloya göre Kemeny uzaklık değeri en küçük olan cPaPbPd sıralaması ele alınan dört sıralama için konsensüs sıralamadır. Olası sıralamalardan T<sub>13</sub>, Kemeny uzaklığına göre ele alınan sıralamalara en yakın sıralamadır. Dolayısıyla dört sıralama için bir konsensüs sıralamadır. Olası sıralamalardan T<sub>21</sub>, Kemeny uzaklığına göre verilen sıralamalara en uzak sıralamadır. T<sub>13</sub> ve T<sub>21</sub> sıralamaları birbirinin tersi sıralamalardır.

### 1.8.7. Cook ve Seiford tekniği

Cook ve Seiford, (1978) tekniğinde sıralama matrisi oluşturulduktan sonra  $k=1,2,3,\dots,m$  olmak üzere, her bir sıra ile sıralama derecesi arasındaki fark alınarak  $m \times m$  boyutunda bir uzaklık matrisi oluşturulur. Bu yaklaşım bir atama problemi şeklinde çözülür. Amaç en küçük toplam uzaklığa sahip konsensüs sıralamanın belirlenmesidir. En küçük toplam uzaklık Macar Algoritması ile elde edilir. Cook ve Seiford tekniği ile uzaklıklar eşitlik (6) ile hesaplanır.

$$d_{j,k} = \sum_{i=1}^n |r_{ij} - k|$$

Eşitlik (6) ile toplanılacak bütün alternatifler için uzaklık matrisi elde edilir. Elde edilen uzaklık matrisi her bir alternatifin sıralara olan uzaklıklarını ifade eder. Alternatiflerin en yakın oldukları sıraya atanması amacıyla Macar algoritması kullanılır.

ÇKKV problemleri için Cook ve Seiford tekniği uygulandığında; her bir ÇKKV tekniği ile elde edilen sıralamayı bir birey (oy veren) şeklinde ele alınacaktır. Tablo 1.4'te verilen sıralamalar için Cook ve Seiford tekniğinin uygulaması gösterilmiştir. Öncelikle her alternatifin sıralara olan uzaklıkları bulunur.

“a” alternatifinin 1. sıraya göre uzaklığı;

$$d_{a1} = \sum_{i=1}^4 |r_{ij} - k| = \sum_{i=1}^4 |r_{ia} - 1| = 1 \cdot |1 - 1| + 1 \cdot |2 - 1| + 1 \cdot |3 - 1| + 1 \cdot |3 - 1| = 5$$

“a” alternatifinin 2. sıraya göre uzaklığı;

$$d_{a2} = \sum_{i=1}^4 |r_{ij} - k| = \sum_{i=1}^4 |r_{ia} - 2| = 1 \cdot |1 - 2| + 1 \cdot |2 - 2| + 1 \cdot |3 - 2| + 1 \cdot |3 - 2| = 3$$

“a” alternatifinin 3. sıraya göre uzaklığı;

$$d_{a3} = \sum_{i=1}^4 |r_{ij} - k| = \sum_{i=1}^4 |r_{ia} - 3| = 1 \cdot |1 - 3| + 1 \cdot |2 - 3| + 1 \cdot |3 - 3| + 1 \cdot |3 - 3| = 3$$

“a” alternatifinin 4. sıraya göre uzaklığı;

$$d_{a4} = \sum_{i=1}^4 |r_{ij} - k| = \sum_{i=1}^4 |r_{ia} - 4| = 1 \cdot |1 - 4| + 1 \cdot |2 - 4| + 1 \cdot |3 - 4| + 1 \cdot |3 - 4| = 7$$

“a” alternatifinin sıralara olan uzaklığının bulunmasına benzer olarak diğer alternatiflerin de sıralara olan uzaklıkları bulunur. Elde edilen uzaklık matrisi aşağıda verilmiştir.

| j\k | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|---|---|---|---|
| a   | 5 | 3 | 3 | 7 |
| b   | 6 | 4 | 4 | 6 |
| c   | 4 | 2 | 4 | 8 |
| d   | 9 | 7 | 5 | 3 |

Bu aşamadan sonra Macar algoritması uygulanır. Satırlardaki en küçük rakam bulunduğu satır elemanından çıkarılır.

| j\k | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|---|---|---|---|
| a   | 2 | 0 | 0 | 4 |
| b   | 2 | 0 | 0 | 2 |
| c   | 2 | 0 | 2 | 6 |
| d   | 6 | 4 | 2 | 0 |

Sütunlardaki en küçük rakam bulunduğu sütun elemanından çıkarılır.

| j\k | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|---|---|---|---|
| a   | 0 | 0 | 0 | 4 |
| b   | 0 | 0 | 0 | 2 |
| c   | 0 | 0 | 2 | 6 |
| d   | 4 | 4 | 2 | 0 |

Macar algoritmasına göre üç farklı atamanın değerleri aynıdır. Bu nedenle üç farklı sıralama elde edilir.

|     |   |   |   |   |     |   |   |   |   |     |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|
| j\k | 1 | 2 | 3 | 4 | j\k | 1 | 2 | 3 | 4 | j\k | 1 | 2 | 3 | 4 |
| a   | 0 | 0 | 0 | 4 | a   | 0 | 0 | 0 | 4 | a   | 0 | 0 | 0 | 4 |
| b   | 0 | 0 | 0 | 2 | b   | 0 | 0 | 0 | 2 | b   | 0 | 0 | 0 | 2 |
| c   | 0 | 0 | 2 | 6 | c   | 0 | 0 | 2 | 6 | c   | 0 | 0 | 2 | 6 |
| d   | 4 | 4 | 2 | 0 | d   | 4 | 4 | 2 | 0 | d   | 4 | 4 | 2 | 0 |

Cook ve Seiford tekniği ile sıralara olan uzaklıkları eşit üç farklı sıralama elde edilmiştir. Bu sıralamalar;  $cPbPaPd$ ,  $aPcPbPd$  ve  $bPcPaPd$  sıralamaları olup, sıralara olan uzaklıkları 14'e eşittir. Cook ve Seiford tekniği ile tek bir sıralama elde edilememiştir. Bu durum Cook ve Seiford tekniğinin ÇKKV problemlerinin sıralama toplulaştırması için uygun olmadığını gösteren bir örnektir.

### 1.8.8. Medyan sıralama tekniği

Medyan Sıralama tekniğinde öge bazlı gösterim kullanılır. Her alternatifin sıralamada aldığı değerler küçükten büyüğe doğru sıralanarak medyan değerleri elde edilir. En küçük medyan değerine sahip alternatif ilk sırada, en büyük medyan değerine sahip alternatif en son sırada yer alır. Medyan sıralama tekniğinin ÇKKV sıralama toplulaştırma problemi için kullanımı Tablo 1.7'de verilmiştir. Medyan sıralama tekniğine göre alternatif sıralamaları; cPbIaPd şeklinde olur.

*Tablo 1.7. Medyan sıralama tekniği ile elde edilen toplulaştırma sonuçları*

| Sıralama | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | Medyan |
|----------|-------|-------|-------|-------|--------|
| a        | 1     | 2     | 3     | 3     | 2.5    |
| b        | 2     | 3     | 1     | 4     | 2.5    |
| c        | 3     | 1     | 2     | 2     | 2      |
| d        | 4     | 4     | 4     | 1     | 4      |

### 1.8.9. Ortalama sıralama tekniği

Ortalama Sıra tekniğinde öge bazlı gösterim kullanılır. Her alternatifin sıralamada aldığı değerler toplanarak sıralama sayısına bölünür. En küçük ortalama değerine sahip alternatif ilk sırada, en büyük ortalama değerine sahip alternatif en son sırada yer alır.

*Tablo 1.8. Ortalama sıra tekniği ile elde edilen toplulaştırma sonuçları*

| Sıralama | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | Ortalama |
|----------|-------|-------|-------|-------|----------|
| a        | 1     | 2     | 3     | 3     | 2.25     |
| b        | 2     | 3     | 1     | 4     | 2.5      |
| c        | 3     | 1     | 2     | 2     | 2        |
| d        | 4     | 4     | 4     | 1     | 3.25     |

Ortalama sıra tekniğinin ÇKKV sıralama toplulaştırma problemi için kullanımı Tablo 1.8'de verilmiştir. Ortalama sıra tekniğine göre alternatif sıralamaları; cPaPbPd şeklinde olur.

### 1.8.10. Sıralı baskınlık teorisi

Sıralı Baskınlık Teorisi; birden fazla alternatif sıralaması arasındaki, mutlak baskınlık (dominance), baskınlık (being dominate), geçişlilik (transitiveness) ve eşitlik (equability) durumlarını dikkate alarak tek bir sıralama elde edilmesini sağlayan bir yöntemdir (Brauers ve Zavadskas, 2014, s. 181). Baskınlık temel karar teknikleri arasında yer alır. Brauers ve

Zavadskas (2011), baskınlığı kullanarak MULTIMOORA içerisinde yer alan tekniklerden bütünleşik sıralamalar elde etmiştir.

Sıralı Baskınlık Teorisi kullanılarak yapılan alternatif toplulaştırılmasında; üç sıralama için alternatif sıraları (1,1,1) şeklinde ise, bu alternatif diğerlerine mutlak baskındır. aPbPcPd gibi bir sıralamanın olması durumunda, üç alternatiften ikisinin baskın olması durumu genel baskınlık olarak nitelendirilir. Örneğin; (d-a-a), (c-b-b) sıralamasına baskındır. (a-d-a), (b-c-b) sıralamasına baskındır. (a-a-d), (b-b-c) sıralamasına baskındır. Geçişlilik durumu; “a” alternatifi “b” alternatifine, “b” alternatifi de “c” alternatifine baskın ise “a” alternatifi “c” alternatifine baskındır şeklinde gerçekleşir. Eşitlik durumu ise, alternatif sıralamaları arasında yukarıdaki üç durumun olmadığı durumlarda vardır. Sıralı baskınlık teorisi, alternatif sayısının az olduğu durumlarda kullanışlı bir toplulaştırma aracıdır fakat alternatif sayısının çok olması durumunda toplulaştırma işlemi zorlaşmaktadır.

*Tablo 1.9. Sıralı Baskınlık Teorisi ile elde edilen toplulaştırma sonuçları*

| Sıralama | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | Sonuç    |
|----------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 1        | a     | c     | b     | d     | -        |
| 2        | b     | a     | c     | c     | Baskın c |
| 3        | c     | b     | a     | a     | Baskın a |
| 4        | d     | d     | d     | b     | Baskın d |

Tablo 1.9’da verilen dört alternatif sıralaması toplulaştırıldığında; c,a,d alternatifleri buldukları sırada baskın alternatiflerdir. “b” (1,2,3,4) alternatifi ise “d” (1,4,4,4) alternatifine baskın ve “a” (1,2,3,3) alternatifi de b alternatifine baskındır. Bu nedenle cPaPbPd sıralaması elde edilmektedir.

### 1.8.11. Özdeğer fonksiyonu

Özdeğer fonksiyonu sıralamaların toplulaştırılmasında da kullanılmaktadır. AHP tekniğine benzer olarak ikili karşılaştırma matrisine dayanmaktadır. Bu ikili karşılaştırma matrisinin özdeğerleri bulunur. Özdeğerlerin sıralanması ile toplulaştırma gerçekleştirilir.

$x_i, x_j \in A$  ve  $n_{ij}$ ,  $x_i$ ’yi  $x_j$ ’ye tercih edenlerin sayısı olmak üzere; Özdeğer fonksiyonunun adımları aşağıdaki gibidir.

**Adım 1:** Tercihlerin birbirine göre tercih durumları karşılaştırma matrisine eklenir.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \frac{n_{12}}{n_{21}} & \dots & \frac{n_{1m}}{n_{m1}} \\ \frac{n_{21}}{n_{12}} & 1 & \dots & \frac{n_{2m}}{n_{m2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{n_{m1}}{n_{1m}} & \frac{n_{m2}}{n_{2m}} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

**Adım 2:** D matrisinin özdeğerlerinin hesaplanması.

D matrisinin özdeğerlerinin hesaplanması eşitlik (8) kullanılarak yapılır. I, birim matrisi ifade etmektedir.

$$(D - I\lambda) = 0$$

**Adım 3:** Bulunan özdeğerler her sıradaki alternatifin karşılığı olarak sıralanır.

Tablo 1.4'te verilen alternatif sıralamaları Özdeğer fonksiyonuyla toplulaştırılmıştır. Özdeğer fonksiyonu ile toplulaştırmada da öncelikle alternatiflerin ikili olarak karşılaştırılması gerekir. Bu karşılaştırma alternatiflerin birbirlerine göre üstünlük sayılarına dayanır. Aşağıda ikili karşılaştırmalar verilmiştir.

$$\#\{i : aP_i b\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : bP_i a\} = 1$$

$$\#\{i : aP_i c\} = 1, \#\{i : cP_i a\} = 1+1+1 = 3$$

$$\#\{i : aP_i d\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : dP_i a\} = 1$$

$$\#\{i : bP_i c\} = 1+1 = 2, \#\{i : cP_i b\} = 1+1 = 2$$

$$\#\{i : bP_i d\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : dP_i b\} = 1$$

$$\#\{i : cP_i d\} = 1+1+1 = 3, \#\{i : dP_i c\} = 1$$

İkili karşılaştırma sonuçları ile D matrisi oluşturulur.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1/3 & 3 \\ 1/3 & 1 & 2/2 & 3 \\ 3 & 2/2 & 1 & 3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1 \end{vmatrix}$$



Özdeğerlerin belirlenmesi için eşitlik (8) kullanılarak  $\lambda$  değerleri bulunur.

$$|D - I\lambda| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 & 1/3 & 3 \\ 1/3 & 1-\lambda & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1-\lambda & 3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$|D - I\lambda|$  determinantının hesaplanması sonucunda,  $\lambda^4 - 4\lambda^3 - 9,7x = 0$  elde edilir. Bu denklemin kökleri matris için bir özdeğerdir. En büyük değere sahip özdeğerin belirlenmesi gerekir. Denklemin çözülmesi sonucunda en büyük değere sahip  $\lambda = 4,48$ 'dir.  $|D - I\lambda|$  matrisinde yerine yazıldığında, denklem sisteminin çözümü sonucunda  $w^T = (0.1004, 0.0872, 0.1078, 0.0380)$  değerleri elde edilir.

$$\begin{vmatrix} -3.48 & 3 & 1/3 & 3 \\ 1/3 & -3.48 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -3.48 & 3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & -3.48 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{vmatrix} = 0$$

Buna göre elde edilen alternatif sıralaması en büyük değerden başlanarak sıralanır. Özdeğer fonksiyonuna göre alternatif sıralamaları;  $cPaPbPd$  şeklinde olur.

### 1.9. ÇKKV Problemlerinde Toplulaştırma Sonuçlarının Karşılaştırılması

Alternatifler farklı niteliklere göre sıralanabilir. Alternatiflerin farklı niteliklere göre sıralanması durumunda bu sıralamalar arasındaki ilişkiyi belirlemek için sıralaması yapılan alternatif kümesi arasındaki uzaklıklardan yararlanılır. Bu uzaklıklardan yararlanabilmek için uzaklığın ölçülebilir olması gerekir. Alternatiflerin sıralanmasında benzerlik ve uyumsuzluk değerlerinden yararlanılır.  $i$  ve  $j$  iki alternatif olmak üzere, bu alternatifler arasındaki benzerlik  $s_{ij}$  olarak gösterilir.  $i$  ve  $j$  gibi iki alternatif arasındaki uyumsuzluk uzaklık olarak adlandırılır ve  $d_{ij}$  şeklinde gösterilir. Benzerlik ve uzaklık arasındaki ilişki ters yönlüdür. Biri artarken diğeri azalır veya biri azalırken diğeri artar. Uzaklık ve benzerlik arasındaki ilişki eşitlik (9)'da verilmiştir (Bandyopadhyay ve Saha, 2012, s. 60).

$$d_{ij} + s_{ij} = 1$$

İki alternatif arasındaki uzaklık, aşağıdaki şartları sağlaması durumunda metrik olarak nitelendirilir. Her metrik bir uzaklıktır fakat her uzaklık bir metrik değildir. Bir uzaklığın metrik olması için aşağıdaki şartları sağlaması gerekir.

- 1-  $d_{ij} \geq 0$
- 2-  $d_{ii} = 0$
- 3-  $d_{ji} = d_{ij}$
- 4-  $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{jk}$

Uzaklık ölçümleri veri tipine göre veya ölçme düzeyine göre 4 kategoride incelenebilir. Bunlar; kategorik (nominal), sıralı (ordinal) ve sayısal veri (oranlı ve aralıklı) tipleridir. Literatür incelendiğinde sıralamalar arasındaki ilişkinin belirlenmesi için en fazla kullanılan uzaklık ölçme yöntemleri; Kendall tau uzaklığı, Kendall W uyum katsayısı, Spearman rho uzaklığı ve Kemeny uzaklığı yöntemleridir.

### 1.9.1. Kendall $\tau$ (tau) uzaklığı

Kendall  $\tau$  (tau) uzaklığı, aynı elemanlara sahip farklı iki sıralama arasındaki uzaklıkları hesaplamak için bu elemanların birbirine karşı uyumsuzluk durumlarını dikkate alır. Buna göre karşılaştırılan iki sıralama, bu iki sıralamaya ait ikili alt kümelerden uyumsuz olanların sayısı kadar birbirinden uzaktır (Kendall, 1948, s. 4). S kümesi üzerinde uyum kümesi C ve uyumsuzluk kümesi D ile gösterilmek üzere; bu kümenin elemanları eşitlik (10 - 11)'de belirtilen biçimde tanımlanır:

$$C = \{(i, j) \in S \times S : i < j, \tau_1(i) < \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) < \tau_2(j) \vee \tau_1(i) > \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) > \tau_2(j)\}$$

$$D = \{(i, j) \in S \times S : i < j, \tau_1(i) > \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) < \tau_2(j) \vee \tau_1(i) < \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) > \tau_2(j)\}$$

Kendall  $\tau$  uzaklığı ve Kendall  $\tau$  sıra korelasyon katsayısı C uyum seti ve D uyumsuzluk seti olmak üzere eşitlik (12) ve eşitlik (13) yardımı ile hesaplanır (Kendall, 1948, s.5).

$$d_k(\tau_1, \tau_2) = |D|$$

$$\tau = \frac{C - D}{C + D} = \frac{2C}{C + D} - 1 = 1 - \frac{2D}{C + D}$$

P (prefered) tercih edilme durumunu göstermek üzere;  $aPcPdPb$  ve  $aPdPbPc$  gibi iki sıralama için Kendall  $\tau$  uzaklığı Tablo 1.10'daki uyum ve uyumsuzluk sayıları bulunarak hesaplanır.

Tablo 1.10. Sıralamalar arası uyum ve uyumsuzluk tablosu

| Sıralama 1 | Sıralama 2 | Uyum | Uyumsuzluk |
|------------|------------|------|------------|
| a>c        | a>c        | x    |            |
| a>d        | a>d        | x    |            |
| a>b        | a>b        | x    |            |
| c>d        | d>c        |      | x          |
| c>b        | b>c        |      | x          |
| d>b        | d>b        | x    |            |
|            | Toplam     | 4    | 2          |

Tabloda görüldüğü üzere uyumsuz olan ikili karşılaştırma sayısı 2 olduğundan bu iki sıralama arasındaki uzaklık 2'dir. Kendall  $\tau$  sıra korelasyon katsayısı ise;

$$\tau = \frac{4-2}{6} = \frac{2.4}{6} - 1 = 1 - \frac{2.2}{6} = 0.33 \text{ olarak bulunur.}$$

### 1.9.2. Spearman $\rho$ (rho) uzaklığı

İki sıralı vektör arasındaki Öklid uzaklığının karesine Spearman  $\rho$  uzaklığı denir (Bandyopadhyay ve Saha, 2012, s. 67). İki vektör arasındaki Spearman  $\rho$  (rho) uzaklığı ve Spearman  $\rho$  (rho) sıra korelasyon katsayısı sırasıyla eşitlik (14) ve eşitlik (15) ile hesaplanır.

$$d_{i,j} = \sum_{v=1}^n (x_{iv} - x_{jv})^2$$

$$\rho_{A,B} = 1 - \frac{6d_{A,B}}{(n^3 - n)}$$

A = {1,2,3} ve B = {3,1,2} olmak üzere iki sıralama vektörü olsunlar. Bu iki sıralama vektörü arasındaki uzaklık;

$$d_{A,B} = \sum_{v=1}^n (x_{iv} - x_{jv})^2 = (1-3)^2 + (2-1)^2 + (3-2)^2 = 4 + 1 + 1 = 5 \text{ olur.}$$

Spearman sıra korelasyon katsayısı ise;

$$\rho_{A,B} = 1 - \frac{6d_{A,B}}{(n^3 - n)} = 1 - \frac{6.5}{(3^3 - 3)} = 1 - \frac{30}{24} = -0.25 \text{ olarak bulunur.}$$

### 1.9.3. Kemeny uzaklığı

Kemeny uzaklığı, Kendall  $\tau$  uzaklığı'nı temel alan bir uzaklıktır. İki sıralama  $(R_1, R_2)$  arasındaki Kemeny uzaklığının hesaplanması eşitlik (16)'da gösterilmiştir.

$$d(R_1, R_2) = |(R_1 / R_2) \cup (R_2 / R_1)|$$

$(R_1 / R_2)$ ,  $R_1$  ile  $R_2$  arasındaki uyumsuz ikililerdir. Benzer şekilde;  $(R_2 / R_1)$   $R_2$  ile  $R_1$  arasındaki uyumsuz ikililerdir. Örneğin; üç alternatif için aşağıdaki sıralamalar arasındaki uzaklık, uyumsuz ikililerin sayısıdır. Aşağıda verilen sıralamalar arasındaki Kemeny uzaklıkları bulunmuştur

*Tablo 1.11. Kemeny uzaklıkları hesaplanan sıralamalar*

| $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ |
|-------|-------|-------|
| a     | b     | c     |
| b     | a     | b     |
| c     | c     | a     |

$R_1$  ve  $R_2$  arasındaki uyumsuz çiftlerin kümesi yani  $(R_1 \setminus R_2) = \{(a,b)\}$  ve  $(R_2 \setminus R_1) = \{(b,a)\}$  iki küme birleşimi ise;  $(R_1 \setminus R_2) \cup (R_2 \setminus R_1) = \{(a,b), (b,a)\}$  olur. Birleşim kümesinin eleman sayısı;  $|(R_1 \setminus R_2) \cup (R_2 \setminus R_1)| = \{(a,b), (b,a)\} = 2$ . Benzer olarak;  $(R_1 \setminus R_3) = \{(a,b), (b,c), (a,c)\}$  ve  $(R_3 \setminus R_1) = \{(c,b), (c,a), (b,a)\}$  olur ve  $|(R_1 \setminus R_3) \cup (R_3 \setminus R_1)| = 6$  iki sıralama arasındaki uzaklık olur.

### 1.9.4. Kendall W uyum katsayısı

Kendall W uyum katsayısı (W testi), bir nesne grubunu değerlendiren üç veya daha fazla karar vericinin/gözlemcinin değerlendirmeleri arasındaki uyumu belirlemek amacıyla kullanılan parametrik olmayan bir testtir (Kendall ve Smith, 1939, s.275; Legendre, 2005, s.228). Kendall ve Smith (1939) “öğrenciler tarafından bir dizi şiiir parçası tercih sırasına göre sıralanırsa, sıralamalar öğrencilerin ortak şiiir zevklerine sahip oldukları varsayımını destekliyor mu ve eğer öyleyse güçlü bir oybirliği derecesi var mı yoksa sadece zayıf bir derece mi?” biçiminde ifade ettikleri problemlere çözüm getirmek amacıyla W testini önermişlerdir. W testinin hipotezleri aşağıdaki gibidir;

$H_0$ : Sıralamalar arasında uyum yoktur,

$H_1$ : Sıralamalar arasında uyum vardır.

W testinin uyum derece skalası Tablo 1.12'de verilmiştir (Duleba ve Moslem, 2018, s.5).

*Tablo 1.12. Kendall W testi uyum derecesi skalası*

| W    | Açıklama      |
|------|---------------|
| 0    | Uyum yok.     |
| 0.10 | Zayıf uyum    |
| 0.30 | Orta uyum     |
| 0.60 | Güçlü uyum    |
| 1    | Mükemmel uyum |

W testinin işlem adımları, p; karar verici sayısı, n; sıralanan nesne sayısı olmak üzere aşağıdaki gibidir (Legendre, 2005, s.229);

$$S = \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2$$

$$T = \sum_{k=1}^m (t_k^3 - t_k)$$

$$W = \frac{12S}{p^2(n^3 - n) - pT}$$

W testi, Friedman testinin iki yönlü varyans analizinin standartlaştırılmış hali olup, her iki testte de ki-kare test istatistiği kullanır (Kendall ve Smith, 1939, 277). Friedman ki-kare testinin W test değeri ile nasıl elde edildiği eşitlik (20)'de gösterilmiştir (Legendre, 2005, s.331).

$$\chi_w^2 = p(n-1)W$$

W test değeri kullanılarak ortalama Spearman sıra korelasyon değeri elde edilebilir. W test değeri ile ortalama Spearman sıra korelasyon değerinin elde edilmesi de eşitlik (21)'de verilmiştir (Field, 2014, s. 2).

$$\bar{r}_s = \frac{pW - 1}{p - 1}$$

W testinin çözüm adımları S, sıralama; A, alternatif olmak üzere  $p=5$  ve  $n=5$  için aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

Tablo 1.13. W testi çözüm adımları tablosu

|                | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | A <sub>4</sub> | A <sub>5</sub> | Toplam |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------|
| S <sub>1</sub> | 1,5            | 3,5            | 1,5            | 3,5            | 5              | 6+6=12 |
| S <sub>2</sub> | 2              | 4              | 1              | 4              | 5              | 0      |
| S <sub>3</sub> | 2,5            | 2,5            | 1              | 4,5            | 4,5            | 6+6=12 |
| S <sub>4</sub> | 2              | 3              | 1              | 4              | 5              | 0      |
| S <sub>5</sub> | 2              | 4              | 1              | 3              | 5              | 0      |
| Toplam         | 10             | 17             | 5,5            | 18             | 24,5           | 24     |

A: alternatif, S: Sıralama

W testinde karar vericilerin/gözlemcilerin satırlarda, nesnelerin ise sütunda olması gerekir. Her alternatif satırlarda aldığı değerlerin toplanmasından sonra bu değerlerin ortalamalarının hesaplanması gerekir. Daha sonra eşitlik (17) ile bu değerlerin fark kare toplamları elde edilir;

$$S = \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 = (10-15)^2 + (10-17)^2 + (10-5,5)^2 + (10-18)^2 + (10-24,5)^2 = 218,5$$

S<sub>1</sub> ve S<sub>3</sub> sıralamalarında aynı sıraya atanan alternatifler olduğundan T değerlerinin hesaplanması gerekir. S<sub>1</sub> sıralamasında 4 alternatif ikişerli olarak aynı sıraya atanmıştır. Bu nedenle A<sub>1</sub>, A<sub>3</sub> ve A<sub>2</sub>, A<sub>4</sub> için eşitlik (18)'de verilen T değerlerinin hesaplanması gerekir. S<sub>1</sub> sıralaması için hesapladığımızda;

$$T_{S1} = \sum_{k=1}^m (t_k^3 - t_k) = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 6 + 6 = 12.$$

S<sub>3</sub> sıralamasında da aynı sıraya atanan iki farklı alternatif olduğu için aynı sonuç elde edilir.

$$T_{S1} + T_{S2} = 12 + 12 = 24$$

Aynı sıralamada 3 alternatifin aynı sıraya atanması durumunda ise aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$T = \sum_{k=1}^m (t_k^3 - t_k) = (3^3 - 3) = 24 \text{ olarak hesaplanır.}$$

Gerekli bütün değerler hesaplandıktan sonra eşitlik (19) ile  $W$  test değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$W = \frac{12S}{p^2(n^3 - n) - pT} = \frac{12(218,5)}{5^2(5^3 - 5) - 5(24)} = \frac{2622}{2880} = 0.9104$$

Tablo 1.12'ye göre beş sıralama arasındaki uyumun güçlü hatta mükemmel yakın bir uyum olduğu söylenebilir.

## 2. Çok Kriterli Karar Verme Problemleri İçin Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği Önerisi

ÇKKV teknikleri analitik süreçlerden oluşmaktadır. ÇKKV tekniklerinin bu süreçleri sonuçlandırmada kullandığı normalizasyon teknikleri, kriter ağırlıklandırması, optimum veya referans noktasının belirlenmesi gibi matematiksel adımlar birbirinden farklıdır. Bu farklılıklar aynı problem için kullanılan ÇKKV tekniklerinin farklı sonuçlar vermesine neden olmaktadır.

Bir problem için en iyi ya da optimum sonucu veren bir ÇKKV tekniğinin olduğunu söylemek imkansızdır. Guitouni ve Mertel (1998, s.502), ÇKKV tekniklerinin, ele alınan probleme ilişkin çözüm önerilerini bulmaya yardımcı olduğunu belirtmiştir. Diğer taraftan Triantaphyllou (2000, s. 199), hangi problem için hangi ÇKKV tekniğinin kullanılması gerektiğini belirleyen bir ÇKKV tekniğinin bulunmamasını bir paradoks olduğunu açıklamıştır. ÇKKV problemlerinde ÇKKV teknikleri ile optimum çözüme ulaşamaması, problem çözümü için uygun tekniğin kesin olarak belirlenememesi nedeniyle birçok problemde birden fazla tekniğin uygulandığı gözlenmektedir. Birden fazla ÇKKV tekniğinin kullanıldığı problemlerde elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış veya bu sonuçlar toplulaştırma teknikleri ile tek bir çözüme dönüştürülmüştür.

Toplulaştırma teknikleri, ÇKKV problemlerinde birden fazla tekniğin kullanımı ile elde edilen sıralamaların tek bir sıralamaya dönüştürülmesi amacıyla kullanılmaktadır. Genel olarak toplulaştırma tekniklerinden, grup karar vermede karar vericilerin tek bir sıralama üzerinden görüş birliğine ya da sosyal seçimlerde konsensüse varılamadığı durumlarda bütünleşik



sıraya ulaşmak için yararlanılmaktadır. Bu amaçla kullanılan toplulaştırma tekniklerinde; alternatiflerin sıralamaları arasındaki uzaklıklardan yararlanılması, alternatiflerin ikili karşılaştırılması, alternatiflere buldukları sıraya uygun olarak puan verilmesi veya bu kurallardan birkaç tanesinin birlikte kullanılması işlemlerinden biri uygulanmaktadır. Bu işlem karmaşık bir işlemdir. Toplulaştırma işlemi karmaşık hale getiren iki durum söz konusudur. Bunlar sırasıyla sıralama sayısının çok, alternatif sayısının çok az veya çok sayıda olmasıdır. Sıralama sayısının çok olması ikili karşılaştırmaların yapılmasını ve baskınlığa dayanan toplulaştırma tekniklerinde de alternatif sıralamalarının belirlenmesini zorlaştırmaktadır. Alternatif sayısının çok veya az sayıda olması durumu ise aynı sıraya atanan birden fazla alternatife neden olabilmektedir. Örneğin; Copeland tekniğinde, alternatif sıralamaları toplulaştırılırken, her alternatifin basit çoğunlukla galip gelme sayısı ile basit çoğunlukla galip gelememesi arasındaki fark dikkate alınarak sıralama yapılmaktadır. Bu fark çoğu zaman aynı olabilmekte ve alternatifler aynı sıraya atanabilmektedir. Benzer olarak; Nanson tekniğinde en düşük Borda puanına sahip alternatif veya alternatifler elenmektedir. Nanson tekniğinde aynı anda elenen alternatifler birden fazla ise, bunlar aynı sıraya atanmaktadır. Bununla birlikte Dodgson tekniğinde alternatifler karşılaştırılırken, basit çoğunlukla yenik olan alternatifin, basit çoğunlukla galip gelmesi için en az kaç tercih değişikliğine ihtiyacı olduğuna bakılmaktadır ve bu durumda en az değişikliğe ihtiyaç duyan alternatif ilk sıraya alınarak alternatif sıralaması gerçekleştirilmektedir. Dodgson tekniğinin temelini oluşturan bu karşılaştırmalar sonucunda alternatiflerin basit çoğunlukla galip gelebilmesi için ihtiyaç duyduğu tercih değişikliği sayısı birden fazla alternatifte aynı olmaktadır. Tercih değişikliği sayısının aynı olması ise alternatiflerin aynı sıraya atanmasına neden olmaktadır.

Alternatif sayısının çok olması toplulaştırma tekniklerinin uygulanmasını karmaşıklaştırmakta veya imkânsız hale getirmektedir. Örneğin; alternatif sayısının çokluğu baskınlık kullanılarak tam bir karşılaştırma yapılamamasına ve sıralama işleminde nesnelliğinin ortadan kalkmasına neden olmaktadır. Borda tekniğinde de alternatif sayısının artması, çoğu zaman aynı sıraya atanan alternatif sayısını artırmakta ve tam sıralama elde edilmesinin önüne geçilmektedir.

Toplulaştırma tekniklerinde, yukarıda sayılan durumlar tam bir sıralama oluşmasına engel olmaktadır. Aşağıda detayları verilerek geliştirilen *Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği* bu durumlarda karşılaşılan problemleri en aza indirmek için önerilmektedir.

## 2.1. Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği

Çok kriterli karar verme problemlerinin toplulaştırılmasında genellikle sosyal tercih fonksiyonları veya problemin yapısına bağlı özgün toplulaştırma tekniklerinin uygulandığı görülmüştür. ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında kullanılan sosyal tercih fonksiyonları ve diğer toplulaştırma teknikleri ile genellikle tam sıralama elde edilememektedir. Diğer bir deyişle; aynı sıraya atanan birden çok alternatifin olduğu görülmektedir. Bununla beraber ÇKKV problemleri için kullanılan toplulaştırma tekniklerinin kullanımı genellikle karmaşık veya ek işlemler gerektirmektedir.

ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında, önceki bölümlerde dile getirilen sorunları ortadan kaldırmak veya en aza indirmek amacıyla, işlem kolaylığı sağlayan ve dışarıdan herhangi bir tekniğin eklenmesine ihtiyaç duymayan Referans Alternatif Temelli Toplulaştırma Tekniği (RAT) önerilmiştir. RAT'ın işlem adımları aşağıda verilmiştir.

**Adım 1:** Sıralama matrisinin oluşturulması.

İlk adımda  $m$  tane alternatif için farklı  $n > 2$  tane sıralamaya sahip sıralama matrisi oluşturulur. Sıralamalar problemin çözümünde kullanılan ÇKKV tekniklerinin çözümlerinden oluşmaktadır. Eşitlik (22)'de verilen  $A$  matrisi; sütunlarda sıralamalar, satırlarda ise alternatifler yer almaktadır.

$$A = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

**Adım 2:** Referans alternatifin belirlenmesi.

$A$  sıralama matrisinde referans alternatif olarak ilk alternatif seçilir. Referans alternatif diğer tüm alternatiflerle karşılaştırılacak alternatiftir.

**Adım 3:** Alternatiflerin değerlerinin bulunması.

Bütün alternatiflerin değeri, referans alternatife göre belirlenir. Referans alınan alternatifin değeri her zaman sıfırdır yani;  $A_1 = 0$ 'dır.  $k = \{1, 2, \dots, m\}$  alternatifler kümesi olmak üzere;  $A_1, A_2, \dots, A_m$  değerleri eşitlik (23) ile bulunur.

$$A_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{sgn}(r_{1j} - r_{ki}) \sqrt{|r_{1j}^2 - r_{ki}^2|}$$

**Adım 4:** Alternatiflerin toplulaştırılması.

Her alternatifte ait değer eşitlik (23) ile hesaplandıktan sonra bu değerlerin büyükten küçüğe doğru sıralanması ile alternatiflerin toplulaştırması tamamlanır.

**2.2. RAT tekniğinin Sosyal Tercihlerin Topluşturulmasında Kullanımı**

RAT tekniği sosyal tercihlerin toplulaştırılmasında da kullanılabilir. RAT tekniği; ek bir tekniğe, alternatiflerin ikili karşılaştırılmasına veya puanlamaya ihtiyaç duymaması bakımından diğer toplulaştırma tekniklerine göre hızlı çözümler üretebilmektedir. Sosyal tercih problemlerinde kullanılabilmesi için, her bir sıralamayı tercih eden kişi (oy veren) sayısı, tercihlerin oluşmasını sağlayan kişi sayısı toplamına bölünür. Elde edilen bu değerler, kişilerin o sıralamayı tercih etme yoğunluğunu / ağırlılığını belirtir. Bu işlemden sonra önerilen teknik ile toplulaştırma adımları aşağıdaki gibidir.

**Adım 1:** Tercih matrisinin oluşturulması

k tane karar vericinin m tane alternatifi belirli kriterler bağlamında sıraladığı tercih matrisi B olsun. Eşitlik (24)'teki B matrisinde; satırlarda alternatifler ve sütunlarda sıralamalardan oluşur.

$$B = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mk} \end{bmatrix}$$

**Adım 2:** Tercih ağırlılıklarının belirlenmesi

Sıralama matrisindeki her bir sütun, karar vericilerin tercih ettiği bir sıralamayı gösterir. Sıralamaların ağırlılıkları, o sıralama için tercihte bulunan kişi sayısının toplam tercih yapan kişi sayısına oranı ile elde edilir.

$s$ , tercih edilen farklı alternatif sıralamaları;  $v_s$ ,  $s$ . sıralamayı tercih edenlerin sayısı ve  $V$ ; sıralamalar için tercihte bulunanların toplam sayısı olmak üzere, eşitlik (25) ile her bir sıralamanın tercih edilme ağırlılığı elde edilir.

$$w_s = \frac{v_s}{V}$$

### Adım 3: Ağırlıklandırılmış tercih matrisinin oluşturulması

Eşitlik (25) kullanılarak elde edilen  $w_s$  değerleri bulunduğundan sonra, bulunduğu sütuna ait değerler ile çarpılır ve ağırlıklandırılmış tercih matrisi eşitlik (26)'da gösterildiği üzere elde edilir.

$$T = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \cdots & w_s r_{1s} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \cdots & w_s r_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \cdots & w_s r_{ms} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1j} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdots & t_{mj} \end{bmatrix}$$

### Adım 4: Tercihlerin toplulaştırılması

T ağırlıklandırılmış sıralama matrisi değerleri elde edildikten sonra eşitlik (27) kullanılarak tercih toplulaştırma işlemi yapılır.

$$A_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{sgn}(t_{1j} - t_{ki}) \sqrt{|t_{1j}^2 - t_{ki}^2|}$$

En yüksek  $A_k$  değerine sahip alternatif ilk sırayı alacak şekilde sonuçlar büyükten küçüğe doğru sıralandıktan sonra toplulaştırma işlemi tamamlanır.

### 2.3. RAT Tekniğinin Geometrik Yorumu

RAT tekniği ile alternatiflerin toplulaştırılmasında öncelikle ilk alternatif referans alternatif olarak belirlenir. RAT tekniği ile alternatiflerin, referans alternatife göre hangi sıra değerine sahip olduğu; referans alternatifin bulunduğu sıra değerinden önce veya sonra yer almasına göre belirlenir. Alternatiflerin toplulaştırılması işlemi eşitlik (23) ile gerçekleştirilir. Eşitlik (23)'e göre referans alternatif ile diğer alternatiflerin her bir sıralamada aldığı değerlerin kareleri farkının mutlak değerinin karekökü alınır. Referans alternatifin sıralamalarındaki konumu (sıra değeri-kaçıncı sırada olduğu) ile diğer alternatiflerin sıralamalarındaki konumunu belirlemek amacıyla işaret (signum) fonksiyonu kullanılmıştır. İşaret fonksiyonu belirli bir sıralama için referans alternatifin o sıralamada aldığı sıra değeri ile karşılaştırılan alternatifin o sıralamada aldığı sıra değerinin önce veya sonra olma ilişkisini belirler. Özetle; işaret fonksiyonu ile belirli bir sıralama için referans alternatifin sıra değerinin diğer alternatifin sıra değerine göre baskın veya zayıf tercih olduğunu belirlemek amacıyla kullanılır. Referans alternatifin sıralamada aldığı sıra değeri karşılaştırılan alternatifin aynı sıralamada aldığı

sıra değerine baskınsa (önce tercih edilmişse) negatif, baskın değilse pozitif işaret alır.

RAT tekniği iki daire alanı arasındaki farkın hesaplanması dikkate alınarak oluşturulmuştur. İki noktanın sahip olduğu sayısal değerler dairenin yarıçapı şeklinde ele alınarak bu iki daire alanları arasındaki farkın yine bir daire alanı olması durumunda sahip olacağı yarıçap değeri bu iki nokta arasındaki uzaklık olarak alınmıştır. Bu şekilde iki nokta arasındaki mesafenin artırılması ve buna bağlı olarak toplulaştırma işlemlerinde alternatifler arasında tam sıralama elde edilme olasılığının güçlendirilmesi amaçlanmıştır. Daha açık bir ifadeyle; iki daire alanı arasındaki farkın yine bir daire alanı olarak ele alınması durumunda oluşan dairenin yarıçap büyüklüğü, bu iki nokta arasındaki Öklid uzaklığından daha büyüktür.

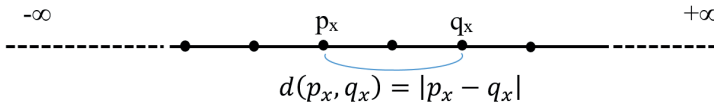
$p_x, q_x > 1$  ve  $p_x \neq q_x$  olmak üzere,

$$\sqrt{|p_x^2 - q_x^2|} > \sqrt{(p_x - q_x)^2} \text{ eşitsizliği her zaman doğrudur.}$$

Tek boyutta ve noktaları için Öklid uzaklığının hesaplanması eşitlik 28'de verilmiştir.

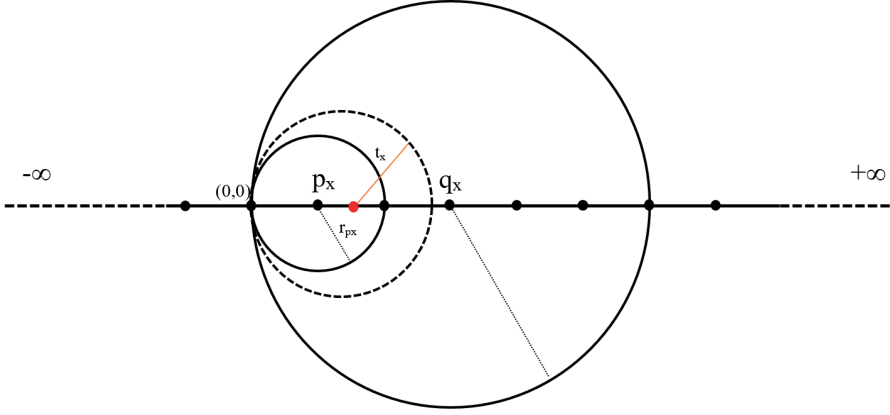
$$d(P, Q) = \sqrt{(p_x - q_x)^2} = |p_x - q_x|$$

Öklid uzayında tek boyutta  $p_x$  ve  $q_x$  gibi iki nokta ve bu noktalar arasındaki uzaklıkların gösterimi Şekil 2.1'de gösterilmiştir.



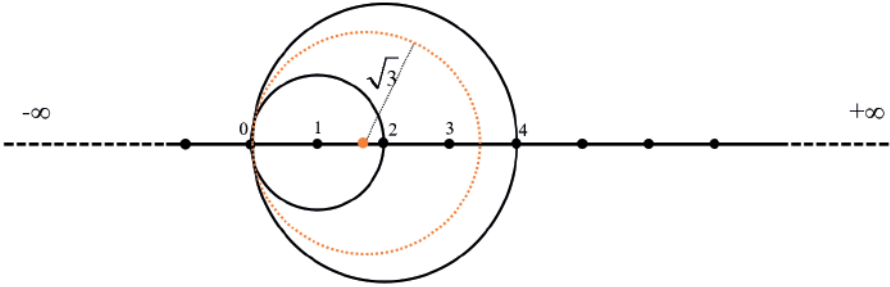
Şekil 2.1: Tek boyutta Öklid uzaklığının hesaplanması

$p_x$  ve  $q_x$  noktalarının daire yarıçapı şeklinde ele alınarak bu dairelerin alanları farkının bir daire şeklinde ele alınması durumunda sahip olacağı yarıçap da Şekil 2.2'de verilmiştir. Şekil 2.2'ye göre  $p_x$  ve  $q_x$  yarıçaplarına sahip iki dairenin farkları  $t_x$  yarıçapına sahip bir daire şeklinde gösterilebilir.



Şekil 2.2. İki daire alanı arasındaki farkın bir daire olarak gösterimi sonucunda elde edilen yarıçap

Şekil 2.2 ile şekil 2.3 arasındaki farkın daha iyi anlaşılabilmesi için şekil 2.4'te belirli sayısal değerler üzerinden örneklendirilmiştir. Yarıçapları 1 ve 2 olan iki dairenin alanları farkı;  $|\pi 1^2 - \pi 2^2| = \pi |1 - 4| = 3\pi = \pi(\sqrt{3})^2$  şeklinde olur.  $\sqrt{3}$  değeri, 1 ve 2 yarıçaplı dairelerin alanları farklarının bir daire şeklinde ele alınması sonucunda sahip olacağı yarıçapı göstermektedir.



Şekil 2.3. İki daire alanı arasındaki farkın hesaplanması

RAT tekniğinde referans alternatifin sıralamalarda aldığı sıra değerleri ile diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerleri şekil 2.3'te gösterildiği ve şekil 2.4'te örneklendiği gibi işleme tabi tutulur ve bu temelde toplulaştırma işlemi gerçekleştirilir.

RAT tekniğinde kullanılan eşitlik (23)'ün açılımı verilmiştir. Eşitlik (23)'e göre referans alternatifin değeri  $A_1$  sıfır (0) olmaktadır.  $A_1$  alternatifi dışındaki alternatiflerin değerleri  $A_1$  alternatifine göre belirlenir.  $n$  tane sıralama ve  $k=1,2,\dots,m$  tane alternatiften oluşan bir toplulaştırma işleminde

$z_{ki}$  değeri, referans alınan alternatifin sıralamalarda aldığı sıra değerleri ile diğer alternatiflerin sıralamada aldığı sıra değerlerinin kareleri farklarının karekökü toplamlarını göstermektedir. Örneğin;  $z_{k1}$  referans alternatifin ilk sıralamada aldığı sıra değerinin karesi ile k. alternatifin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farklarının karekökü toplamlarını göstermektedir. Benzer olarak  $z_{k2}$ ; referans alternatifin ikinci sıralamada aldığı değer karesi ile k. alternatifin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farklarının karekökü toplamlarını göstermektedir. Bu şekilde işlem devam ettirilerek referans alternatifin n. sıralamada aldığı sıra değerinin karesi ile k. alternatifin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farklarının karekökü toplamları olan  $z_{kn}$  değeri bulunduktan sonra bu değerler toplanır. Bulunan bu değer referans alternatifin k. alternatif göre hangi sırada olduğunu gösterir.

$$\begin{aligned}
 A_k &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{sgn}(r_{ij} - r_{ki}) \sqrt{|r_{ij}^2 - r_{ki}^2|} \\
 &= \sum_{i=1}^n (\text{sgn}(r_{i1} - r_{k1}) \sqrt{|r_{i1}^2 - r_{k1}^2|} + \text{sgn}(r_{i2} - r_{k2}) \sqrt{|r_{i2}^2 - r_{k2}^2|} + \dots + \text{sgn}(r_{in} - r_{kn}) \sqrt{|r_{in}^2 - r_{kn}^2|}) \\
 &= \underbrace{\text{sgn}(r_{11} - r_{k1}) \sqrt{|r_{11}^2 - r_{k1}^2|} + \text{sgn}(r_{12} - r_{k2}) \sqrt{|r_{12}^2 - r_{k2}^2|} + \dots + \text{sgn}(r_{1n} - r_{kn}) \sqrt{|r_{1n}^2 - r_{kn}^2|}}_{z_{k1}} + \\
 &\quad \underbrace{\text{sgn}(r_{21} - r_{k1}) \sqrt{|r_{21}^2 - r_{k1}^2|} + \text{sgn}(r_{22} - r_{k2}) \sqrt{|r_{22}^2 - r_{k2}^2|} + \dots + \text{sgn}(r_{2n} - r_{kn}) \sqrt{|r_{2n}^2 - r_{kn}^2|}}_{z_{k2}} + \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \underbrace{\text{sgn}(r_{n1} - r_{k1}) \sqrt{|r_{n1}^2 - r_{k1}^2|} + \text{sgn}(r_{n2} - r_{k2}) \sqrt{|r_{n2}^2 - r_{k2}^2|} + \dots + \text{sgn}(r_{nn} - r_{kn}) \sqrt{|r_{nn}^2 - r_{kn}^2|}}_{z_{kn}}
 \end{aligned}$$

Alternatiflerin sıra değerleri Tablo 2.1'de verilmiştir. Bu şekilde alternatiflerin sıra değerleri ile referans alternatifin sıra değerlerinin kareleri farkının karekökleri toplamlarının nasıl hesaplandığı daha kolay anlaşılabilir.  $k=1,2,\dots,m$  tane alternatif ve n sıralamadan oluşan bir topluşturma işleminin özet gösterimi Tablo 2.1'de verilmiştir.

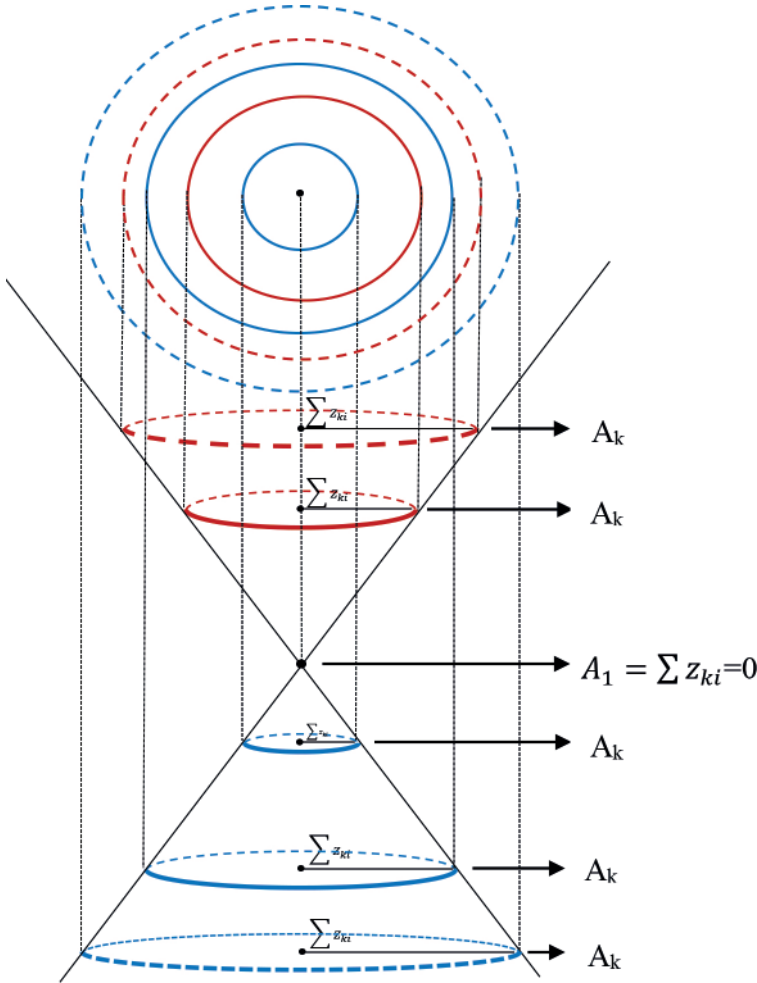
Tablo 2.1. RAT tekniği ile alternatiflerin toplulaştırılması özet gösterimi

| RASASD*                         | Alternatif Sırası | ASASD**                         | RASASD-ASASD                             |
|---------------------------------|-------------------|---------------------------------|------------------------------------------|
| $r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1n}$ | 1                 | $r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1n}$ | $z_{11} + z_{12} + \dots + z_{1n} = A_1$ |
|                                 | 2                 | $r_{21}, r_{22}, \dots, r_{2n}$ | $z_{21} + z_{22} + \dots + z_{2n} = A_2$ |
|                                 | 3                 | $r_{31}, r_{32}, \dots, r_{3n}$ | $z_{31} + z_{32} + \dots + z_{3n} = A_3$ |
|                                 | .                 | .....                           | .....                                    |
|                                 | .                 | .....                           | .....                                    |
|                                 | m                 | $r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{mn}$ | $z_{m1} + z_{m2} + \dots + z_{mn} = A_m$ |

\*: Referans alternatifin sıralamalarda aldığı sıra değeri - \*\*: alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değeri

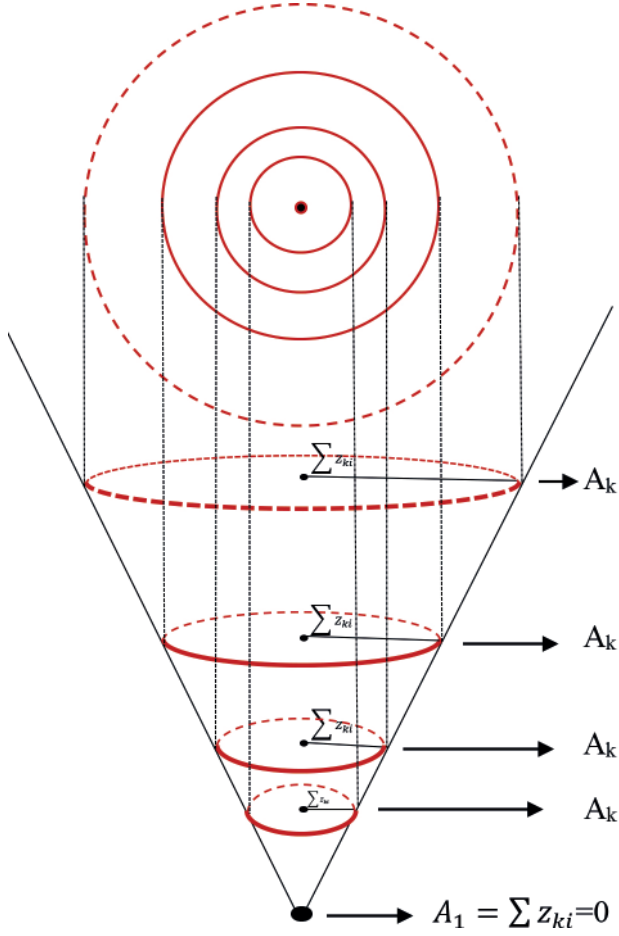
Eşitlik (23)'e göre referans alınan ilk alternatifin n tane sıralamada aldığı sıra değerleri olan  $(r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1n})$  değerleri ile diğer alternatiflerin n tane sıralamada aldığı sıra değerleri bir dairenin yarıçapı olarak ele alınır ve bu daireler arasındaki alan farkları bulunur. Her daire farkının yine bir daire olarak gösterilmesi ve bu dairelerin sahip olacağı yarıçap toplamları bulunmak istenen değerlerdir. Bu değerler referans alternatif değerinden büyük ve küçük olması da işaret fonksiyonu ile belirlenir. Referans alınan alternatifin diğer alternatiflere göre konumu dikkate alındığında üç olası durum oluşabilmektedir. Oluşabilecek bu durumların geometrik gösterimi Şekil 2.5-2.7 gösterilmiştir.





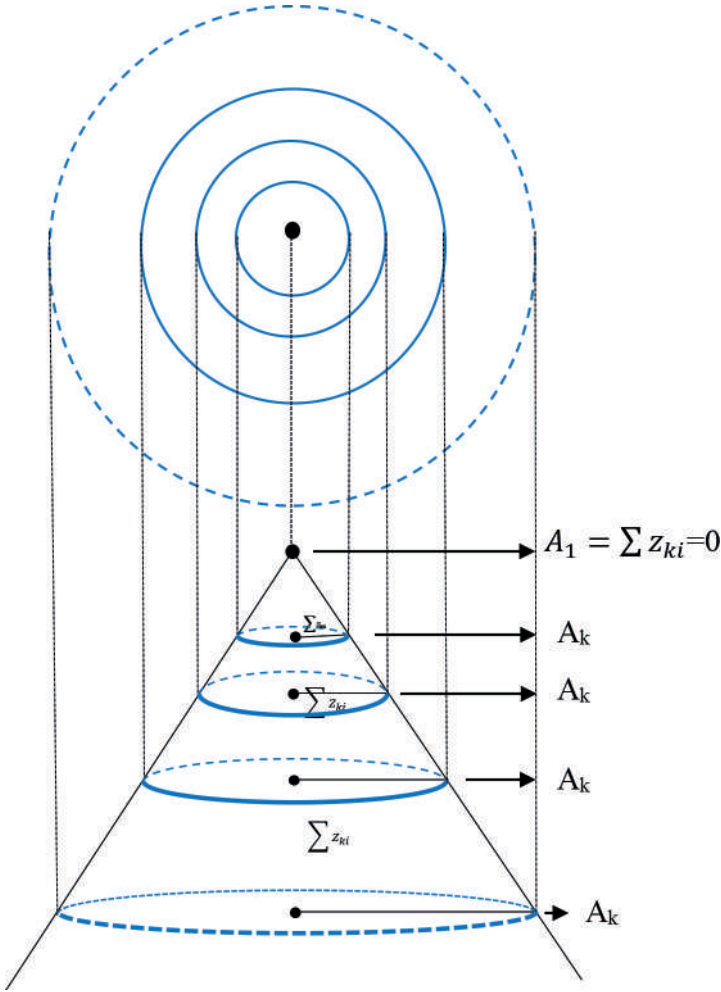
Şekil 2.4. Referans alternatifin ara sıralamaya sahip olması durumu

Mavi ile gösterilen daireler alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıraların kare farkları toplamlarının negatif olduğunu; kırmızı ile gösterilen daireler de kare farkları toplamlarının pozitif olduğunu göstermektedir. Referans alınan alternatifin sıralamalarda aldığı değerlerin kare farkları her zaman sıfır olduğundan nokta şeklinde gösterilmiştir. Şekil 2.4'te görüldüğü üzere referans alternatifin sıralama değeri ara bir değerdir, referans alternatiften önce ve sonra diğer alternatifler gelmektedir. Bütün kare farklarının karekökü toplamlarının izdüşümü şekil 2.4'te gösterilmiştir. Şekil 2.4'te alternatif sıralamaları yukarıdan aşağıya doğru olmaktadır. Kısacası referans alternatif ile diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farkı toplamlarının en büyüğü ilk sırayı alacak olan alternatiftir.



Şekil 2.5. Referans alternatifin son sıraya sahip olması durumu

Kırmızı ile gösterilen daireler alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kare farklarının karekökleri toplamlarının pozitif olduğunu gösterir.  $A_1$  alternatifi referans olarak alınan alternatiftir ve sıralamalarda aldığı değerlerin kareleri farkının karekökü daima sıfırdır. Diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri ile  $A_1$  alternatifinin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farklarının karekökleri toplamları sonucunda alternatiflerin yeni sıra değerleri belirlenir. Şekil 2.6'ya göre  $A_1$  referans alternatifi sıralamada son sıraya sahip olan alternatiftir. Bütün alternatiflerin referans alternatife göre aldığı değerlerin izdüşümü şekil 2.6'da gösterilmiştir. Şekil 2.6'da alternatif sıralamaları yukarıdan aşağıya doğru olmaktadır. Kısacası referans alternatif ile diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farkı toplamlarının en büyüğü ilk sırayı alacak olan alternatiftir.



Şekil 2.6. Referans alternatifin ilk sıraya sahip olması durumu

Mavi ile gösterilen daireler referans alternatif ile diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kare farklarının karekökleri toplamalarının negatif olduğunu gösterir.

A1 alternatifi referans olarak alınan alternatiftir ve sıralamalarda aldığı değerlerin kareleri farkının karekökü daima sıfırdır. Diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri ile A1 alternatifinin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farklarının karekökleri toplamaları sonucunda alternatiflerin yeni sıra değerleri belirlenir. Şekil 2.7'ye göre A1 referans alternatifi sıralamada ilk sıraya sahip olan alternatiftir. Bütün alternatiflerin referans alternatife göre aldığı değerlerin izdüşümü şekil 2.7'de gösterilmiştir.

Şekil 2.7’de alternatif sıralamaları yukarıdan aşağıya doğru olmaktadır. Kısacası referans alternatif ile diğer alternatiflerin sıralamalarda aldığı sıra değerlerinin kareleri farkı toplamlarının en büyüğü ilk sırayı alacak olan alternatiftir.

## 2.4. RAT Tekniği için Oluşturulan Program ve Program Kodları

RAT tekniğinin kullanımında hesaplama işlemlerinin farklı boyutlardaki problemlerde hızlı gerçekleştirmek ve çalışma kapsamında diğer toplulaştırma teknikleriyle karşılaştırmasını kolaylaştırmak amacıyla denklemin C# programlama dilinde yazılmış bir programı ve R programlama diliyle de script’i oluşturulmuştur.

### 2.4.1. RAT için C# programı

RAT tekniğinin kullanımını yaygınlaştırmak ve istenilen verilerin manuel girişini mümkün hale getirmek ve daha hızlı çözümler elde etmek amacıyla C# programı ile tekniğin denklemine ait kodlar yazılmış ve bir arayüz geliştirilmiştir. Şekil 2.1’de C# programı ile oluşturulan arayüzün kullanımı verilmiştir. Ayrıca Tablo 1.2’de verilen; Barak ve Mokfi (2019) çalışmasındaki sıralamalar örnek oluşturmak amacıyla toplulaştırılmıştır. C# program kodlarına ve C# için oluşturulan exe dosyasına <https://drive.google.com/drive/folders/1WbRNXR0jwNcEGpMf3yuvWbaJXXC319L?usp=sharing> linkinden ulaşılabilir.

Şekil 2.7’de C# programının kullanımına ilişkin adımlar verilmiştir. Adım 1’de ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında “Calculate RTT”, sosyal tercih problemlerinin toplulaştırılmasında “Calculate WRTT” seçilir. Adım 2’de problemin alternatif sayısı ve sıralama sayısı girilir. Şekil 2.7’de altı alternatif ve üç sıralama için örneklendirilmiştir. Bu adımda açılan mxn hücrelere alternatiflerin sıralamalarda aldığı değerler girilir. Adım 3’te “Calculate RTT” ile toplulaştırma sonuçları ayrı bir form’da verilir. Toplulaştırma sonuçları yukarıdan aşağıya doğru olacak şekilde gerçekleşir. Şekil 2.7’nin sol alt kısmında görüleceği üzere; sosyal tercihlerin toplulaştırılması için “Calculate WRTT” seçildiğinde, sıralamaların tercih edilme sayılarını girmek amacıyla n tane hücre açılır. Bu hücrelere sıralamaları tercih edenlerin sayısı girilir. Sosyal tercihlerin toplulaştırılması ile ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında işlem adımları aynıdır.



Şekil 2.7. C# programı kullanım adımları

### 2.4.2. RAT için R kodları

R dili, istatistiksel işlemlerde, verilerin analizinde, temizlenmesinde ve görselleştirip anlamlı hale getirilmesinde programcılar, veri bilimcileri ve istatistikçiler tarafında daha çok tercih edilen açık kaynak kodlu bir programlama dilidir. Bu nedenle RAT'ın kullanımını kolaylaştırmak amacıyla R dili ile çözüme ilişkin bir script yazılmıştır. Kodların yazımında R programının 3.6.3 versiyonu kullanılmıştır. Kodların çalışabilmesi için GGally ve MASS paketlerinin kütüphaneye eklenmesi gerekir. Tablo 2.2'de RAT için oluşturulan kodlar verilmiştir. Ayrıca Barak ve Mokfi (2019) çalışmasında bulunan sıralamalar örnek oluşturmak amacıyla toplulaştırılmış, toplulaştırma sonucuna ilişkin ekran görüntüsü Tablo 2.2'de verilmiştir.

Tablo 2.2. RAT için R kodları

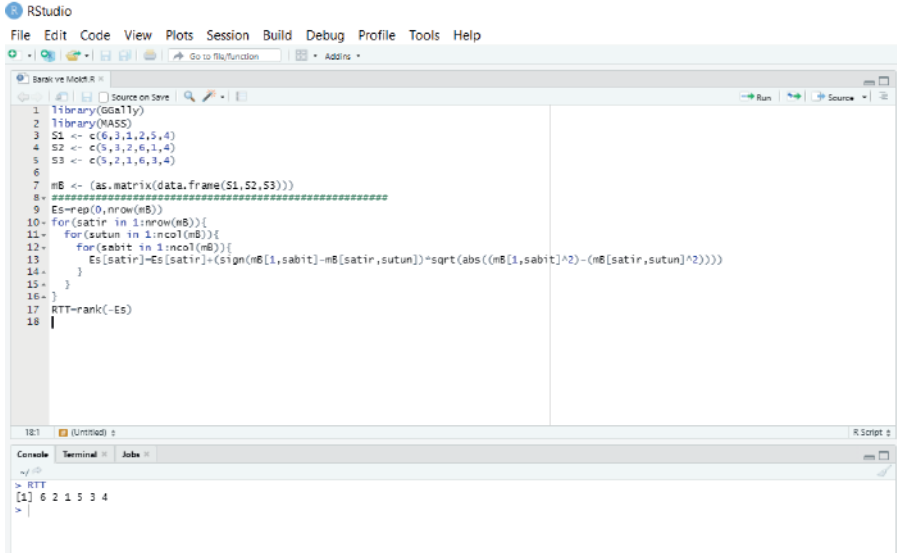
```

library(GGally)
library(MASS)
S1 <- c(S11, S12, S13 ..... S1m)
S2 <- c(S21, S22, S23 ..... S2m)
.
.
.
Sn <- c(Sn1, Sn2, Sn3 ..... Snm)

mB <- (as.matrix(data.frame(S1,S2,.....Sn)))
#####
Es=rep(0,nrow(mB))
for(satir in 1:nrow(mB)){
  for(sutun in 1:ncol(mB)){
    for(sabit in 1:ncol(mB)){
      Es[satir]=Es[satir]+(sign(mB[1,sabit]-mB[satir,sutun])*sqrt(abs((mB[1,sabit]^2)-
(mB[satir,sutun]^2))))
    }
  }
}
RTT=rank(-Es)

```

Tablo 2.1'de verilen  $S_1, S_2, \dots, S_n$ 'e sıralamalar yazılarak toplulaştırma sonuçları elde edilebilir. Tablo 2.1'de, belirtilen yerlere sıralamaların sıra değeri yazılarak elde edilen sonuçlar Tablo 2.2'de gösterilmiştir.



The screenshot shows the RStudio interface. The script editor contains the following code:

```

1 library(GGally)
2 library(MASS)
3 S1 <- c(6,3,1,2,5,4)
4 S2 <- c(5,3,2,6,1,4)
5 S3 <- c(5,2,3,6,3,4)
6
7 mB <- (as.matrix(data.frame(S1,S2,S3)))
8 #####
9 Es=rep(0,nrow(mB))
10 for(satir in 1:nrow(mB)){
11   for(sutun in 1:ncol(mB)){
12     for(sabit in 1:ncol(mB)){
13       Es[satir]=Es[satir]+(sign(mB[1,sabit]-mB[satir,sutun])*sqrt(abs((mB[1,sabit]^2)-
14         (mB[satir,sutun]^2))))
15     }
16   }
17 }
18 RTT=rank(-Es)

```

The console shows the output of the RTT calculation:

```

> RTT
[1] 6 2 1 5 3 4

```

Şekil 2.8: R programlama ile oluşturulan kodların kullanım örneği

Tablo 2.2'den sıralamaların hızlı ve kolay bir şekilde toplulaştırıldığı anlaşılmaktadır. Tablo 2.1'de verilen RAT tekniğinin, R programı ortamında çalışmasını sağlayan kodlar R programı kütüphanesinde bulunan votesys paketiyle beraber kullanılarak dört toplulaştırma tekniği ile karşılaştırılmıştır. İzleyen bölümde elde edilen karşılaştırma sonuçları verilmiştir.

### 3. Toplulaştırma Tekniklerinin Karşılaştırmalı Analizi

Bu bölümde, geliştirilen RAT tekniği ve literatürde yaygın bir şekilde kullanılan toplulaştırma tekniklerinden Borda, Copeland, Dogdson ve Kemeny teknikleri uygulamalı olarak karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalarda simülasyonla üretilen veriler ve literatürde bahsi geçen teknikler ile ilgili daha önceden yapılan çalışmalardan derlenen veriler kullanılmıştır. Simülasyonla veri üretilmesinde literatürdeki çalışmalar esas alınmıştır (Bonett ve Wright, 2000; May ve Looney, 2020).

Söz konusu karşılaştırmalarda, Kemeny ile toplulaştırma işlemlerinde en fazla sekiz alternatifli örneklerden yararlanılabilmektedir. Öte yandan, sekiz alternatiften fazla setlerde Borda, Copeland ve Dogdson teknikleri ile karşılaştırma yapılmıştır.

Toplulaştırma tekniklerinin karşılaştırılması için oluşturulan setler R programlama dili (3.6.2 versiyonu) yardımıyla hazırlanmıştır. R programıyla elde edilen setlerin karşılaştırmaları için; votesys, MASS, irr ve GGally paketleri kullanılmıştır.

Aynı problem için birden çok ÇKKV tekniği kullanıldığında elde edilen sıralamalar genellikle benzer sıralamalar göstermektedir. Bu nedenle ÇKKV teknikleri ile elde edilen benzer sıralamalara yakın sonuçlar elde etmek amacıyla benzerlikleri  $r=0.75$  olan standart normal dağılmış veriler üretilmiş, sonrasında bu sürekli verilerden sıralamalar elde edilmiştir. Standart normal dağılmış ve benzerlikleri  $r=0.75$  olan verilerden sıralamalar oluşturulduğunda, bu sıralamalar arasındaki benzerliklerin farklılaştığı görülmüştür. Sıralamalar arasında benzerlik bulunmayan 430,000 örnek üzerinden karşılaştırma



yapılmıştır. Bununla beraber sıralamalar arasındaki benzerlik sağlanarak üretilen 400.000 örnek oluşturulmuştur. Topluşturma tekniklerinin karşılaştırılmasında toplam farklı alternatif ve bu alternatiflerin sıralamalarından oluşan her biri 10.000 örnekten oluşan toplamda 83 set kullanılmıştır.

Alternatif sayıları basit tesadüfi örneklem seçimine benzer olarak Fibonacci serileri dikkate alınarak; 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ve 100 şeklinde belirlenmiştir. Bütünleşik ÇKKV çalışmaları dikkate alınarak, sıralama sayıları; 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 için ele alınmıştır Topluşturma teknikleri ile elde edilen nihai sıralamalar arasındaki uyumu belirlemek amacıyla W testi kullanılmıştır. W testi hipotezleri aşağıdaki gibidir;

$H_0$ : Sıralamalar arasında uyum yoktur,

$H_1$ : Sıralamalar arasında uyum vardır.

W test değeri 0-1 arasında değerler alır. p-değeri < 0.05 olması durumunda  $H_0$  hipotezinin reddi için yeteri kanıtın olduğu söylenir. Bütün sıralama ve alternatif kombinasyonları 100, 1.000 ve 10.000 örnek üzerinden analiz edilmiştir. Set sayılarının farklılaşması sonucunda W test değeri ortalamalarının yakın değerler aldığı gözlemlenmiştir. Test sonuçlarının tesadüfi olarak oluşma ihtimalini düşürmek amacıyla farklı alternatif sayısı ve sıralama sayıları kombinasyonlarının her birinden 10,000 örnek üzerinden karşılaştırılmalı analiz yapılmıştır. Spearman sıra korelasyon ve W testinin kullanıldığı önceki çalışmalarda, ele alınan karşılaştırmaların her biri en fazla 10,000 örnek üzerinden yapılmıştır (Legendre; 2005; Zimmerman, 1994). Farklı sıralama sayılarına göre oluşturulan setler için yapılan analizler izleyen alt başlıklarda tablolar halinde verilmiştir. Bir probleme uygulanan farklı ÇKKV sonuçlarının benzer olması durumu da dikkate alınarak, sıralamalar arasında benzerlik oluşturulmuş setler için karşılaştırma sonuçları Ek-1 ve Ek-2'de verilmiştir. Analize ilişkin özet bilgiler Tablo 3.1'de verilmiştir.

*Tablo 3.1. Analize ilişkin özet bilgiler*

|                           |                                                                                                                                                 |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Kullanılan program        | R (3.6.2 versiyonu)                                                                                                                             |
| Kullanılan paketler       | votesys, MASS, irr, GGally                                                                                                                      |
| Karşılaştırılan teknikler | Borda, Copeland, Dodgson, Kemeny                                                                                                                |
| Alternatif sayısı         | 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 100                                                                                                                    |
| Sıralama sayısı           | 3, 4, 5, 6, 7, 8                                                                                                                                |
| Örnek sayıları            | Benzer sıralamalar için 400.000 örnek<br>Rastgele sıralamalar için 430.000 örnek<br>Önceki çalışmalardan 21 örnek<br>Toplam örnek sayısı 830021 |
| Kullanılan testler        | Kendall W uyum katsayı (W testi), Spearman sıra korelasyon katsayısı                                                                            |

### 3.1. Üç Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırılmalı Analizler

Üç sıralama ve 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ve 100 alternatiften oluşan toplam 80,000 örnek için toplulaştırma teknikleri karşılaştırılmıştır. W testi özet değerleri Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2. Üç sıralama için W testi özet değerleri

| AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 3   | 0.0000 | 1.0000 | 1.0000  | 0.9356 | 1.0000 | 1.0000 | 526 |
| 5   | 0.1000 | 0.9304 | 0.9660  | 0.9527 | 0.9919 | 1.0000 | 6   |
| 8   | 0.7130 | 0.9388 | 0.9607  | 0.9536 | 0.9760 | 1.0000 | 0   |
| 13  | 0.7778 | 0.9609 | 0.9735  | 0.9685 | 0.9824 | 0.9990 | 0   |
| 21  | 0.7502 | 0.9674 | 0.9770  | 0.9731 | 0.9836 | 0.9963 | 0   |
| 34  | 0.8292 | 0.9715 | 0.9800  | 0.9764 | 0.9854 | 0.9955 | 0   |
| 55  | 0.8940 | 0.9744 | 0.9826  | 0.9792 | 0.9874 | 0.9958 | 0   |
| 100 | 0.9152 | 0.9765 | 0.9847  | 0.9813 | 0.9892 | 0.9956 | 0   |

AS: Alternatif sayısı, 1.Ç: birinci çeyrekler, 3.Ç: üçüncü çeyrekler, UÖS: uyumsuz örnek sayısı

Birinci çeyrekler dikkate alındığında, sıralamalar arasındaki uyumun 0.93'ten fazla olduğu görülmektedir. Ele alınan örnekler için W test değeri ortalamaları 0.9356-0.9813 arasında olduğu tespit edilmiştir. O halde karşılaştırılan tekniklerle elde edilen sıralamaların yüksek oranda benzer olduğu söylenebilir. Tablo 3.2'de W test değerlerinin bazı örnekler için 1 olduğu görülmektedir. W test değerinin 1 olması sıralamalar arasında mükemmel uyumun olduğunu göstermektedir.

W testi hipotezleri aşağıda verilmiştir.

$H_0$ : Üç sıralamadan oluşan örneklerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum yoktur.

$H_1$ : Üç sıralamadan oluşan örneklerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum vardır.

Tablo 3.2 incelendiğinde üç alternatifli setlerden 526, beş alternatifli setlerden de 6 tanesinde toplulaştırma sonuçları arasında uyumsuzluk olduğu tespit edilmiştir. W test uyum skalasına göre elde edilen uyum derecesinin 0.60 değerinin altında olması karşılaştırılan sıralamalar arasında uyumun olmadığını veya uyumun zayıf olduğunu gösterir. O halde, 80,000 örnekten 79,468'inde  $H_0$ , hipotezinin reddi için yeterli kanıtın olduğu söylenebilir.

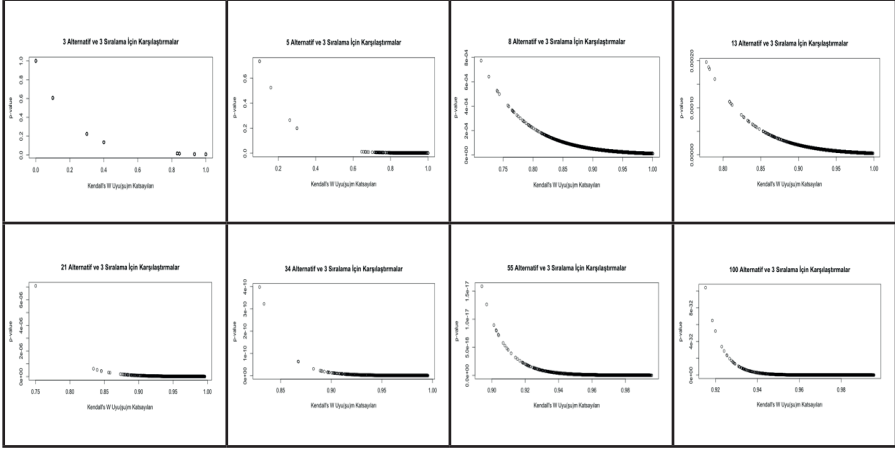
Tablo 3.3. Üç sıralamadan oluşan setler için tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları

| Alternatif Sayısı | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT  |
|-------------------|-------|----------|---------|--------|------|
| 3                 | 2233  | 526      | 1388    | -      | 0    |
| 5                 | 6164  | 3306     | 5468    | -      | 525  |
| 8                 | 8686  | 7792     | 9001    | -      | 417  |
| 13                | 9730  | 9909     | 9929    | -      | 252  |
| 21                | 9980  | 10000    | 9999    | -      | 188  |
| 34                | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 112  |
| 55                | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 86   |
| 100               | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 42   |
| Oran              | 0.83  | 0.77     | 0.82    |        | 0.02 |

Tablo 3.3'te karşılaştırılan toplulaştırma teknikleri bazında tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları verilmiştir. Tablo 3.3'te karşılaştırılan toplulaştırma tekniklerinde, Borda, Copeland ve Dodgson teknikleri ile elde edilen toplulaştırılmış sıralamalardan sırasıyla 0.83, 0.77 ve 0.82 oranında tam sıralama elde edilememiştir. Bu da toplam 80,000 örnekten ortalama olarak 62,000 örnekte tam sıralama elde edilemediği anlamına gelir. Diğer taraftan önerilen RAT tekniğinde tam sıralama elde edilemeyen örneklerin oranı 0.02 olarak bulunmuştur.

Bununla beraber alternatif sayılarının artmasına bağlı olarak diğer tekniklerde tam sıralama elde edilmeyen örnek sayısı artarken RAT'ta bu sayı alternatif sayısının artmasına bağlı olarak azalmaktadır.

Şekil 3.1'de üç sıralamadan oluşan setlerin  $W$  test değerleri özet olarak sunulmuştur. Örneklere ait  $W$  test değeri özetleri, bütün setler için verilmiştir. Bu özetlerin görsel olarak verilmesinde amaç, ele alınan setlerde alternatif ve sıralama sayılarının farklılaşmasında oluşan değişimi bir bütün olarak göstermektir. Şekil 3.1'de sol üstte bulunan şekilde sekiz nokta görülmektedir. Her nokta  $W$  test değerlerini göstermektedir. Bu durum, sıralama ve alternatif sayılarının az olmasından kaynaklı oluşabilecek alternatif sıralama kombinasyonlarının sınırlı olmasıdır.



Şekil 3.1. Üç sıralamadan oluşan setler için  $W$  test değerleri gösterimleri

### 3.2. Dört Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırılmalı Analizler

Üç alternatiften oluşan örnekler, birbirini tekrar etmesi olasılığının yüksek olması nedeniyle (üç alternatif için  $3! = 6$  değişik sıralama elde edilebilir) dört ve daha fazla sıralamaya sahip setlerde analize dahil edilmemiştir. Belirlenen alternatif sayıları her bir sıralama için 10,000 örnek olmak üzere toplamda 70,000 örnek üzerinden analiz yapılmıştır. Analizler sonucunda elde edilen  $W$  testi özet değerleri Tablo 3.4'te verilmiştir.

Tablo 3.4. Dört sıralama için  $W$  testi özet değerleri

| AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 5   | 0.1800 | 0.8766 | 0.9237  | 0.9080 | 0.9579 | 1.0000 | 7   |
| 8   | 0.6131 | 0.9024 | 0.9325  | 0.9237 | 0.9549 | 0.9981 | 0   |
| 13  | 0.7195 | 0.9515 | 0.9668  | 0.9615 | 0.9779 | 0.9967 | 0   |
| 21  | 0.8555 | 0.9592 | 0.9711  | 0.9673 | 0.9793 | 0.9958 | 0   |
| 34  | 0.8389 | 0.9658 | 0.9753  | 0.9722 | 0.9819 | 0.9963 | 0   |
| 55  | 0.8776 | 0.9697 | 0.9781  | 0.9754 | 0.9840 | 0.9945 | 0   |
| 100 | 0.9052 | 0.9732 | 0.9806  | 0.9782 | 0.9859 | 0.9949 | 0   |

Analiz sonucunda ele alınan setlerin  $W$  testi değeri ortalamaları 0.9080-0.9782 arasında değiştiği gözlenmiştir. Birinci kartiller dikkate alındığında ele alınan örneklerin en az %75'inin  $W$  test değerlerinin 0.90 üzerinde

olduğu görülmektedir. Benzer olarak ele alınan örneklerin en az %60'nın  $W$  test değerlerinin 0.95 üzerinde olduğu görülür. Bununla beraber  $W$  test değerinin 5 alternatiften oluşan setlerin bazıları için 1 olduğu (mükemmel uyum) görülmektedir.

$W$  testi hipotezleri;

$H_0$ : Dört sıralamadan oluşan setlerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum yoktur,

$H_1$ : Dört sıralamadan oluşan setlerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum vardır.

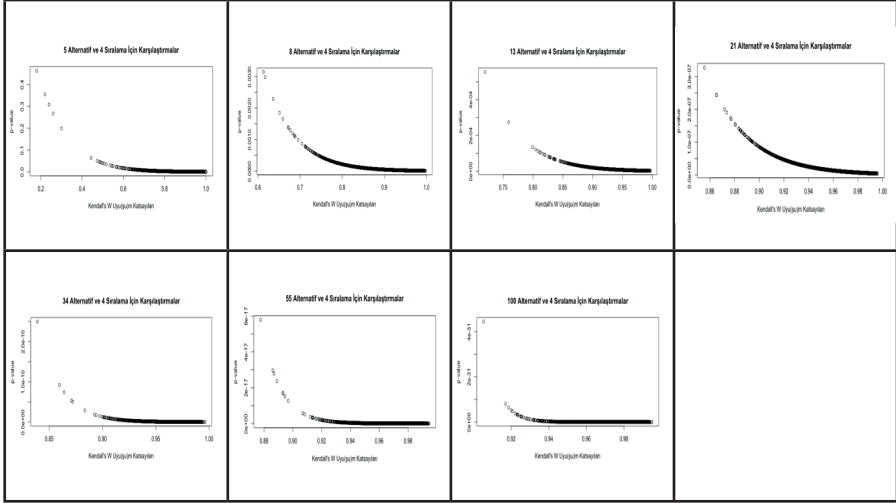
Tablo 3.4'te görüldüğü üzere; 70.000 örneğin toplulaştırma teknikleri ile toplulaştırılması sonucunda birbiriyile uyumsuz olan örnek sayısı 6 olarak bulunmuştur. Bu durumda, 69.994 örnek için  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi için yeterli kanıtın olduğu söylenebilir.

$W$  testi özet değerleri dışında, kullanılan toplulaştırma bazında tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları Tablo 3.5'te verilmiştir. Tablo 3.5 incelendiğinde; Borda, Copeland ve Dodgson tekniklerinde alternatif sayılarının artmasına bağlı olarak tam sıralama elde edilemeyen örnek sayısı artmaktadır. Karşılaştırılan teknikler alternatif sayısının 8 ve üzerinde olması durumunda örneklerin en az %84'ünde tam sıralama elde edilemediği, 34 ve daha fazla alternatifte sahip örneklerin tamamında tam sıralama oluşmadığı görülmektedir. Buna rağmen RAT tekniğinde ise alternatif sayısı arttıkça tam sıralama elde edilemeyen örnek sayısının azaldığı görülmektedir. Kısacası; diğer tekniklerde tam sıralamanın yapılamadığı örneklerin oranı 0.90 üzerindeyken, RAT tekniğinde bu oran %1'in altındadır.

Tablo 3.5. Dört sıralamadan oluşan setler için tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları

| AS   | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT   |
|------|-------|----------|---------|--------|-------|
| 5    | 6192  | 7030     | 9476    | -      | 269   |
| 8    | 8403  | 8987     | 9979    | -      | 161   |
| 13   | 10000 | 9589     | 9852    | -      | 62    |
| 21   | 9947  | 9993     | 10000   | -      | 42    |
| 34   | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 17    |
| 55   | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 6     |
| 100  | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 2     |
| Oran | 0.92  | 0.93     | 0.99    |        | 0.008 |

Şekil 3.2’de dört sıralamadan oluşan setlerin W test değerleri özet olarak sunulmuştur.



Şekil 3.2. Dört sıralamadan oluşan setler için W test değerleri gösterimleri

### 3.3. Beş Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırılmalı Analizler

Beş sıralamadan oluşan setlerin W testi özet değerleri Tablo 3.6’da verilmiştir. Tablo 3.6 incelendiğinde ele alınan 70,000 örnekten sadece 5 örnekte toplulaştırma sonuçları arasında bir uyumun olmadığı görülmektedir. Örneklerin en az 0.82’si arasında benzerliğin 0.90 üzerinde olduğu, en az %68’nin arasındaki benzerliğin de 0.95 üzerinde olduğu görülmektedir. Ayrıca toplulaştırma sonuçları arasında W test değerinin bazı örneklerde 1 olduğu yani; toplulaştırma tekniklerinin tamamıyla benzer sıralama ürettiği görülmektedir. Beş sıralamadan oluşan örneklerde W testi değerleri ortalamaları 0.9431-0.9841 arasında değişmektedir.

Tablo 3.6. Beş sıralama için W testi özet değerleri

| AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 5   | 0.2400 | 0.9183 | 0.9532  | 0.9431 | 0.9878 | 1.0000 | 5   |
| 8   | 0.7043 | 0.9294 | 0.9538  | 0.9464 | 0.9719 | 1.0000 | 0   |
| 13  | 0.7783 | 0.9568 | 0.9700  | 0.9657 | 0.9794 | 0.9983 | 0   |
| 21  | 0.8604 | 0.9661 | 0.9753  | 0.9723 | 0.9820 | 0.9956 | 0   |
| 34  | 0.8896 | 0.9730 | 0.9804  | 0.9778 | 0.9854 | 0.9955 | 0   |
| 55  | 0.9062 | 0.9773 | 0.9836  | 0.9813 | 0.9879 | 0.9952 | 0   |
| 100 | 0.9142 | 0.9801 | 0.9862  | 0.9841 | 0.9902 | 0.9962 | 0   |

W testi hipotezleri;

$H_0$ : Beş sıralamadan oluşan setlerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum yoktur,

$H_1$ : Beş sıralamadan oluşan setlerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum vardır.

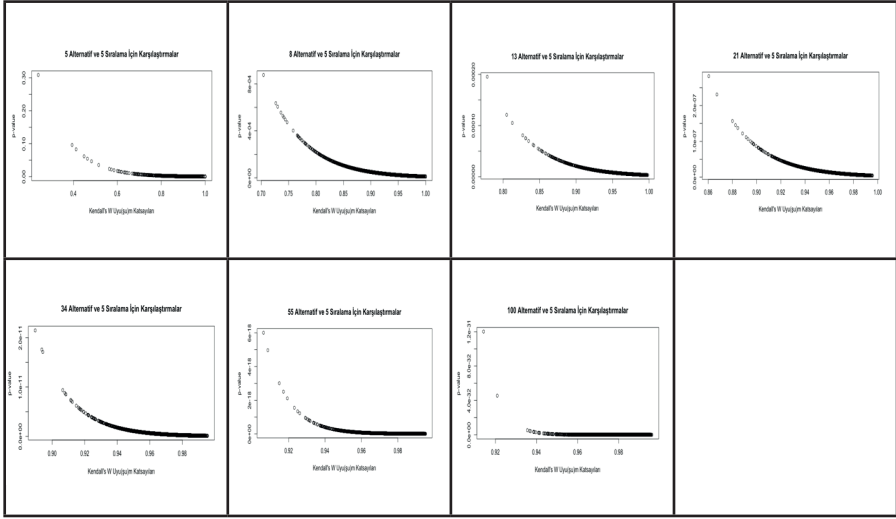
$H_0$  hipotezinin, 69,995 örnekte reddedilebilmesi için yeterli kanıtın olduğu söylenebilir. W testine göre, beş örnek dışındaki bütün örneklerin toplulaştırma sonuçları arasında bir uyumun olduğu görülmektedir

Tablo 3.7'de beş sıralamadan oluşan setlerde Toplulaştırma tekniği bazında tam sıralama elde edilemeyen örnek sayıları verilmiştir. Tablo 3.7 incelendiğinde; Borda, Copeland ve Dodgson teknikleriyle toplulaştırmada her setin en az %40'ında tam sıralama elde edilemediği görülmektedir. Örneklerin Borda, Copeland ve Dodgson teknikleri ile toplulaştırılması sonucunda sırasıyla; 0.9, 0.89 ve 0.92 oranında tam sıralama elde edilemediği görülmektedir.

*Tablo 3.7. Beş sıralamadan oluşan setler için tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları*

| AS          | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT    |
|-------------|-------|----------|---------|--------|--------|
| 5           | 5750  | 3934     | 5809    | -      | 125    |
| 8           | 7828  | 8447     | 8916    | -      | 36     |
| 13          | 9364  | 9976     | 9874    | -      | 16     |
| 21          | 9893  | 10000    | 9998    | -      | 6      |
| 34          | 9995  | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| 55          | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| 100         | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| <b>Oran</b> | 0.90  | 0.89     | 0.92    | -      | 0.0026 |

Tablo 3.6'da beş sıralamadan ve farklı alternatif sayılarına sahip setlerde, alternatif sayısı arttıkça karşılaştırılan tekniklerle yapılan toplulaştırmalarda tam sıralama elde edilemeyen örnek sayısının arttığı, RAT'ta ise tam sıralama elde edilemeyen örnek sayısının alternatif sayısının artmasına bağlı olarak azaldığı görülmektedir. Ayrıca Tablo 3.7, Tablo 3.5 ile kıyaslandığında sıralama sayısının artması sonucunda da RAT tekniği ile yapılan toplulaştırmalarda tam sıralama elde edilemeyen örnek sayısının azaldığı görülmektedir. Şekil 3.3'te beş sıralamadan oluşan setlerin W test değerleri özet halinde sunulmuştur.



Şekil 3.3. Beş sıralamadan oluşan setler için  $W$  test değerleri gösterimleri

Şekil 3.3 incelendiğinde,  $W$  test değerlerinin değişim aralıkları, alternatif ve sıralama sayısı arttıkça azaldığı görülmektedir. Şekil 3.3'teki ekran görüntülerinde yatay eksen  $W$  test değeri, dikey eksen  $p$ -value'dan oluşmaktadır.

#### 3.4. Altı Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırılmalı Analizler

Altı sıralamadan oluşan setlerin  $W$  testi özet değerleri Tablo 3.8'de verilmiştir. Altı sıralama için oluşturulan setlerdeki  $W$  test değerleri incelendiğinde, örneklerin en az %79'unda 0.9 üzerinde bir uyum olduğu; en az %60'ında da %95 üzerinde bir uyumun olduğu görülmektedir. Altı sıralamadan oluşan setlerin alternatif bazında  $W$  test değerleri ortalamaları 0.9166-0.9823 arasında olduğu görülmektedir. Altı sıralamadan oluşan bazı örneklerde tam bir uyumun olduğu görülmektedir.

Tablo 3.8. Altı sıralama için  $W$  testi özet değerleri

| AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 5   | 0.0327 | 0.8857 | 0.9353  | 0.9166 | 0.9626 | 1.0000 | 5   |
| 8   | 0.6729 | 0.9107 | 0.9389  | 0.9307 | 0.9592 | 0.9981 | 0   |
| 13  | 0.7837 | 0.9532 | 0.9678  | 0.9630 | 0.9780 | 0.9972 | 0   |
| 21  | 0.8415 | 0.9630 | 0.9728  | 0.9699 | 0.9803 | 0.9961 | 0   |
| 34  | 0.8721 | 0.9706 | 0.9781  | 0.9757 | 0.9835 | 0.9956 | 0   |
| 55  | 0.9062 | 0.9749 | 0.9814  | 0.9794 | 0.9861 | 0.9954 | 0   |
| 100 | 0.9344 | 0.9782 | 0.9841  | 0.9823 | 0.9883 | 0.9955 | 0   |



W testi hipotezleri,

$H_0$ : Altı sıralamadan oluşan setlerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum yoktur,

$H_1$ : Altı sıralamadan oluşan setlerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum vardır.

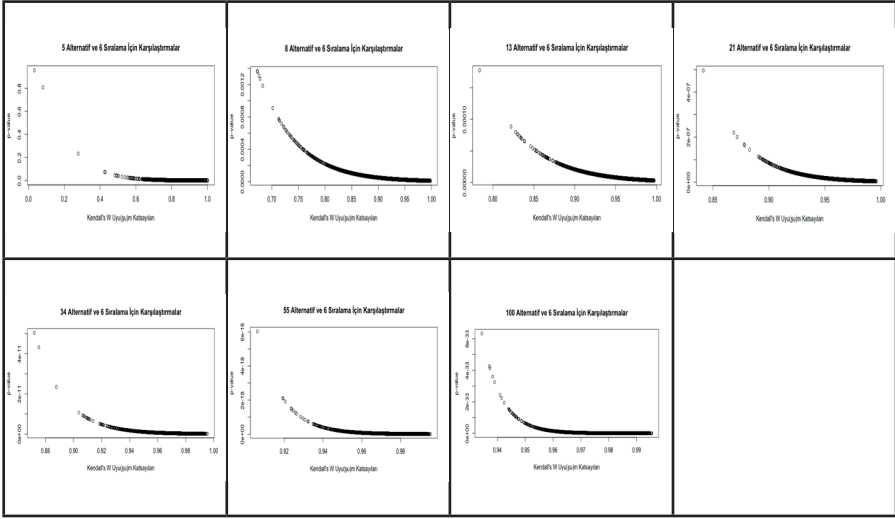
Altı sıralamadan oluşan 5 örnekte karşılaştırılan toplulaştırma teknikleri sonuçları arasında uyumsuzluk olduğu görülmektedir. O halde  $H_0$  hipotezinin, 69,995 örnekte reddedilebilmesi için yeteri kanıtın olduğu söylenebilir.

Tablo 3.9'da altı sıralama için oluşturulan setlerin toplulaştırma tekniği bazında tam sıralama elde edilemeyen örnek sayıları verilmiştir.

**Tablo 3.9. Altı sıralamadan oluşan setler için tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları**

| AS   | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT    |
|------|-------|----------|---------|--------|--------|
| 5    | 5429  | 6558     | 8933    | -      | 79     |
| 8    | 7606  | 8804     | 9868    | -      | 22     |
| 13   | 9243  | 9810     | 9999    | -      | 3      |
| 21   | 9856  | 9994     | 10000   | -      | 0      |
| 34   | 9996  | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| 55   | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| 100  | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| Oran | 0.88  | 0.93     | 0.98    | -      | 0.0015 |

Tablo 3.9'a göre; Borda, Copeland ve Dodgson teknikleriyle sırasıyla 0.88, 0.93 ve 0.98 oranında tam sıralama elde edilmemiştir. RAT tekniğinin de ise bu oranın %1.5 olduğu görülmektedir. Ayrıca 21 alternatiften fazla alternatif içeren örneklerde RAT tekniği ile yapılan toplulaştırmaların tamamında tam sıralama elde edildiği, diğer tekniklerle yapılan toplulaştırmalarda ise 21 ve daha fazla alternatif içeren setlerin neredeyse tamamında tam sıralama elde edilemediği görülmektedir. Altı sıralamadan oluşan setler için W test değeri grafikleri Şekil 3.4'te verilmiştir.



Şekil 3.4. Altı sıralamadan oluşan setler için  $W$  test değerleri gösterimleri

### 3.5. Yedi Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler

Yedi sıralama için elde edilen setlerin  $W$  testi özet değerleri ve toplulaştırma işlemi sonucunda  $W$  test değerlerine göre uyumsuz olan örnek sayıları Tablo 3.10'da verilmiştir. Örneklerin en az %82'si arasındaki uyumun 0.9'dan; %68'i arasındaki uyumun 0.95'ten büyük olduğu görülmektedir. Bazı örneklerde toplulaştırma sonuçları arasında tam uyum olduğu, yani  $W$  test değerlerinin, 1 olduğu görülmektedir. Örneklerin  $W$  test değerleri ortalamaları 0.9374 – 0.9824 arasında değişmektedir.

Tablo 3.10. Yedi sıralama için  $W$  testi özet değerleri

| AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 5   | 0.3000 | 0.9104 | 0.9520  | 0.9374 | 0.9745 | 1.0000 | 7   |
| 8   | 0.5191 | 0.9261 | 0.9510  | 0.9429 | 0.9688 | 1.0000 | 1   |
| 13  | 0.7348 | 0.9561 | 0.9689  | 0.9647 | 0.9784 | 0.9978 | 0   |
| 21  | 0.8656 | 0.9666 | 0.9752  | 0.9725 | 0.9814 | 0.9954 | 0   |
| 34  | 0.8899 | 0.9740 | 0.9806  | 0.9784 | 0.9852 | 0.9953 | 0   |
| 55  | 0.9305 | 0.9786 | 0.9841  | 0.9824 | 0.9881 | 0.9963 | 0   |
| 100 | 0.9378 | 0.9818 | 0.9870  | 0.9854 | 0.9906 | 0.9965 | 0   |

W testi hipotezleri;

$H_0$ : Yedi sıralamadan oluşan örneklerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum yoktur,

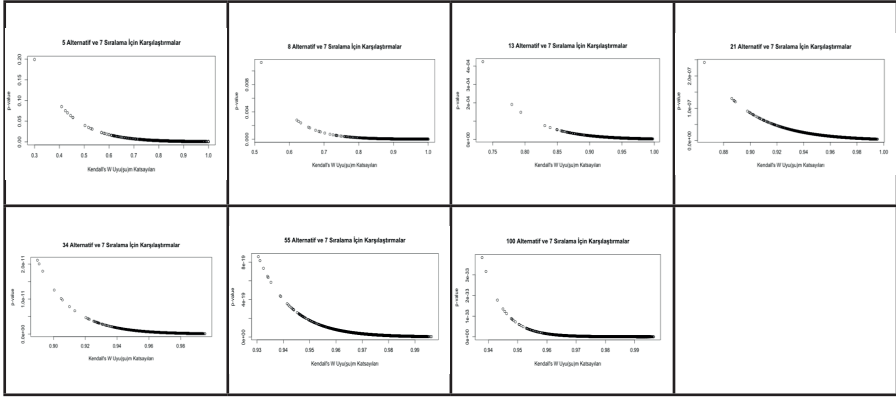
$H_1$ : Yedi sıralamadan oluşan örneklerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum vardır.

Tablo 3.10'a göre; yedi sıralamadan oluşan toplam 70,000 örnekten 8 tanesinde toplulaştırma sonuçları arasında uyumsuzluk olduğu görülmektedir. O halde;  $H_0$  hipotezinin, 69.992 örnekte reddedilebilmesi için yeteri kanıtın olduğu söylenebilir. Tam sıralama elde edilemeyen set sayıları Tablo 3.10'da verilmiştir.

*Tablo 3.11. Yedi sıralamadan oluşan setler için tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları*

| AS          | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT   |
|-------------|-------|----------|---------|--------|-------|
| 5           | 5077  | 4220     | 5689    | -      | 51    |
| 8           | 7296  | 8734     | 8610    | -      | 20    |
| 13          | 9023  | 9990     | 9803    | -      | 0     |
| 21          | 9802  | 10000    | 9984    | -      | 0     |
| 34          | 9985  | 10000    | 10000   | -      | 0     |
| 55          | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0     |
| 100         | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0     |
| <b>Oran</b> | 0.87  | 0.90     | 0.92    | -      | 0.001 |

Tablo 3.11 incelendiğinde; Borda, Copeland ve Dodgson teknikleri ile yapılan sıralama toplulaştırma işlemleri sonucunda örnekler arasında sırasıyla; 0.87, 0.9 ve 0.92 oranında tam sıralama elde edilemediği görülmektedir. RAT tekniğine göre elde edilen sıralamalarda ise bu oranın %1 olduğu görülmektedir. Yedi sıralamadan oluşan setler için W test değerleri şekil 3.5'te verilmiştir.



Şekil 3.5. Yedi sıralamadan oluşan setler için  $W$  test değerleri gösterimleri

### 3.6. Sekiz Sıralamadan Oluşan Setler İçin Karşılaştırmalı Analizler

Sekiz sıralama için elde edilen setlerin  $W$  testi özet değerleri ve toplulaştırma işlemleri sonucunda sıralamalar arasında uyumsuzluğun olduğu örnek sayısı Tablo 3.12’de verilmiştir.

Tablo 3.12 incelendiğinde örneklerin en az %79’unda  $W$  test değerinin 0.9; en az %61’inde ise 0.95 üzerinde olduğu görülmektedir. Bazı örneklerde de tam uyumun olduğu görülmektedir. Sekiz sıralamadan oluşan setlerin  $W$  test değerleri ortalaması 0.9203-0.9842 arasında değişmiştir.

Tablo 3.12. Sekiz sıralama için  $W$  testi özet değerleri

| AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 5   | 0.0320 | 0.8915 | 0.9381  | 0.9203 | 0.9677 | 1.0000 | 4   |
| 8   | 0.4943 | 0.9132 | 0.9407  | 0.9326 | 0.9603 | 0.9981 | 1   |
| 13  | 0.8055 | 0.9538 | 0.9678  | 0.9634 | 0.9777 | 0.9976 | 0   |
| 21  | 0.5400 | 0.9645 | 0.9738  | 0.9712 | 0.9808 | 0.9960 | 0   |
| 34  | 0.8968 | 0.9724 | 0.9792  | 0.9771 | 0.9784 | 0.9957 | 0   |
| 55  | 0.9334 | 0.9771 | 0.9828  | 0.9811 | 0.9868 | 0.9951 | 0   |
| 100 | 0.9336 | 0.9805 | 0.9856  | 0.9842 | 0.9893 | 0.9956 | 0   |

$W$  testi hipotezleri;

$H_0$ : Sekiz sıralamadan oluşan örneklerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum yoktur,

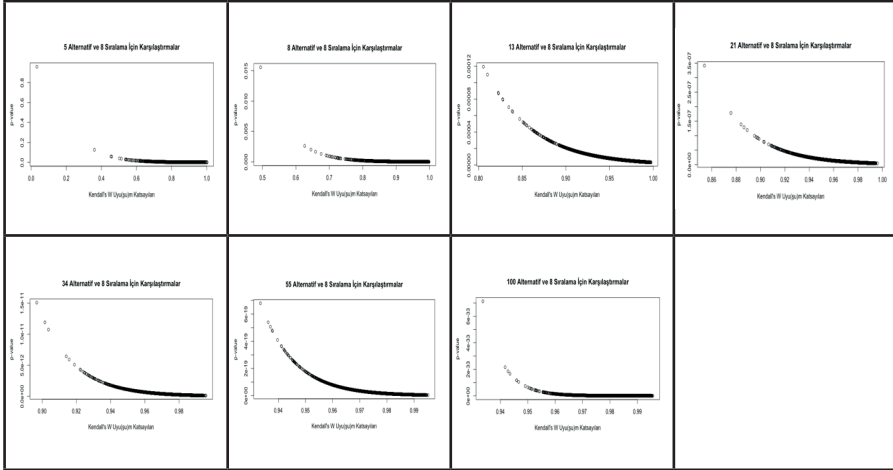
$H_1$ : Sekiz sıralamadan oluşan örneklerin toplulaştırılması sonucunda sıralamalar arasında uyum vardır.

Tablo 3.12'ye göre; sekiz sıralamadan oluşan toplam 70.000 örnekten 5 tanesinde toplulaştırma sonuçları arasında uyumsuzluk olduğu görülmektedir. O halde;  $H_0$  hipotezinin, 69.995 örnekte reddedilebilmesi için yeterli kanıtın olduğu söylenebilir. Toplulaştırma tekniği bazında tam sıralama elde edilemeyen örnek sayıları Tablo 3.13'te verilmiştir.

*Tablo 3.13. Sekiz sıralamadan oluşan setler için tam sıralama elde edilmeyen örnek sayıları*

| AS   | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT    |
|------|-------|----------|---------|--------|--------|
| 5    | 4957  | 6193     | 8355    | -      | 36     |
| 8    | 7087  | 8694     | 9663    | -      | 5      |
| 13   | 8895  | 9799     | 9986    | -      | 1      |
| 21   | 9735  | 9990     | 10000   | -      | 0      |
| 34   | 9972  | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| 55   | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| 100  | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 0      |
| Oran | 0.87  | 0.92     | 0.97    | -      | 0.0006 |

Tablo 3.13 incelendiğinde, Borda, Copeland ve Dodgson teknikleri ile elde edilen toplulaştırma sonuçlarından tam sıralama elde edilemeyen örnek oranları sırasıyla; 0.87, 0.92 ve 0.97 olduğu görülmektedir. Bu oranın RAT tekniği için %0.6 olduğu görülmektedir. Sekiz sıralamadan oluşan setlerin  $W$  test değerleri Şekil 3.6'da verilmiştir.



*Şekil 3.6. Sekiz sıralamadan oluşan setler için  $W$  test değerleri gösterimleri*

ÇKKV alanında en fazla kullanılan toplulaştırma teknikleri ve önerilen RAT ile 430,000 örnek üzerinden gerçekleştirilen karşılaştırılmalı analizler yukarıda tablo olarak verilmiştir. W testi ve Spearman sıra korelasyon katsayısı arasında yakın bir ilişki vardır. Eşitlik (21)'de verilen formülle W test değerleri kullanılarak ortalama Spearman sıra korelasyon değeri elde edilebilir. Her tabloda verilen W test değerleri ortalamaları kullanılarak eşitlik (21) yardımıyla ortalama Spearman sıra korelasyon değerleri hesaplanmıştır. Ortalama Spearman sıra korelasyon değerleri Tablo 3.14'te verilmiştir.

*Tablo 3.14. Setlere ait ortalama Spearman sıra korelasyon değerleri*

|      | 3S     | 4S     | 5S     | 6S     | 7S     | 8S     |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 3A   | 0,9034 |        |        |        |        |        |
| 5A   | 0,9409 | 0,8850 | 0,9289 | 0,8958 | 0,9218 | 0,9004 |
| 8A   | 0,9470 | 0,9128 | 0,9387 | 0,9208 | 0,9347 | 0,9230 |
| 13A  | 0,9659 | 0,9583 | 0,9628 | 0,9599 | 0,9618 | 0,9604 |
| 21A  | 0,9718 | 0,9657 | 0,9709 | 0,9684 | 0,9711 | 0,9698 |
| 34A  | 0,9757 | 0,9714 | 0,9771 | 0,9750 | 0,9777 | 0,9764 |
| 55A  | 0,9788 | 0,9749 | 0,9810 | 0,9790 | 0,9821 | 0,9808 |
| 100A | 0,9811 | 0,9780 | 0,9839 | 0,9821 | 0,9853 | 0,9840 |

*A: Alternatif, S: Sıralama*

Tablo 3.14 incelendiğinde; toplulaştırma teknikleri ile elde edilen sıralama sonuçları arasındaki ortalama Spearman sıra korelasyon değerlerinin, 41 sette 0.90 üzerinde, 30 sette de 0.95 üzerinde olduğu tespit edilmiştir. Ele alınan toplulaştırma teknikleri ile yapılan toplulaştırma işlem sonuçları arasında büyük oranda benzerlik olduğu söylenebilir.

Son olarak, analiz edilen 430,000 örneğin, RAT ile toplulaştırılması sonucunda tam sıralama elde edilmeyen örnek sayısı toplamları alternatif ve sıralama sayısı bazında Tablo 3.15'te verilmiştir.

Tablo 3.15. RAT tekniği ile tam sıralama elde edilemeyen örnek sayıları toplu gösterimi

|               | 3S   | 4S  | 5S  | 6S  | 7S | 8S | Toplam |
|---------------|------|-----|-----|-----|----|----|--------|
| 3A            | 0    |     |     |     |    |    | 0      |
| 5A            | 525  | 269 | 125 | 79  | 51 | 36 | 1085   |
| 8A            | 417  | 161 | 36  | 22  | 20 | 5  | 661    |
| 13A           | 252  | 62  | 16  | 3   | 0  | 1  | 334    |
| 21A           | 188  | 42  | 6   | 0   | 0  | 0  | 236    |
| 34A           | 112  | 17  | 0   | 0   | 0  | 0  | 129    |
| 55A           | 86   | 6   | 0   | 0   | 0  | 0  | 92     |
| 100A          | 42   | 2   | 0   | 0   | 0  | 0  | 44     |
| <b>Toplam</b> | 1622 | 559 | 173 | 104 | 71 | 42 |        |

A: alternatif, S: sıralama

Tablo 3.15'te görüldüğü üzere alternatif sayısı ve sıralama sayısı arttıkça tam sıralama elde edilemeyen örnek sayısı azalmaktadır. ÇKKV sonuçlarının toplulaştırmasında yaygın olarak kullanılan toplulaştırma tekniklerinde ise alternatif ve sıralama sayısının artması, tam sıralama elde edilememesine neden olmaktadır. RAT kullanılarak yapılan sıralama toplulaştırma sonuçlarının büyük çoğunluğunda tam sıralama elde edildiği gösterilmiştir. Çok az da olsa bazı örneklerde tam sıralama elde edilemediği görülmektedir. RAT tekniği ile hangi durumlarda tam sıralama elde edilemediği Tablo 3.16'da gösterilmiştir.

Tablo 3.16. RAT tekniği ile tam sıralama elde edilemeyen durumlar

|                 | S <sub>1</sub> | S <sub>2</sub> | S <sub>3</sub> | S <sub>4</sub> | S <sub>5</sub> |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| X <sub>01</sub> | 3              | 5              | 4              | 5              | 4              |
| X <sub>02</sub> | 1              | 2              | 1              | 2              | 1              |
| X <sub>03</sub> | 5              | 3              | 3              | 4              | 3              |
| X <sub>04</sub> | 4              | 4              | 5              | 3              | 5              |
| X <sub>05</sub> | 2              | 1              | 2              | 1              | 2              |

Tablo 3.16'daki sıralamalarda, X<sub>01</sub> ve X<sub>04</sub> alternatiflerinin sıralamalarda aldığı değerler aynıdır. Alternatiflerin sıralamalarda aldığı değerlerin aynı olması durumunda diğer toplulaştırma tekniklerinde olduğu gibi RAT'ta da tam sıralama elde edilememektedir. Alternatiflerin sıralamalarda aldığı değerlerin aynı olması olasılığı sıralama sayısı arttıkça düşmektedir. Sıralama sayısının artması RAT ile yapılan sıralamalarda tam sıralama elde edilememe

olasılığını düşürdüğü, diğer sıralamalarda ise bu durum oluşmasa dahi çoğu toplulaştırma işleminde tam sıralama elde edilemediği görülmektedir. Alternatiflerin sıralamalarda aldığı değerlerin aynı olması sonucunda tam sıralama elde edilememesi, önerilen teknikle beraber diğer teknikler için de bir sınırlılık olarak görülebilir.

Belirli bir probleme uygulanan farklı ÇKKV tekniği sonuçları birbirine benzer sonuçlar vermektedir. Kısacası elde edilen sonuçlar arasında bir uyum söz konudur. Bu bağlamda birbiriyle sıralama bazında uyum içerisinde olan 400,000 örnekten oluşan 40 set üzerinden de karşılaştırılmalı analizler yapılmıştır. Sıralamalar arasında benzerlik oluşturmak için öncelikle birbiriyle 0.75 korelasyona sahip standart normal dağılmış sürekli veriler üretilmiş sonrasında ise bu veriler küçükten büyüğe sıralanarak sıralamalar elde edilmiştir. Elde edilen sıralamalar arasındaki sıra korelasyonlar değerlerinin farklılaştığı görülmüştür. Bir probleme uygulanan farklı ÇKKV sonuçlarının genellikle farklı olduğu bu nedenle elde edilen örneklerin ÇKKV sonuçları için bir model oluşturması amaçlanmıştır. Aralarında uyum olan sıralamalardan oluşan örnekler için yapılan karşılaştırma sonuç tabloları Ek-1 ve Ek-2'de verilmiştir.

Analiz sonuçlarının tamamına; <https://drive.google.com/drive/folders/1WbRNXR0jwTNeEGpMf3yuvWbaJXXC319L?usp=sharing> adresinden ulaşılabilir.

Farklı sıralama ve alternatif sayılarına sahip 830,000 örnek üzerinden gerçekleştirilen analizler dışında literatürde karşılaşılan ve Tablo 1.2'de verilen gerçek yaşam problemlerinin olduğu çalışmalardan toplulaştırma tekniklerinin kullanıldığı çalışmalara RAT tekniği de uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

### 3.7. RAT'ın Önceki Çalışmalara Uygulanması

ÇKKV teknikleri, hayatın birçok alanında karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılan analitik süreçlerdir. Tablo 1.2'de verilen çalışmalar daha önce yapılan ve gerçek yaşam problemlerine çözüm bulmak amacıyla birden fazla ÇKKV tekniğinin kullanılarak sonuçların toplulaştırıldığı çalışmalardır. Bu çalışmalarda kullanılan toplulaştırma teknikleri ile RAT sonuçlarının karşılaştırılması ve sonuçların analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda daha önce yapılan ve farklı toplulaştırma tekniklerinin kullanıldığı 21 çalışmaya RAT uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar sırasıyla Tablo 3.17 ve Tablo 3.18'de verilmiştir.



Tablo 3.17. Gerçek yaşam problemleri üzerinden karşılaştırmalar I

| Yazar(lar)                   |     | A1   | A2  | A3  | A4   | A5  | A6  | A7   | A8  | A9  | A10  | A11 | A12 | A13 |
|------------------------------|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| Çakır ve Özdemir, 2016       | C   | 1    | 6   | 5   | 9    | 11  | 3   | 2    | 8   | 4   | 10   | 7   |     |     |
|                              | RT  | 1    | 6   | 5   | 8    | 11  | 3   | 2    | 9   | 4   | 10   | 7   |     |     |
| Supçiller ve Deligöz, 2018   | B   | 1    | 3   | 2   | 4    | 5   |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | C   | 1    | 3   | 2   | 4    | 5   |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | RT  | 1    | 3   | 2   | 4    | 5   |     |      |     |     |      |     |     |     |
| Işık ve Adalı, 2016          | B   | 3    | 2   | 5   | 6    | 1   | 4   |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | C   | 3    | 2   | 5   | 6    | 1   | 4   |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | RT  | 3    | 2   | 5   | 6    | 1   | 4   |      |     |     |      |     |     |     |
| Azimi vd., 2014              | B   | 9,10 | 5   | 3   | 6,7  | 6,7 | 11  | 12   | 2   | 4   | 9,10 | 8   | 1   |     |
|                              | C   | 9,10 | 5   | 3   | 6,7  | 6,7 | 11  | 12   | 2   | 4   | 9,10 | 8   | 1   |     |
|                              | RT  | 10   | 5   | 3   | 6    | 7   | 11  | 12   | 2   | 4   | 9    | 8   | 1   |     |
|                              | B   | 3    | 4   | 2   | 1    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
| Ustinovichius vd. 2007       | C   | 3    | 4   | 1   | 2    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | O   | 3    | 4   | 2   | 1    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | RT  | 3    | 4   | 2   | 1    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | B   | 6    | 5   | 1   | 12   | 10  | 13  | 11   | 2   | 4   | 8    | 3   | 9   | 7   |
| Altuntaş vd., 2015           | RPM | 6    | 5   | 1   | 12   | 10  | 13  | 11   | 2   | 4   | 8    | 3   | 9   | 7   |
|                              | MM  | 6    | 5   | 1   | 12   | 10  | 13  | 11   | 2   | 4   | 8    | 3   | 9   | 7   |
|                              | RT  | 6    | 5   | 1   | 12   | 10  | 13  | 11   | 2   | 3   | 8    | 4   | 9   | 7   |
|                              | O   | 2    | 5   | 6   | 4    | 1   | 3   |      |     |     |      |     |     |     |
| Safacı Ghadikolaci vd., 2014 | RT  | 2    | 5   | 6   | 4    | 1   | 3   |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | B   | 6    | 2   | 1   | 5    | 3   | 4   |      |     |     |      |     |     |     |
| Barak ve Mokfi, 2019         | RT  | 6    | 2   | 1   | 5    | 3   | 4   |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | O   | 2    | 5   | 7   | 8    | 1   | 3   | 8    | 6   | 7   | 4    |     |     |     |
| Dortaj vd. 2020              | B   | 2    | 5   | 7   | 9,10 | 1   | 3   | 9,10 | 6   | 7   | 4    |     |     |     |
|                              | C   | 2    | 9   | 5,6 | 7,8  | 1   | 3,4 | 10   | 5,6 | 7,8 | 3,4  |     |     |     |
|                              | RT  | 2    | 5   | 7   | 9    | 1   | 3   | 10   | 6   | 8   | 4    |     |     |     |
|                              | O   | 1,2  | 4   | 3   | 1,2  | 6,7 | 8   | 6,7  | 5   | 9   |      |     |     |     |
| Kiani vd., 2019              | B   | 1,2  | 4   | 3   | 1,2  | 6,7 | 8   | 6,7  | 5   | 9   |      |     |     |     |
|                              | C   | 1    | 4   | 3   | 2    | 6,7 | 8   | 6,7  | 5   | 9   |      |     |     |     |
|                              | RT  | 2    | 4   | 3   | 1    | 6   | 8   | 7    | 5   | 9   |      |     |     |     |
|                              | O   | 3    | 1   | 2   | 4    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
| Donyayii vd., 2020           | B   | 3    | 1   | 2   | 4    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | C   | 3    | 1   | 2   | 4    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | RT  | 3    | 1   | 2   | 4    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | O   | 9    | 7   | 8   | 1,2  | 4,5 | 3   | 4,5  | 1,2 | 6   |      |     |     |     |
| Banihabib, 2017              | B   | 9    | 7   | 8   | 1,2  | 4,5 | 3   | 4,5  | 1,2 | 6   |      |     |     |     |
|                              | C   | 9    | 7   | 8   | 1    | 4   | 3   | 5    | 2   | 6   |      |     |     |     |
|                              | RT  | 9    | 7   | 8   | 2    | 4   | 3   | 5    | 1   | 6   |      |     |     |     |
|                              | O   | 1    | 2,3 | 2,3 | 5    | 4   |     |      |     |     |      |     |     |     |
| Azadfallah, 2016             | B   | 1    | 2,3 | 2,3 | 5    | 4   |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | C   | 1    | 3   | 2   | 4,5  | 4,5 |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | RT  | 1    | 3   | 2   | 5    | 4   |     |      |     |     |      |     |     |     |
|                              | MM  | 3    | 1   | 2   | 4    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |
| Sezer vd., 2016              | RT  | 3    | 1   | 2   | 4    |     |     |      |     |     |      |     |     |     |

B: Borda Tekniği, C: Copeland Tekniği, O: Ortalama Tekniği, MM: MULTIMOORA, RT: RAT

Tablo 3.18. Gerçek yaşam problemleri üzerinden karşılaştırmalar II

|     | Zavadskas vd., 2017 |       |    | Lit'u vd., 2014 |       |       | Kısa vd., 2019 |       |       | Moghimi ve Yazdi, 2017 |       |       | Tavana vd., 2020 |       |       | Mostrafacipour ve Jooyandeh, 2017 |      |   | Ömürbek vd., 2018 |  |
|-----|---------------------|-------|----|-----------------|-------|-------|----------------|-------|-------|------------------------|-------|-------|------------------|-------|-------|-----------------------------------|------|---|-------------------|--|
|     | B                   | C     | RT | MM              | RT    | B     | RT             | O     | B     | C                      | RT    | C     | RT               | O     | B     | C                                 | RT   | B | RT                |  |
| A1  | 4                   | 4     | 4  | 4               | 12,13 | 13    | 6              | 7     | 7,8   | 7                      | 12    | 12    | 20               | 20    | 21    | 22                                | 1    | 1 |                   |  |
| A2  | 10                  | 10    | 10 | 13              | 19    | 19    | 3              | 4     | 5     | 4                      | 2     | 2     | 6                | 6     | 7     | 6                                 | 2    | 2 |                   |  |
| A3  | 20,21               | 20,21 | 21 | 6               | 18    | 18    | 2              | 2     | 2     | 2                      | 8     | 8     | 8                | 8     | 8     | 7                                 | 3    | 3 |                   |  |
| A4  | 20,21               | 20,21 | 20 | 16              | 22,23 | 23    | 5              | 6     | 7,8   | 6                      | 15    | 15    | 23,24            | 23,24 | 25    | 25                                | 6    | 6 |                   |  |
| A5  | 18                  | 18    | 18 | 9               | 12,13 | 12    | 9              | 9     | 9,10  | 9                      | 14    | 14    | 23,24            | 23,24 | 23    | 23                                | 4    | 4 |                   |  |
| A6  | 19                  | 19    | 19 | 3               | 27    | 27    | 1              | 1     | 1     | 1                      | 17    | 17    | 18               | 18    | 18    | 7                                 | 7    |   |                   |  |
| A7  | 2                   | 2     | 2  | 10              | 10    | 25    | 4              | 5     | 6     | 5                      | 3     | 3     | 14               | 14    | 13    | 13                                | 13   |   |                   |  |
| A8  | 14,15               | 14,15 | 14 | 8               | 8     | 9     | 11             | 11    | 11    | 11                     | 5     | 5     | 10               | 10    | 9     | 11                                | 15   |   |                   |  |
| A9  | 14,15               | 14,15 | 15 | 12              | 12    | 24    | 20             | 20    | 19    | 20                     | 16    | 16    | 25               | 25    | 24    | 24                                | 5    |   |                   |  |
| A10 | 6-7                 | 6-7   | 7  | 15              | 15    | 7,8   | 9              | 12    | 11    | 12                     | 9     | 9     | 5                | 5     | 5     | 5                                 | 12   |   |                   |  |
| A11 | 13                  | 13    | 13 | 1               | 28    | 28    | 8              | 3     | 4     | 3                      | 13    | 13    | 13               | 13    | 17    | 14                                | 9,10 |   |                   |  |
| A12 | 17                  | 17    | 17 | 11              | 11    | 1     | 7              | 8     | 3     | 8                      | 1     | 1     | 7                | 7     | 6     | 8                                 | 14   |   |                   |  |
| A13 | 8                   | 8     | 8  | 2               | 29    | 29    | 15             | 15,16 | 15    | 16                     | 7     | 7     | 3                | 3     | 3     | 20                                | 20   |   |                   |  |
| A14 | 1                   | 1     | 1  | 7               | 7     | 4     | 13             | 13    | 13,14 | 13                     | 6     | 6     | 11               | 11    | 12    | 10                                | 18   |   |                   |  |
| A15 | 16                  | 16    | 16 | 14              | 14    | 22,23 | 22             | 14    | 14    | 13,14                  | 14    | 18    | 18               | 16,17 | 16,17 | 14                                | 15   |   |                   |  |
| A16 | 3                   | 3     | 3  | 5               | 10    | 10    | 17             | 17    | 17    | 17                     | 11    | 11    | 1                | 1     | 1     | 1                                 | 9,10 |   |                   |  |
| A17 | 5                   | 5     | 5  | 16              | 16    | 16    | 10             | 10    | 9,10  | 10                     | 10    | 10    | 9                | 9     | 9     | 9                                 | 17   |   |                   |  |
| A18 | 12                  | 12    | 12 | 2               | 2     | 2     | 18             | 18    | 18    | 18                     | 4     | 4     | 21               | 21    | 20    | 20                                | 8    |   |                   |  |
| A19 | 9                   | 9     | 9  | 26              | 26    | 26    | 22             | 22    | 22    | 22                     | 15    | 15    | 15               | 14    | 16    | 19                                | 19   |   |                   |  |
| A20 | 6,7                 | 6,7   | 6  | 11              | 11    | 16    | 15,16          | 16    | 15    | 15                     | 19    | 19    | 19               | 19    | 19    | 16                                | 16   |   |                   |  |
| A21 | 11                  | 11    | 11 | 21              | 21    | 21    | 19             | 19    | 19    | 19                     | 4     | 4     | 4                | 4     | 4     | 21                                | 21   |   |                   |  |
| A22 |                     |       |    | 15              | 15    | 15    | 21             | 21    | 21    | 21                     | 16,17 | 16,17 | 14               | 17    | 22    | 22                                | 22   |   |                   |  |
| A23 |                     |       |    | 14              | 14    |       |                |       |       |                        | 2     | 2     | 2                | 2     |       |                                   |      |   |                   |  |
| A24 |                     |       |    | 7,8             | 6     |       |                |       |       |                        | 22    | 22    | 22               | 22    | 21    |                                   |      |   |                   |  |
| A25 |                     |       |    | 6               | 5     |       |                |       |       |                        | 12    | 12    | 9                | 12    |       |                                   |      |   |                   |  |
| A26 |                     |       |    | 17              | 17    |       |                |       |       |                        |       |       |                  |       |       |                                   |      |   |                   |  |
| A27 |                     |       |    | 3               | 3     |       |                |       |       |                        |       |       |                  |       |       |                                   |      |   |                   |  |
| A28 |                     |       |    | 20              | 20    |       |                |       |       |                        |       |       |                  |       |       |                                   |      |   |                   |  |
| A29 |                     |       |    | 5               | 7     |       |                |       |       |                        |       |       |                  |       |       |                                   |      |   |                   |  |

B: Borda Tekniği, C: Copeland Tekniği, O: Ortalama Tekniği, MM: MULTIMOORA, RT: RAT

Tablo 3.17 ve Tablo 3.18 incelendiğinde karşılaştırılan 21 gerçek yaşam probleminden 10 tanesinde kullanılan toplulaştırma teknikleri ile tam sıralama elde edilememiştir. Buna rağmen RAT ile tam sıralama elde edilmiştir. Karşılaştırmaların 9'unda RAT ve diğer tekniklerle aynı toplulaştırma sonuçları elde edilmiştir. Gerçek yaşam problemleri üzerinden ele alınan çalışmalar W testi kullanılarak analiz edilmiştir. Analizler sonucu elde edilen W test değerleri Tablo 3.19'da verilmiştir.

*Tablo 3.19. Gerçek yaşam problemlerinin W test değerleri*

| Yazar(lar)                       | W Test Değerleri |
|----------------------------------|------------------|
| Çakır ve Özdemir, 2016           | 0.9954           |
| Supçiller ve Deligöz, 2018       | 1.0000           |
| Işık ve Adalı, 2016              | 1.0000           |
| Azimi vd., 2014                  | 0.9984           |
| Ustinovichius vd., 2007          | 0.9250           |
| Altuntaş vd., 2015               | 0.9950           |
| Safaci Ghadikolaci vd., 2014     | 1.0000           |
| Barak ve Mokfi, 2019             | 0.9730           |
| Dortaj vd., 2020                 | 0.9288           |
| Kiani vd., 2019                  | 0.9910           |
| Donyayii vd., 2020               | 1.0000           |
| Banihabib, 2017                  | 0.9921           |
| Azadfallah, 2016                 | 0.9196           |
| Sezer vd., 2016                  | 1.0000           |
| Zavadskas vd., 2017              | 0.9995           |
| Liu vd., 2014                    | 1.0000           |
| Kısa vd., 2019                   | 0.9955           |
| Moghimi ve Yazdi, 2017           | 0.9902           |
| Tavana vd., 2020                 | 1.0000           |
| Mostafacipour ve Jooyandeh, 2017 | 0.9907           |
| Ömürbek vd., 2018                | 0.9998           |

Tablo 3.19'da gösterilen W test değerlerinin tamamı 0.92 değerinden yüksektir. Ele alınan gerçek yaşam problemlerinin RAT ile toplulaştırılması sonucu tam sıralamalar elde edilmiştir.

## Sonuç ve Öneriler

Çok kriterli bir problemde, karar vericinin tercihlerine ve problemin yapısına uygun olarak kullanılacak ÇKKV tekniklerinin birden fazla olması, teknik seçimi belirsizliğini artırmaktadır. Bu nedenle probleme uygun birden fazla ÇKKV tekniği ile çözüm bulunması ve elde edilen çözümlerin toplulaştırılarak tek bir sıralama elde edilmesi benimsenen bir yaklaşımdır. Buna rağmen problemlerde, alternatif ve sıralamaların sayıca fazla olması toplulaştırma işlemlerini zorlaştırmakta ve tam sıralama elde edilme olasılığını düşürmektedir. Tezin konusunu oluşturan RAT tekniği, toplulaştırma işlemlerini kolaylaştırmak ve işlem sonuçlarının büyük çoğunluğunda tam sıralama elde edilmesi temelinde geliştirilmiştir. Önerilen RAT tekniği, ÇKKV problem sonuçlarının toplulaştırılmasında en fazla kullanılan Borda ve Copeland tekniklerinin yanı sıra Dodgson ve Kemeny teknikleriyle de karşılaştırılmıştır.

Analizler sonucunda, sıralamaları arasında benzerlik bulunmayan örneklerin toplulaştırılmasında kullanılan Borda, Copeland ve Dodgson tekniklerinin sırasıyla; %88, %89 ve %93'ünde tam sıralama elde edemedikleri tespit edilmiştir. RAT için ise, tam sıralama elde edilememeye yüzdesi %0.6 olarak bulunmuştur. Sıralamalar arasında benzerlik oluşturulan 400,000 örnek için yapılan analizlerde ise bu yüzdeler Borda, Copeland ve Dodgson teknikleri için sırasıyla; %77, %82 ve %86 olarak bulunmuştur. RAT için ise, %1.9 olarak tespit edilmiştir. Bütün setler bir arada değerlendirildiğinde; Borda, Copeland, Dodgson ve RAT teknikleri ile elde edilen sonuçlardan tam sıralama elde edilemeyen örnek yüzdeleri sırasıyla; %82.5, %85.6, %89.7 ve %1.2 olarak bulunmuştur. Borda, Copeland ve Dodgson teknikleri ile yapılan toplulaştırmalarda, 21 ve daha fazla alternatiften oluşan setlerin neredeyse tamamında tam sıralama elde edilmediği görülmektedir. Aynı zamanda bu tekniklerle yapılan toplulaştırmalarda ele alınan örneklerde alternatif ve sıralama sayıları arttıkça tam sıralama elde edilemediği tespit edilmiştir. Tam sıralama elde edilememesinde alternatiflerin ve sıralamaların sayıca çok

olması etkilidir; ancak bu durumun oluşmasında alternatif sayısının artışı daha etkilidir denilebilir.

Borda, Copeland ve Dogdson tekniklerinin aksine, RAT uygulanan örneklerde alternatif ve sıralama sayısı arttıkça tam sıralama elde etme oranı artmaktadır.

Sıralamalar arasında benzerlik bulunmayan örneklerin, RAT ile toplulaştırılması sonucunda, %0.6'sında; aralarında benzerlik bulunanların %1.9'unda tam sıralama elde edilemediği tespit edilmiştir. Bununla beraber ele alınan 21 gerçek yaşam probleminden 10 tanesinde Borda ve Copeland teknikleri ile tam sıralama elde edilememiştir. Bütün bu bulgular dikkate alındığında, Borda, Copeland ve Dogdson teknikleri ile yapılan toplulaştırma büyük oranda tam sıralama elde edilemediği tespit edilmiştir. Diğer taraftan RAT ile yapılan toplulaştırmalarda büyük oranda tam sıralama elde edilmiştir.

Sıralamalar arasında benzerlik bulunan örneklerde tam sıralamaya ulaşamama oranının görece fazla olması, Tablo 3.16'da da gösterildiği üzere; alternatiflerin sıralamalarda aldığı değerlerin aynı olma olasılıklarının artmasından kaynaklanmaktadır.

W test değerlerine göre, RAT ve diğer karşılaştırılan tekniklerle elde edilen toplulaştırma sonuçlarından 556 örneğe ait sıralamanın uyumsuz olduğu görülmektedir. Oransal olarak hesaplandığında ise bu oran 0.00067 olarak bulunur. Bu durum RAT'ın kullanılan diğer toplulaştırma teknikleriyle %99.93 oranında benzer sonuçlar verdiğini göstermektedir. W testi öz test değer tablolarındaki birinci çeyrekler dikkate alındığında örneklerin %73'ünde test değerleri 0.93'ün üzerindedir. Farklı sıralama ve alternatiflerden oluşan setlerin tamamında ortalama Spearman sıra korelasyon değerlerinin 0.88, %82'sinde ise 0.95 üzerindedir.

ÇKKV problemlerinin toplulaştırılmasında, ele alınan problemlerde alternatif sayısı ve sıralama sayısı arttıkça, yaygın olarak kullanılan tekniklerle tam sıralama elde etme olasılığının azaldığı, buna rağmen önerilen RAT tekniğiyle tam sıralama elde edebilme olasılığının arttığı görülmektedir. Bununla beraber önerilen teknik ve karşılaştırılan teknikler ile elde edilen toplulaştırma sonuçları, yüksek sıra korelasyon değerlerine sahiptir. Analiz edilen 830,000 örnek ve 21 gerçek yaşam probleminin sonuçları birbirini desteklemektedir.

Analizler sonucunda; önerilen tekniğin sıralamaları birleştirmesinde etkin olduğu görülmüştür. Önerilen RAT tekniğinin uygulanmasında diğer toplulaştırma tekniklerinin aksine; alternatiflere puan verilmesi, alternatiflerin ikili karşılaştırılması ve ek bir tekniğin kullanılması gerekmez. Bu yönüyle

uygulanma kolaylığı açısından diğer tekniklerden üstün olduğu söylenebilir. Bununla beraber analiz sonuçları dikkate alındığında diğer toplulaştırma teknikleri ile elde edilen nihai sıralamaların ortalama en az %82'sinde tam sıralama elde edilmediği, RAT ile toplulaştırmada ise bu oranın %1.2 olduğu görülmektedir.

ÇKKV alanında kullanılan toplulaştırma tekniklerinin uygulama zorluğundan ve çoğu zaman bu tekniklerle tam sıralama elde edilememesi göz önünde bulundurulduğunda RAT tekniğinden yararlanılabilir.

Önerilen tekniğin sosyal tercihlerin belirlenmesinde ve grup karar verme başta olmak üzere birçok alanda başarıyla kullanılabileceği düşünülmektedir.



## Kaynakça

- Altuntas, S., Dereli, T. & Yilmaz, M. K. (2015). Evaluation of excavator technologies: application of data fusion based MULTIMOORA methods. *Journal of Civil Engineering and Management*, 21(8), 977-997.
- Aruldoss, M., Lakshmi, T. M. & Venkatesan, V. P. (2013). A survey on multi criteria decision making methods and its applications. *American Journal of Information Systems*, 1(1), 31-43.
- Azadfallah, M. (2016). A New Aggregation Rule for Ranking Suppliers in Group Decision Making under Multiple Criteria. *Journal of Supply Chain Management Systems*, 5(4).
- Azimi, M., Taghizadeh, H., Farahmand, N. & Pourmahmoud, J. (2014). Selection of industrial robots using the Polygons area method. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 5(4), 631-646.
- Bandyopadhyay, S. & Saha, S. (2012). *Unsupervised classification: similarity measures, classical and metaheuristic approaches, and applications*. Springer Science & Business Media.
- Banihabib, M. E., Hashemi, F. & Shabestari, M. H. (2017). A framework for sustainable strategic planning of water demand and supply in arid regions. *Sustainable Development*, 25(3), 254-266.
- Barak, S. & Mokfi, T. (2019). Evaluation and selection of clustering methods using a hybrid group MCDM. *Expert Systems with Applications*, 138, 112817.
- Barak, S. & Dahooei, J. H. (2018). A novel hybrid fuzzy DEA-Fuzzy MADM method for airlines safety evaluation. *Journal of Air Transport Management*, 73, 134-149.
- Belles-Sampera, J., Merigó, J. M. & Santolino, M. (2013). Some new definitions of indicators for the Choquet Integral. In *Aggregation Functions in Theory and in Practise* (pp. 467-476). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Belton, V. & Stewart, T. (2002). *Multiple criteria decision analysis: an integrated approach*. Springer Science & Business Media.



- Bolón-Canedo, V. & Alonso-Betanzos, A. (2018). *Recent advances in ensembles for feature selection* (Vol. 147). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Bonett, D. G. & Wright, T. A. (2000). Sample size requirements for estimating Pearson, Kendall and Spearman correlations. *Psychometrika*, 65(1), 23-28.
- Bouyssou, D. & Marchant, T. (2007). An axiomatic approach to noncompensatory sorting methods in MCDM, I: The case of two categories. *European Journal of Operational Research*, 178(1), 217-245.
- Brauers, W. K. & Zavadskas, E. K. (2014). The ordinal dominance theory as applied to the most attractive retail cities of the Benelux area. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, 27(1), 899-915.
- Brauers, W. K. M. & Zavadskas, E. K. (2011). MULTIMOORA optimization used to decide on a bank loan to buy property. *Technological and Economic Development of Economy*, 17(1), 174-188.
- Chankong, V. & Haimes, Y. Y. (2008). *Multiobjective decision making: theory and methodology*. Courier Dover Publications.
- Ching-Lai, H. & Abu, S. M. M. (1979). *Multiple objective decision making, methods and applications: a state-of-the-art survey*. Springer-Verlag.
- Cook, W. D. & Seiford, L. M. (1978). Priority ranking and consensus formation. *Management Science*, 24(16), 1721-1732.
- Çakır, E. & Özdemir, M. (2016). Bulanık Çok Kriterli Karar Verme Yöntemlerinin Altı Sigma Projeleri Seçiminde Uygulanması. *Business & Economics Research Journal*, 7(2).
- Ding, J., Han, D., Dezert, J. & Yang, Y. (2018). A new hierarchical ranking aggregation method. *Information Sciences*, 453, 168-185.
- Dodgson, C. L. (1873). A discussion of the various methods of procedure in conducting elections. *Preface dated*, 18, 15.
- Donyaii, A., Sarraf, A. & Ahmadi, H. (2020). Using composite ranking to select the most appropriate Multi-Criteria Decision Making (MCDM) method in the optimal operation of the Dam reservoir. *Journal of Hydraulic Structures*, 6(2), 1-22.
- Dortaj, A., Maghsoudy, S., Ardejani, F. D. & Eskandari, Z. (2020). A hybrid multi-criteria decision making method for site selection of subsurface dams in semi-arid region of Iran. *Groundwater for Sustainable Development*, 10, 100284.
- Duleba, S. & Moslem, S. (2018). Sustainable urban transport development with stakeholder participation, an AHP-kendall model: A case study for mersin. *Sustainability*, 10(10), 3647.
- Dwork, C., Kumar, R., Naor, M. & Sivakumar, D. (2001, May). Rank aggregation methods for the web. In *Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web* (pp. 613-622). ACM.

- Favardin, P., Lepelley, D. & Scrais, J. (2002). Borda rule, Copeland method and strategic manipulation. *Review of Economic Design*, 7(2), 213-228.
- Field, A. P. (2014). Kendall's Coefficient of Concordance. *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*.
- Figueira, J., Mousseau, V. & Roy, B. (2005). ELECTRE methods. In *multiple criteria decision analysis: State of the art surveys* (pp. 133-153). Springer, New York, NY.
- Fishburn, P. C. (1977). Condorcet social choice functions. *SIAM Journal on applied Mathematics*, 33(3), 469-489.
- Guitouni, A. & Martel, J. M. (1998). Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method. *European journal of operational research*, 109(2), 501-521.
- Hammond, J. S., Keeney, R. L. & Raiffa, H. (2015). *Smart choices: A practical guide to making better decisions*. Harvard Business Review Press.
- Henriet, D. (1985). The Copeland choice function an axiomatic characterization. *Social Choice and Welfare*, 2(1), 49-63.
- Herrera-Viedma, E., García-Lapresta, J. L., Kacprzyk, J., Fedrizzi, M., Nurmi, H., & Zadrozny, S. (Eds.). (2011). *Consensual processes* (Vol. 267). Springer.
- Hwang, C. L. & Yoon, K. (1981). Methods for multiple attribute decision making. In *Multiple attribute decision making* (pp. 58-191). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Hwang, C. L. & Masud, A. S. M. (2012). *Multiple objective decision making—methods and applications: a state-of-the-art survey* (Vol. 164). Springer Science & Business Media.
- İç, Y. T., Tekin, M., Pamukoğlu, F. Z. & Yıldırım, S. E. (2015). Kurumsal Firmalar İçin Bir Finansal Performans Karşılaştırma Modelinin Geliştirilmesi. *Journal of the Faculty of Engineering & Architecture of Gazi University*, 30(1).
- İşık, A. & Adalı, E. (2016). A comparative study for the agricultural tractor selection problem. *Decision Science Letters*, 5(4), 569-580.
- Jahan, A., Ismail, M. Y., Shuib, S., Norfazidah, D. & Edwards, K. L. (2011). An aggregation technique for optimal decision-making in materials selection. *Materials & Design*, 32(10), 4918-4924.
- Karaatlı, M., Ömürbek, N., Budak, İ. & Dağ, O. (2015). Çok kriterli karar verme yöntemleri ile yaşanabilir illerin sıralanması. *Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, (33), 215-228.
- Karaoğlu, S. & Şahin, S. (2018). BİST XKMYA İşletmelerinin Finansal Performanslarının Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleri İle Ölçümü ve Yöntemlerin Karşılaştırılması. *Ege Academic Review*, 18(1).

- Kendall, M. G. & Smith, B. B. (1939). The problem of m rankings. *The annals of mathematical statistics*, 10(3), 275-287.
- Kendall, M. G. (1948). Rank correlation methods.
- Kısa, A., Gök, C. & Perçin, S. (2020). Bulanık Çok Kriterli Karar Verme Yaklaşımı İle Türkiye İmalat Sanayii'nde Performans Ölçümü. *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, 31-56.
- Kiani, M., Bagheri, M., Ebrahimi, A. & Alimohammadlou, M. (2019). A model for prioritizing outsourceable activities in universities through an integrated fuzzy-MCDM method. *International Journal of Construction Management*, 1-17.
- Legendre, P. (2005). Species associations: the Kendall coefficient of concordance revisited. *Journal of agricultural, biological, and environmental statistics*, 10(2), 226.
- Li, X., Wang, X. & Xiao, G. (2017). A comparative study of rank aggregation methods for partial and top ranked lists in genomic applications. *Briefings in bioinformatics*, 20(1), 178-189.
- Liu, H. C., Fan, X. J., Li, P. & Chen, Y. Z. (2014). Evaluating the risk of failure modes with extended MULTIMOORA method under fuzzy environment. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 34, 168-177.
- Lotfi, F. H., Rostamy-Malkhalifeh, M., Aghayi, N., Beigi, Z. G. & Gholami, K. (2013). An improved method for ranking alternatives in multiple criteria decision analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 37(1-2), 25-33.
- Malczewski, J. (1999). *GIS and multicriteria decision analysis*. John Wiley & Sons.
- Marichal, J. L. (1998). *Aggregation operators for multicriteria decision aid* (Doctoral dissertation, University of Liège, Liège, Belgium).
- May, J. O. & Looney, S. W. (2020). Sample Size Charts for Spearman and Kendall Coefficients. *Journal of Biometrics & Biostatistics*, 1-7.
- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological review*, 63(2), 81.
- Moghimi, M. & Yazdi M. 2017. Applying multicriteria decision-making (MCDM) methods for economic ranking of Tehran-22 districts to establish financial and commercial centers (case: City of Tehran). *J Urban Econ Manage*. 5(20):39–51.
- Mohammadi, M. & Rezaei, J. (2020). Ensemble ranking: Aggregation of rankings produced by different multi-criteria decision-making methods. *Omega*, 102254.

- Mostafacipour, A. & Jooyandeh, E. (2017). Prioritizing the locations for hydrogen production using a hybrid wind-solar system: A case study. *Advances in Energy Research*, 5(2), 107.
- Niemi, R. G. & Weisberg, H. F. (1968). A mathematical solution for the probability of the paradox of voting. *Behavioral Science*, 13(4), 317-323.
- Nurmi, H. (2010). Voting systems for social choice. In *Handbook of Group Decision and Negotiation* (pp. 167-182). Springer, Dordrecht
- Omar, M. N. & Fayek, A. R. (2016). Modeling and evaluating construction project competencies and their relationship to project performance. *Automation in Construction*, 69, 115-130.
- Opricovic, S. & Tzeng, G. H. (2004). Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European journal of operational research*, 156(2), 445-455.
- Opricovic, S. & Tzeng, G. H. (2007). Extended VIKOR method in comparison with outranking methods. *European journal of operational research*, 178(2), 514-529.
- Ömürbek, N. & Urmak, E. D. A. (2018). FORBES 2000 Listesinde Yeralan Havaçılık Sektöründeki Şirketlerin ENTROPİ, MAUT, COPRAS VE SAW Yöntemleri İle Analizi. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 23(1), 257-278.
- Roy, B. (1981). The optimisation problem formulation: criticism and overstepping. *Journal of the Operational Research Society*, 32(6), 427-436.
- Roy, B. (1990). The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. In *Readings in multiple criteria decision aid* (pp. 155-183). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Roy, B. & Bouyssou, D. (1993). *Aide multicritère à la décision: méthodes et cas* (p. 695). Paris: Economica'dan aktaran Ishizaka, A., & Nemery, P. (2013). *Multi-criteria decision analysis: methods and software*. John Wiley & Sons, s.6.
- Saaty, T. L. (2008). Decision making with the analytic hierarchy process. *International journal of services sciences*, 1(1), 83-98.
- Saaty, T. L. & Ergu, D. (2015). When is a decision-making method trustworthy? Criteria for evaluating multi-criteria decision-making methods. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 14(06), 1171-1187.
- Safaci Ghadikolaei, A., Khalili Esbouei, S. & Antucheviciene, J. (2014). Applying fuzzy MCDM for financial performance evaluation of Iranian companies. *Technological and Economic Development of Economy*, 20(2), 274-291.

- Salminen, P., Hokkanen, J. & Lahdelma, R. (1998). Comparing multicriteria methods in the context of environmental problems. *European Journal of Operational Research*, 104(3), 485-496.
- Saygın, Z. Ö. (2019). *OECD ülkelerinin sağlık göstergeleri açısından bütünleşik çok kriterli karar verme yaklaşımı ile analizi* (Master's thesis, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü).
- Sezer, F., Özkan, B. A. L. İ. & Gürol, P. (2016). Hazardous materials warehouse selection as a multiple criteria decision making problem. *Journal of Economics Bibliography*, 3(1S), 63-73.
- Shen, K. Y. & Tzeng, G. H. (2015). A decision rule-based soft computing model for supporting financial performance improvement of the banking industry. *Soft Computing*, 19(4), 859-874.
- Snell, J. L. & Kemeny, J. G. (1962). *Mathematical Models in the Social Sciences. Introduction to Higher Mathematics*. Ginn, Boston.
- Stojić, G., Stević, Ž., Antuchević, J., Pamučar, D. & Vasiljević, M. (2018). A novel rough WASPAS approach for supplier selection in a company manufacturing PVC carpentry products. *Information*, 9(5), 121.
- Supçiller, A. A. & Deligöz, K. (2018). Tedarikçi Seçimi Probleminin Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleriyle Uzlaşık Çözümü. *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, 355-368.
- Şahin, M. (2020). A comprehensive analysis of weighting and multicriteria methods in the context of sustainable energy. *International Journal of Environmental Science and Technology*, 1-26.
- Tavana, M., Shaabani, A. & Valaei, N. (2020). An integrated fuzzy framework for analyzing barriers to the implementation of continuous improvement in manufacturing. *International Journal of Quality & Reliability Management*.
- Tosun, K. (1992). *İşletme yönetimi: genel esaslar*. Savaş kitap ve yayınevi.
- Triantaphyllou, E. (2000). *Multi-criteria decision making methods. In Multi-criteria decision making methods: A comparative study* (pp. 5-21). Springer, Boston, MA.
- Tsai, C. H., Chang, C. L. & Chen, L. (2003). Applying grey relational analysis to the vendor evaluation model. *International Journal of The Computer, The Internet and Management*, 11(3), 45-53.
- Tzeng, G. H. & Huang, J. J. (2011). *Multiple attribute decision making: methods and applications*. CRC press.
- Ustinovichius, L., Zavadkas, E. K. & Podvezko, V. (2007). Application of a quantitative multiple criteria decision making (MCDM-1) approach to the analysis of investments in construction. *Control and cybernetics*, 36(1), 251.

- Vahdani, B., Hadipour, H., Sadaghiani, J. S. & Amiri, M. (2010). Extension of VIKOR method based on interval-valued fuzzy sets. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 47(9-12), 1231-1239.
- Voogd, J. H. (1982). Multicriteria evaluation for urban and regional planning.
- Wang, C. C. L., Chen, S. F. & Yuen, M. M. F. (2001). Fuzzy part family formation based on grey relational analysis. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 18(2), 128-132.
- Wang, J. J., Jing, Y. Y., Zhang, C. F. & Zhao, J. H. (2009). Review on multi-criteria decision analysis aid in sustainable energy decision-making. *Renewable and sustainable energy reviews*, 13(9), 2263-2278.
- Wang, Y. J. (2009). Combining grey relation analysis with FMCGDM to evaluate financial performance of Taiwan container lines. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 2424-2432.
- Wang, Y. & Ruhe, G. (2007). The cognitive process of decision making. *International Journal of Cognitive Informatics and Natural Intelligence (IJCINI)*, 1(2), 73-85.
- Wu, H. Y., Tzeng, G. H. & Chen, Y. H. (2009). A fuzzy MCDM approach for evaluating banking performance based on Balanced Scorecard. *Expert systems with applications*, 36(6), 10135-10147.
- Xu, Z. (2009). Fuzzy harmonic mean operators. *International Journal of Intelligent Systems*, 24(2), 152-172.
- Yager, R. R. (2009). On generalized Bonferroni mean operators for multi-criteria aggregation. *International Journal of Approximate Reasoning*, 50(8), 1279-1286.
- Yakut, E. (2020). OECD Ülkelerinin Bilgi ve İletişim Teknolojileri Gelişmişliklerinin MOORA ve WASPAS Yöntemiyle Değerlendirilerek Kullanılan Yöntemlerin Copeland Yöntemiyle Karşılaştırılması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 24 (3), 1275-1294.
- Yalcin, N., Bayrakdaroglu, A. & Kahraman, C. (2012). Application of fuzzy multi-criteria decision making methods for financial performance evaluation of Turkish manufacturing industries. *Expert systems with applications*, 39(1), 350-364.
- Zanakis, S. H., Solomon, A., Wishart, N. & Dublisch, S. (1998). Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods. *European journal of operational research*, 107(3), 507-529.
- Zavadskas, E. K., Cavallaro, F., Podvezko, V., Ubarte, I. & Kaklauskas, A. (2017). MCDM assessment of a healthy and safe built environment according to sustainable development principles: A practical neighborhood approach in Vilnius. *Sustainability*, 9(5), 702.
- Zavadskas, E. K., Govindan, K., Antucheviciene, J. & Turskis, Z. (2016). Hybrid multiple criteria decision-making methods: A review of applications for

sustainability issues. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, 29(1), 857-887.

Zavadskas, E. K., Turskis, Z. & Kildienė, S. (2014). State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. *Technological and economic development of economy*, 20(1), 165-179.

Zimmerman, D. W. (1994). A note on modified rank correlation. *Journal of Educational and Behavioral statistics*, 357-362.

### İnternet Kaynakları

<https://cran.r-project.org/web/packages/votesys/votesys.pdf> (Erişim Tarihi: 23.05.2020).

<https://cran.r-project.org/web/packages/MASS/MASS.pdf> (Erişim Tarihi: 01.05.2020)

<https://cran.r-project.org/web/packages/GGally/GGally.pdf> (Erişim Tarihi: 09.06.2020)

<https://cran.r-project.org/web/packages/irr/irr.pdf> (Erişim Tarihi: 08.09.2020)

## Ekler

### *EK-1: Benzer Sıralamalara Sahip Setler İçin W Test Özet Değerleri*

|            | AS  | Min    | 1.Ç    | Ortanca | Ort.   | 3.Ç    | Maks.  | UÖS |
|------------|-----|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-----|
| 3 Sıralama | 5   | 0.8383 | 0.9919 | 1.0000  | 0.9900 | 1.0000 | 1.0000 | 0   |
|            | 8   | 0.8795 | 0.9809 | 0.9895  | 0.9872 | 0.9971 | 1.0000 | 0   |
|            | 13  | 0.9151 | 0.9874 | 0.9916  | 0.9901 | 0.9947 | 1.0000 | 0   |
|            | 21  | 0.9525 | 0.9894 | 0.9924  | 0.9914 | 0.9946 | 0.9989 | 0   |
|            | 34  | 0.9668 | 0.9912 | 0.9933  | 0.9928 | 0.9950 | 0.9988 | 0   |
|            | 55  | 0.9760 | 0.9925 | 0.9942  | 0.9938 | 0.9955 | 0.9984 | 0   |
|            | 100 | 0.9826 | 0.9936 | 0.9949  | 0.9947 | 0.9961 | 0.9986 | 0   |
| 4 Sıralama | 5   | 0.7257 | 0.9677 | 0.9826  | 0.9778 | 0.9919 | 1.0000 | 0   |
|            | 8   | 0.8112 | 0.9737 | 0.9831  | 0.9801 | 0.9895 | 1.0000 | 0   |
|            | 13  | 0.9272 | 0.9864 | 0.9910  | 0.9895 | 0.9941 | 1.0000 | 0   |
|            | 21  | 0.9557 | 0.9891 | 0.9920  | 0.9912 | 0.9942 | 0.9989 | 0   |
|            | 34  | 0.9719 | 0.9911 | 0.9932  | 0.9927 | 0.9948 | 0.9984 | 0   |
|            | 55  | 0.9773 | 0.9925 | 0.9941  | 0.9938 | 0.9954 | 0.9983 | 0   |
|            | 100 | 0.9846 | 0.9936 | 0.9949  | 0.9947 | 0.9960 | 0.9986 | 0   |
| 5 Sıralama | 5   | 0.8309 | 0.9878 | 1.0000  | 0.9900 | 1.0000 | 1.0000 | 0   |
|            | 8   | 0.8862 | 0.9828 | 0.9904  | 0.9880 | 0.9981 | 1.0000 | 0   |
|            | 13  | 0.9238 | 0.9881 | 0.9919  | 0.9907 | 0.9948 | 1.0000 | 0   |
|            | 21  | 0.9627 | 0.9905 | 0.9930  | 0.9923 | 0.9949 | 0.9992 | 0   |
|            | 34  | 0.9715 | 0.9926 | 0.9942  | 0.9938 | 0.9955 | 0.9988 | 0   |
|            | 55  | 0.9802 | 0.9940 | 0.9952  | 0.9950 | 0.9963 | 0.9985 | 0   |
|            | 100 | 0.9872 | 0.9950 | 0.9961  | 0.9959 | 0.9970 | 0.9986 | 0   |
| 6 Sıralama | 6   | 0.8602 | 0.9770 | 0.9838  | 0.9836 | 0.9954 | 1.0000 | 0   |
|            | 8   | 0.8838 | 0.9805 | 0.9876  | 0.9850 | 0.9924 | 1.0000 | 0   |
|            | 13  | 0.9383 | 0.9886 | 0.9924  | 0.9911 | 0.9952 | 1.0000 | 0   |
|            | 21  | 0.9718 | 0.9910 | 0.9934  | 0.9927 | 0.9952 | 0.9995 | 0   |
|            | 34  | 0.9685 | 0.9929 | 0.9945  | 0.9941 | 0.9958 | 0.9988 | 0   |
|            | 55  | 0.9847 | 0.9942 | 0.9954  | 0.9952 | 0.9964 | 0.9988 | 0   |
|            | 100 | 0.9884 | 0.9952 | 0.9962  | 0.9960 | 0.9970 | 0.9988 | 0   |
| 7 Sıralama | 8   | 0.8901 | 0.9847 | 0.9905  | 0.9892 | 0.9981 | 1.0000 | 0   |
|            | 13  | 0.9369 | 0.9893 | 0.9929  | 0.9918 | 0.9954 | 0.9988 | 0   |
|            | 21  | 0.9688 | 0.9917 | 0.9939  | 0.9933 | 0.9955 | 0.9998 | 0   |
|            | 34  | 0.9809 | 0.9937 | 0.9950  | 0.9947 | 0.9961 | 0.9989 | 0   |
|            | 55  | 0.9849 | 0.9950 | 0.9960  | 0.9958 | 0.9968 | 0.9987 | 0   |
|            | 100 | 0.9914 | 0.9959 | 0.9968  | 0.9967 | 0.9975 | 0.9988 | 0   |
| 8 Sıralama | 8   | 0.8827 | 0.9837 | 0.9904  | 0.9877 | 0.9952 | 1.0000 | 0   |
|            | 13  | 0.9359 | 0.9908 | 0.9941  | 0.9930 | 0.9964 | 1.0000 | 0   |
|            | 21  | 0.9712 | 0.9928 | 0.9948  | 0.9942 | 0.9962 | 0.9996 | 0   |
|            | 34  | 0.9843 | 0.9945 | 0.9958  | 0.9955 | 0.9967 | 0.9991 | 0   |
|            | 55  | 0.9860 | 0.9957 | 0.9966  | 0.9963 | 0.9973 | 0.9990 | 0   |
|            | 100 | 0.9908 | 0.9965 | 0.9973  | 0.9971 | 0.9978 | 0.9988 | 0   |



## EK-2: Benzer Sıralamalara Sahip Setler İçin W Test Özet Değerleri

|            | AS   | Borda | Copeland | Dodgson | Kemeny | RAT    |
|------------|------|-------|----------|---------|--------|--------|
| 3 Sıralama | 5    | 2423  | 992      | 1884    | -      | 702    |
|            | 8    | 6128  | 3218     | 5936    | -      | 660    |
|            | 13   | 8502  | 7484     | 9058    | -      | 589    |
|            | 21   | 9696  | 9896     | 9938    | -      | 537    |
|            | 34   | 9984  | 10000    | 9999    | -      | 433    |
|            | 55   | 9999  | 10000    | 10000   | -      | 325    |
|            | 100  | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 251    |
|            | Oran | 0.81  | 0.74     | 0.81    | -      | 0.05   |
| 4 Sıralama | 5    | 3658  | 5558     | 6663    | -      | 1127   |
|            | 8    | 5625  | 7672     | 8819    | -      | 596    |
|            | 13   | 7834  | 9359     | 9827    | -      | 382    |
|            | 21   | 9292  | 9936     | 9995    | -      | 249    |
|            | 34   | 9900  | 9995     | 10000   | -      | 174    |
|            | 55   | 9998  | 10000    | 10000   | -      | 123    |
|            | 100  | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 64     |
|            | Oran | 0.80  | 0.89     | 0.94    | -      | 0.039  |
| 5 Sıralama | 5    | 2337  | 523      | 1916    | -      | 221    |
|            | 8    | 4582  | 2509     | 5165    | -      | 139    |
|            | 13   | 7018  | 7030     | 8245    | -      | 100    |
|            | 21   | 8767  | 9846     | 9687    | -      | 54     |
|            | 34   | 9716  | 10000    | 9977    | -      | 33     |
|            | 55   | 9980  | 10000    | 10000   | -      | 26     |
|            | 100  | 10000 | 10000    | 10000   | -      | 24     |
|            | Oran | 0.75  | 0.71     | 0.79    | -      | 0.0085 |
| 6 Sıralama | 6    | 3237  | 5637     | 5742    | -      | 260    |
|            | 8    | 4137  | 6959     | 7237    | -      | 133    |
|            | 13   | 6316  | 8995     | 9154    | -      | 82     |
|            | 21   | 8222  | 9878     | 9884    | -      | 60     |
|            | 34   | 9500  | 9993     | 9996    | -      | 28     |
|            | 55   | 9909  | 10000    | 10000   | -      | 18     |
|            | 100  | 9999  | 10000    | 10000   | -      | 14     |
|            | Oran | 0.73  | 0.87     | 0.89    | -      | 0.0085 |
| 7 Sıralama | 8    | 3641  | 2161     | 4416    | -      | 60     |
|            | 13   | 5714  | 6258     | 7400    | -      | 32     |
|            | 21   | 7698  | 9753     | 9198    | -      | 20     |
|            | 34   | 9159  | 10000    | 9905    | -      | 6      |
|            | 55   | 9836  | 10000    | 9996    | -      | 4      |
|            | 100  | 9998  | 10000    | 10000   | -      | 1      |
|            | Oran | 0.77  | 0.80     | 0.85    | -      | 0.002  |
| 8 Sıralama | 8    | 3293  | 6515     | 6114    | -      | 29     |
|            | 13   | 5203  | 8717     | 8384    | -      | 24     |
|            | 21   | 7246  | 9826     | 9587    | -      | 16     |
|            | 34   | 8854  | 9996     | 9960    | -      | 7      |
|            | 55   | 9755  | 10000    | 10000   | -      | 3      |
|            | 100  | 9984  | 10000    | 10000   | -      | 2      |
| Oran       | 0.74 | 0.92  | 0.90     | -       | 0.0013 |        |

# Çok Kriterli Karar Verme Problemleri için Toplulaştırma Teknikleri

Dr. Erhan Orakçı

 ÖZGÜR  
YAYINLARI

ISBN 978-625-95537-8-8  
  
9 786259 553788