

Mühendislik Fakültesi Öğrencilerinin Türev ve İntegral Konularındaki Kavramsal Bilgi Düzeyleri

Aya Alebo¹

Çiğdem İnci Kuzu²

Özet

Bir mühendisin, kavramsal bilgiye sahip olması ve uygulama bilgilerinin tümüne hâkim olması gerektiği bilinmektedir. Bir bakıma türev alma işleminin tersi olan integral alma işlemi, fen ve mühendisliğin en çok ihtiyaç duyduğu konuların başında gelir. Çalışmada, geleceğin mühendisleri olan mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev ve integral konularındaki kavramsal, bilgi düzeyleri ve yanlışları belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını, Batı Karadeniz’de bir Üniversitenin Mühendislik Fakültesi’nin bilgisayar, makine ve elektronik mühendisliği bölümlerinde öğrenim görmekte olan 50 ikinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmadaki veriler, mühendislik fakültesi öğrencilerine sorulan 2 sorudan elde edilmiştir. Veri toplama aracı, mühendislik fakültesinde okutulan genel matematik ders içeriğinde yer alan temel analiz konularında edindikleri temel bilgilerden yola çıkılarak hazırlanmıştır. Araştırma bulguları, mühendis adaylarının türev ve integral kavramları ile ilgili yeterli düzeyde bilgiye sahip olmadıklarını ve kavramların tanımlarına tam anlamıyla hâkim olmadıklarını göstermiştir.

1. Giriş

Matematik, ardışık ve yığılmalı bir bilim alanı olmasından dolayı, temel kavramlar tam olarak kavratılmadan diğer konulara geçilmemelidir (Altun, 2002). Matematik dersinde öğrencilerin öğrenme eksikliklerini belirleyip bu eksiklikleri gidermek öğretmenin sorumluluğu altındadır. Yapılan araştırmalar, öğretmenin matematik alan bilgisinin eğitim ve öğretimle ilişkili olduğunu

1 Karabük Üniversitesi, kaanyusuf629@gmail.com, 0009-0008-9242-5650

2 Karabük Üniversitesi, cigdemkuzu@karabuk.edu.tr, 0000-0003-0143-2473

göstermiştir (Gökçek ve Açıkyıldız, 2016). Alan bilgisi, etkili bir öğrenme-öğretme ortamı oluşturmak için tek başına yeterli olmasa da öğrenme ortamının ana bileşenlerinden birisidir. Öğrencilerin yeni edindikleri bilgilerin, önceden edindikleri bilgilerle çakışması önemli bir sorundur. Bireyler matematik dersini günlük yaşamlarında, okul sonrası iş yaşamlarında ve kararlarında etkin bir şekilde kullanabilmelidirler. Günümüzde matematiği seven, takdir eden ve matematiksel düşünebilen; matematik ile modelleme yapabilen ve problem çözebilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin gerçek hayat problemlerinde kullanacakları bazı kavram ve ilişkileri incelemek fayda sağlayacaktır (Yalçınkaya, 2018). İnsanlar, problemleri çözerken biçimsel tanımlardan ziyade, zihinlerinde oluşturdukları kavramların görüntülerini kullanırlar. Bu nedenle bir kişinin doğru görüntüleri alamaması, başka bir bireyin sorunlar karşısında hata yapmasına neden olabilmektedir (Sağlam ve Dost, 2014). Matematik, günlük hayatın her alanında kullanılmaktadır. Fakat kazanılan matematiksel bilgilerin nerede ne zaman ve ne için kullanılacağı bilinmemektedir (Altun, 2002). Değişim ve gelişim her alanda olduğu gibi eğitimde de kaçınılmazdır. Yapılan çalışmalarda, öğrencilerin bilişsel becerilerini geliştirmede matematiğin rolünün olumlu olduğunu fakat öğrencilerin etkileşimli çalışma materyallerini kullanarak bu yeteneği geliştirmek için istekli olmadıkları belirlenmiştir (Zeidmane ve Sergejeva, 2013).

Matematiğin mühendislikteki dolaylı etkisinin faktörlerini belirlemek, matematik çalışmalarının eğitimde olduğu kadar öğrenci değerlendirmelerinde de önemli olduğunu belirtmektedir (Zeidmane ve Sergejeva, 2013). Matematik, mühendislik eğitim programlarında her zaman güçlü bir bileşen olmakta ve bir dizi uygulamalı mühendislik konusu için gerekli bir temel olarak hizmet etmektedir (Kashef-Haghighi, Shao ve Ghoshal, 2015). Öğrenciler, matematikte bir konu hakkındaki tüm açıklamaları anlamadıkça, konuyu tam olarak öğrenmeleri kolay olmayacaktır. Matematik çalışmaları, mühendisler için hem doğrudan hem de dolaylı olarak önem arz etmektedir (Zeidmane ve Sergejeva, 2013). Matematik bölümü ve mühendislik fakültesindeki bölümlerinin; öğrencilere ve öğretim üyelerine resmi matematiksel becerileri ve kaynakları sunması gerekmektedir (Willcox ve Bounova, 2004).

Mühendislik, matematiğin uygulama alanlarından biri olup; matematiği, teknik bilimleri ve sosyal bilimleri kullanarak yeni ürünler oluşturmaya yönelik bir uygulama süreci olarak değerlendirilmektedir. Bununla birlikte, tüm bu alanları bir araya getiren, gerçek hayat problemlerini çözen ve hayatı kolaylaştıran matematik temelli bir meslek olarak tanımlanabilmektedir. Aynı zamanda mühendislik, gerçek yaşam problemlerini çözmek ve yeni ürünler tasarlayabilmek için teknoloji, bilim ve matematiğin

kombinasyonu olarak da tanımlanabilir (Atmans ve diğerler, 2007). Mühendisleri; teknolojiyi, matematiği ve bilimi iyi bilen, bu bilgileri hayatta önlerine çıkan problemleri çözmek için kullanabilen bireyler olarak tanımlamak mümkündür. Mühendisliğin dili olarak tanımlanan matematik, üniversitelerdeki mühendislik fakültesi ders içeriklerinin ilk olarak kalkülüs, lineer cebir, ayrık matematik, diferansiyel denklemler gibi derslerde yer almaktadır. Matematğin, mühendislik uygulamalarını destekleyen birçok teknolojik yeniliği mevcuttur. Bu teknolojik yeniliklerin mükemmelliği, mühendisliğin birçok alanında iyi derecede sahip olunan matematiksel bilgi ve beceriye dayanmaktadır. Matematik ve mühendislik arasındaki bağ o kadar iyi kurulmuştur ki, mühendislik alanındaki herhangi bir gelişme, yeni matematiksel teorilerin keşfedilmesi gerektiğini belirtmektedir (Baki ve Güveli, 2008). Mühendislik okulları için matematik müfredatının içerik açısından yetersiz olduğu, öğrencilerinin ihtiyaç duydukları becerileri nerede ve nasıl öğreneceklerini çoğu zaman bilemedikleri, matematik öğretmenlerinin mühendislik fakültesindeki derslerinde matematiksel kavramları nasıl uygulayacakları konusunda sınırlı bir anlayışa sahip oldukları görülebilmektedir (Willcox ve Bounova, 2004). Mühendislik fakültesi öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrendikleri, matematik ve mühendislik dersleri üzerinde olumlu duygu ve görüşlere sahip oldukları belirlenmiştir. Bunun sonucunda, mühendislik fakültesi öğrencilerine yönelik matematik eğitiminin mühendislik alanıyla ilişkili hale getirilmesi için mühendislere danışılması önerilmiştir. Mühendislik fakültelerindeki matematik derslerinin işbirlikçi bir ortamda öğretilmesinin, öğrencileri birbirleriyle bağlantı kurmaya teşvik ettiği bildirilmiştir. İkinci ve dördüncü sınıf mühendislik fakültesi öğrencileri için mühendislik konularında ve mühendislik tasarımlarında, kavramsal matematiksel yaklaşımın işlemsel yaklaşımdan daha önemli olduğu belirtilmektedir. Bir mühendisin, kavramsal bilgiye sahip olması ve uygulama bilgilerinin tümüne hâkim olması gerektiği belirtilmektedir (Atman ve diğerleri, 2007).

Bu çalışmada, sadece matematiğin kendisinde değil, bilim ve mühendisliğin ilgili alanlarında da öğrenilmesi ve öğretilmesi açısından büyük önem taşıyan analiz kavramları ele alınacaktır. Analiz, birçok disiplin için önemli bir alandır. Analiz dersinin amacı; öğrencileri teoremlerle tanıştırmak, öğrencilerin yaratıcı mantıklı düşünme yeteneğini ve hayal gücünü geliştirmek, matematiksel sembol ve kavramları öğretmektir. Üniversiteye giriş sınavları sonrasında fen ve matematik bölümlerini tercih edecek olan öğrenciler için analiz konuları ve analiz kavramları bir anahtar niteliği taşımaktadır. Buna ek olarak; fen ve matematik dersleri matematik, fen ve mühendislik bölümlerinde eğitim görecektir öğrenciler için önemli bir yere sahiptir (Baki ve

Güvenli, 2008). Analiz denilince akla dört temel kavram gelir: limit, süreklilik, türev ve integral. Bu kavramlar sadece matematik alanında değil, bilim ve mühendislik alanlarında da büyük önem taşımaktadır. Limit, süreklilik, türev, integral konuları analizin en önemli konularındandır. Bu konular üniversite matematiğinin değişik alanlardaki kavramlarının anlaşılması için gerekli bir unsur haline gelmiştir. Türev, bir miktarın başka bir niceliğe göre değişim oranı ve temel başlangıç noktasıdır. Türev kavramı, limit yardımıyla tanımlanır. Dolayısıyla limit, türevin önceki kavramlarından biridir ve yapılan araştırmalara göre, öğrencilerin limit kavramını yorumlamada ve anlamada zorluk yaşadıkları ve kavram yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir (Gökçek ve Açıkyıldız, 2016). İntegral konusu, gerçek hayatta ve mühendislik problemlerinin çözümünde önemli bir yer tutmaktadır. Onu anlamak için kavramsal ve uygulamalı bilgilerin iyi organize edilmesi gerekmektedir (Baki ve Kartal 2004). Araştırmacılara göre integral kavramı analiz dersinin anlaşılması zor olan konularından biri olarak kabul edilmiştir. Bir kavramı öğrenme süreci içerisindeki, kavramın tanımını bilmek kadar önemli olan bir diğer konu ise, o kavramın etrafında zengin bağlantılar kurmaktır. Analiz dersi üzerine çeşitli bilimsel alanlar inşa edilmektedir. Matematik, fizik ve kimya bölümlerinde; tüm mühendislik ve mimarlık fakültelerinde temel teşkil eden analiz dersi, iktisadi ve idari bilimler, psikoloji gibi ilgili diğer alanlarda da okutulmaktadır (Aktümen ve Kaçar, 2008). Sonuç olarak, limit, süreklilik, türev ve integral konuları, neredeyse tüm sayısal bölümler için temel görev görmekte ve diğer bazı bölümlerin büyümesine yardımcı olmaktadır. Bu nedenle lise döneminde limit, süreklilik türev ve integral konuları ile ilgili bilgi edinmek çok önemlidir. Tüm dünyada, ortaöğretim ve yükseköğretimde, kalkülüs; yani limit, süreklilik türev ve integral konularının öğretilmesini gerektirir. Kalkülüs, matematik ders içeriklerinin bir parçasıdır türev ve integral konularında çok sayıda çalışma yaptırılarak öğretilmektedir Öğrencilerin bu kavramların öğrenmelerine yardımcı olmak için birçok yöntem bulunmaktadır; bu yöntemler hem ortaöğretim hem de yükseköğretimde önemli bir yere sahiptir (Gür ve Barak, 2007).

Bu araştırmada, geleceğin mühendisleri olan mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev ve integral kavram bilgilerine odaklanılmıştır. Bu bağlamda çalışmada mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral kavramlarını nasıl anladıkları ve bu kavramlarla ilgili sorularda ne tür hatalar yaptıkları incelemek amaçlanmıştır.

2. Yöntem

2.1. Araştırmanın Modeli

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev ve integral kavramlarını tanımlayabilme seviyelerini ortaya koymayı amaçlayan bu çalışma, bir durum çalışmasıdır. Durum çalışması Chmiliar (2017)'a göre, kısıtlı bir sistemin nasıl yürüdüğü ve işlediği üzerine sistemli veriler elde etmek amacıyla çoklu veri toplama işleminden yararlanılarak sistemin derinlemesine incelenmesini sağlayan bilimle ilgili bir yöntemdir. Farklı bir deyişle durum çalışmasını; gerçek durumlarda izlenimleri görmede ve neden-sonuç adı altındaki izlenimleri kararlaştırmada etkili bir sistem olarak belirtmektedirler (Cohen, Manion ve Morrison 2007).

Çalışmada veriler; mühendislik fakültesi öğrencilerine uygulanan 3 soruluk yazılı sınavdan elde edilmiştir. Uygulanan yazılı sınav soruları, iki matematik eğitimi uzmanı ve alanında uzman iki öğretim üyesi tarafından incelenmiş ve onaylanmıştır. Sınav, mühendislik fakültelerinin 2. sınıf matematik ders içeriklerinde yer alan limit konusundaki en temel bilgilerden yola çıkılarak hazırlanmıştır. Çalışmaya, öğrencilerin kısa süre içerisinde hızlı bir şekilde yanıtlayamayacakları, yorumlama ve düşünme yeteneği gerektiren sorular dâhil edilmiştir.

2.2. Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcılarını Batı Karadeniz'de bir Üniversitenin Mühendislik Fakültesi'nin bilgisayar, makine ve elektronik bölümlerinde öğrenim görmekte olan (50) 2. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcılarının belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. Gönüllü olarak katılan öğrencilerin isimleri gizli tutulup, Ö1, Ö2.... Ö50 şeklindeki kodlarla belirtilmiştir. Çalışma içerisinde, mühendislikteki farklı bölümlerden öğrencilerin tercih edilmesiyle, çalışma örneklerine çeşitlilik katılması planlanmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin 20'si makine mühendisliği, 15'i bilgisayar mühendisliği ve 15'i elektronik mühendisliği bölümü öğrencisidir.

2.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmada veriler; mühendislik fakültesi öğrencilerine uygulanan 2 soruluk yazılı sınavdan elde edilmiştir. Araştırma sorularının amaçları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Araştırmanın veri toplama aracındaki soruların amaçları

| <i>Soru</i> | <i>Amaç</i> |
|---------------|--|
| <i>1.soru</i> | <i>Türevin matematiksel olarak verilen tanımı ile türev hakkında ifade edilen kavramlar (eğim gibi) arasındaki farkı ayırt edip etmediğini ölçmek.</i> |
| <i>2.soru</i> | <i>İntegralin matematiksel olarak verilen tanımı ile integral hakkında ifade edilen kavramlar (Alan gibi) arasındaki farkı ayırt edip etmediğini ölçmek.</i> |

2.4. Verilerin Toplanması

Uygulama, mühendislik fakültesinin 3 farklı bölümünden (makine, bilgisayar ve elektronik mühendisliği bölümleri) 50 öğrenciyle 2021-2022 öğretim yılı güz döneminde yapılmıştır. Uygulama esnasında öğrencilerden sadece sonuç yazanlara sonucu neye göre buldukları sorulmuş verilen cevaplar not edilmiştir.

2.5. Yazılı Sınavların Analizi

Sınavlardan elde edilen veriler öncelikle “Cevabı doğru olanlar”, “Cevabı kısmen doğru olanlar”, “Cevabı yanlış olanlar” ve “Cevabı boş bırakanlar” şeklinde dört temel kategoride sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmaya ilişkin ayrıntılar aşağıda yer almaktadır.

Doğru Cevaplar: Geçerli cevabın tüm bileşenlerini içeren cevaplar.

Kısmen Doğru Cevaplar: Geçerli yanıtın bileşenlerinden en az birini içeren, hepsini içermeyen cevaplar.

Yanlış Cevaplar: Konu ile ilgili ya da ilgisiz, yanlış bilgi içeren; kavram yanlışlığı olduğunu gösteren veya mantıksız cevaplar.

Boş Bırakanlar: Boş bırakılan cevaplar.

Yazılı sınavdaki sorular teker teker analiz edilmiştir. Öğrencilerin her bir soruya verdiği cevaplar yukarıdaki kategori tanımları dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma işlemi, araştırmacı tarafından farklı zamanlarda tekrar edilmiştir. Genel olarak yapılan sınıflandırmanın uygun olup olmadığı ve araştırmacı tarafından nasıl sınıflandırılacağı konusunda karşılaşılan şüpheli durumlarda, alanında uzman 2 öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Her bir kategorideki cevap frekans ve yüzdelerle ifade edilmiştir. Yazılı sınavlara ait analizin ikinci kısmında sadece öğrencilerin yanlış cevaplarına odaklanılmıştır. Öğrenciler tarafından verilen yanlış cevaplar, kendi içlerindeki benzerlik ve farklılıklara göre gruplandırılmıştır.

Bu şekilde öğrenciler tarafından üretilen yanlış tipler ortaya koyulmuştur. Her bir gruba düşen cevap frekans ve yüzdeleri ifade edilmiştir.

3. Bulgular

Araştırmanın birinci sorusu olan “Türevin matematikteki karşılığı nedir ?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

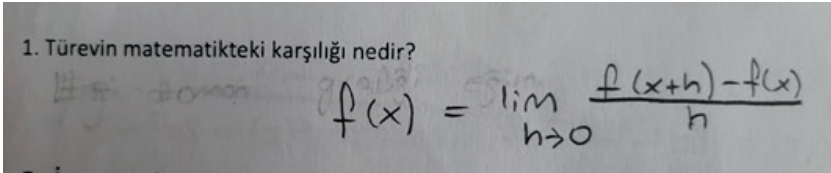
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 1. sorusuna verdikleri doğru cevapların dağılımları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 2. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 1. Sorusuna verdikleri doğru cevapların frekans ve yüzdeleri

| <i>Doğru Cevap Kodları</i> | <i>Doğru Cevap Veren Öğrenciler</i> | <i>f</i> | <i>%</i> |
|---|-------------------------------------|----------|----------|
| $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ | Ö1, Ö2, Ö12, Ö47 | 4 | 8 |

Tablo 2. incelendiğinde araştırmanın 1. Sorusuna öğrencilerin çok az bir kısmının sadece %8’inin (f=4) doğru cevap verdiği görülmektedir.

“Türevin matematiksel karşılığı nedir?” sorusuna doğru cevap veren Ö2 kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 1. Ö2 kodlu öğrencinin cevabı

Ö2 kodlu öğrenci, türevin tanımından yararlanmıştır. Yukardaki şekil incelendiğinde Ö2 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, türevin matematikteki karşılığını $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ şeklinde ifade ederek soruya doğru cevap vermiştir.

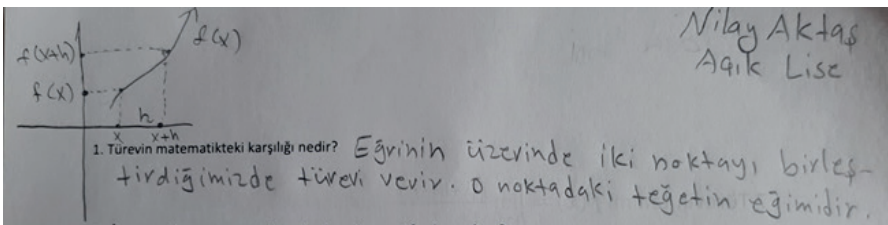
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 1. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevapların öğrencilere göre dağılımları Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, 1.soruya verdikleri kısmen doğru cevapların dağılımı

| Kısmen Doğru Cevap Kodları | Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler | f | % |
|--|--|----|----|
| Teğetin eğimidir. | Ö41, Ö7, Ö15, Ö25, Ö31, Ö36, Ö44, Ö45, Ö46, Ö5, Ö9, Ö8 | 12 | 24 |
| Herhangi bir teğetin herhangi bir eğriye x eksenineyle yaptığı pozitif yönlü açının tan değeridir. | Ö3, Ö6, Ö13, Ö26, Ö27, | 5 | 10 |
| Değişim miktarıdır. | Ö21, Ö10, Ö11, Ö35, Ö37, Ö38, Ö39, Ö40, Ö43 | 9 | 18 |
| Pozitif yönlü tanjant eğimi. | Ö20, Ö19, Ö16 | 3 | 6 |

Tablo 3 incelendiğinde 12 mühendislik fakültesi öğrencisinin türevin matematiksel karşılığı olarak “Teğetin eğimidir.” şeklinde tanımlama yaptığı, 5 öğrencinin “Herhangi bir teğetin herhangi bir eğriye x eksenineyle yaptığı pozitif yönlü açının tan değeridir.” şeklinde tanımlama yaptığı, 9 öğrencinin “Değişim miktarıdır.” şeklinde ve 3 öğrencinin de “Pozitif yönlü tanjant eğimi.” şeklinde tanımlama yaptığı görülmektedir.

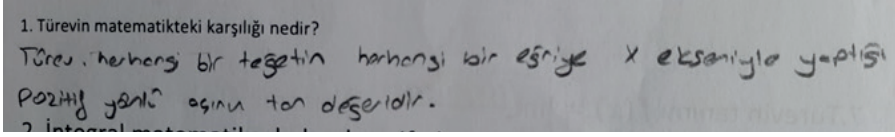
“Türevin matematiksel karşılığı nedir?” sorusuna kısmen doğru cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 2. Ö41 kodlu öğrencinin cevabı

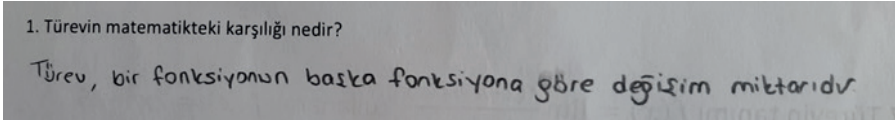
Yukardaki şekil incelendiğinde Ö41 kodlu mühendislik öğrencisi, çizilen bir fonksiyonun iki noktasının birleştirilmesiyle elde edilen kiris o noktadaki teğetin eğimini verir. Öğrenci bu cevabı verirken türevin geometrik yorumunda öğrendiği “Bir eğri üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin eğimi o noktadaki

türevi verir.” ifadesinde geçen “teğetin eğimi” kavramı ile türev tanımının aynı olduğunu düşündüğü görülmektedir.



Şekil 3. Ö3 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekil incelendiğinde Ö3 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, türevin matematiksel karşılığını “Herhangi bir teğetin herhangi bir eğriye x eksenineyle yaptığı pozitif yönlü açının tan değeridir” şeklinde belirtmiştir. Öğrenci bu cevabı verirken türevin geometrik yorumunda öğrendiği “Bir eğri üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin eğimi o noktadaki türevi verir.” tanımını kullanmıştır. Sonuç ile türev tanımını ayırt edememiş, türevi sadece eğim olarak düşünmüş ve eğimi de x eksenine ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantı ile ilişkilendirmiştir.

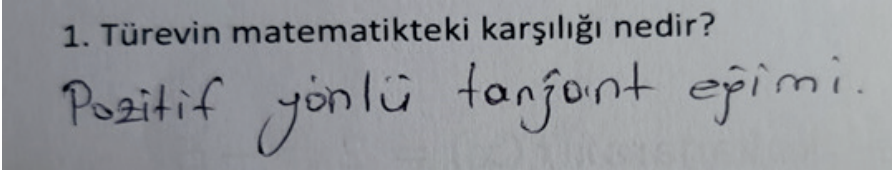


Şekil 4. Ö21 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö21 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya, “Türev, bir fonksiyonun başka fonksiyona göre değişim miktarıdır” şeklinde verdiği cevap yer almaktadır. Öğrenci, türevin tanımı verilirken ifade edilen

“Fonksiyonda meydana gelen değişimin ($\Delta y = f(x+h) - f(x)$), değişkende meydana gelen değişime ($\Delta x = x+h - x = h$) oranı olan $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Newton Oranının $h \rightarrow 0$ için limiti mevcut ise limit değerine fonksiyonun türevi denir.” tanımıyla, değişim oranının direkt türeve karşılık geldiği düşüncesiyle bu cevabı vermiştir.



Şekil 5. Ö20 kodlu öğrencinin cevabı

Yulardaki şekilde, Ö20 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin türevi, pozitif yönlü tanjant eğimi olarak tanımlamasıyla soruyu yanlış cevapladığı görülmektedir. Görüldüğü gibi diğer öğrencilerden farklı olarak türev kavramını tek bir açıdan değil, farklı şekillerde de ele alarak ifade etmeye çalışmıştır.

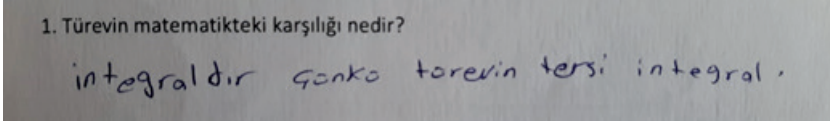
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 1. sorusuna verdikleri yanlış cevapların dağılımları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 1.sorusuya verdikleri yanlış cevapların dağılımı

| Yanlış Cevap Kodları | Yanlış Cevap Veren Öğrenciler | f | % |
|---|---|---|----|
| İntegraldir. | Ö4, Ö14, Ö42, Ö48 | 4 | 8 |
| Teğetin değişim oranıdır. | Ö18, Ö24 | 2 | 4 |
| $\tan \theta = \text{eğim.}$ | Ö23, Ö33 | 2 | 4 |
| Bir sayının üstel değerini alıp baş kat sayı yaparken üstünü bir azaltma. | Ö28, Ö22, Ö17, Ö29, Ö30, Ö32, Ö34, Ö49, Ö50 | 9 | 18 |

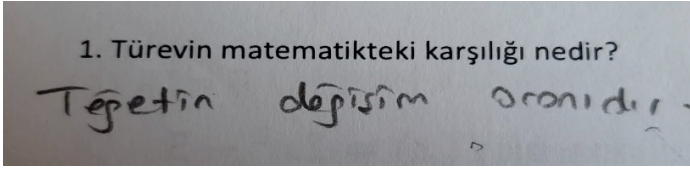
Tablo incelendiğinde, 4 mühendislik fakültesi öğrencisinin türevin matematiksel karşılığı olarak “İntegraldir.” şeklinde tanım yaptığı, 2 öğrencinin “Teğetin değişim oranıdır.” şeklinde tanım yaptığı, 2 öğrencinin “ $\tan \theta = \text{eğim.}$ ” şeklinde tanım yaptığı ve 9 öğrencinin de “Bir sayının üstel değerini alıp baş kat sayı yaparken üstünü bir azaltma.” şeklinde tanım yaptığı görülmektedir.

“Türevin matematiksel karşılığı nedir?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



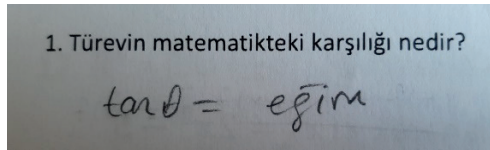
Şekil 6. Ö48 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde cevabı yanlış olarak sınıflandırılan Ö48 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya, “türev integraldir çünkü türevin tersi integral” olarak verdiği cevap yer almaktadır. Burada öğrencilerin, türev ile integral konularını karıştırdıklarını söyleyebiliriz. Öğrenci, verdiği cevapta belirsiz bir integral tanımı verirken, “fonksiyonun türevinin alınmamış hali” ifadesini kullanmıştır.



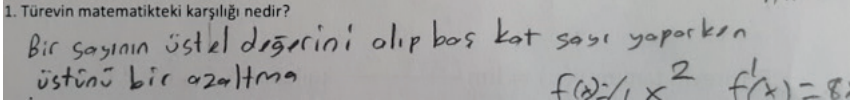
Şekil 7. Ö18 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö18 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi türevi, “teğetin değişim oranıdır.” şeklinde tanımlamıştır. Öğrenci, türevin uygulamalarında bahsedilen teğetin değişimi kavramını ve Newton Oranında bahsedilen değişim oranı kavramını karıştırmış; bu sebeple soruyu yanlış cevaplamıştır.



Şekil 8. Ö23 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö23 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi türevi, “ $\tan\theta = \text{eğim}$ ” şeklinde tanımlamıştır. Öğrenci verdiği cevapla eğimi, eğrinin x eksenine ile yaptığı pozitif yönlü açının tanjantı olarak ifade etmiştir. Öğrencinin cevabının türevle hiçbir ilgisi bulunmamaktadır.



Şekil 9. Ö28 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö28 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi türevi, “bir sayının üstel değerini alıp baş kat sayı yaparken üstünü bir azaltma” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci, verdiği cevap içerisinde türev tanımının kullanımıyla elde edilen $f(x) = x^n$ ise $f'(x) = nx^{n-1}$ kuralını açıklamıştır. Türevin tanımı ile hiçbir ilgisi bulunmamaktadır.

Araştırmanın ikinci sorusu olan “İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

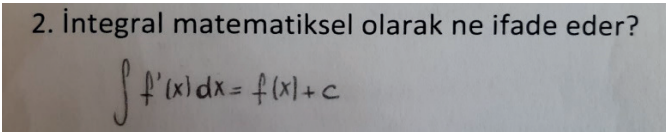
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. sorusuna verdikleri doğru cevapların dağılımları Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. Sorusuna verdikleri doğru cevapların frekans ve yüzdeleri

| Doğru Cevap Kodu | Doğru Cevap Veren Öğrenciler | f | % |
|----------------------------|------------------------------|---|---|
| $\int f'(x) dx = f(x) + c$ | Ö1, Ö12, Ö47, Ö50 | 4 | 8 |

Tablo 5 incelendiğinde araştırmanın 2. Sorusuna öğrencilerin çok az bir kısmının, sadece %8’inin (f=4) doğru cevap verdiği görülmektedir.

“İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna doğru cevap veren Ö1 kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 10. Ö1 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekil incelendiğinde Ö1 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, integralin matematiksel olarak ne ifade ettiği sorusunu $\int f'(x) dx = f(x) + c$ ifadesi ile doğru cevaplamıştır.

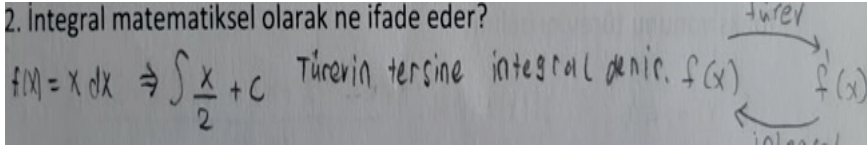
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevapların dağılımları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 2.soruya verdikleri kısmen doğru cevapların dağılımı

| <i>Kısmen Doğru Cevap Kodları</i> | <i>Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler</i> | <i>f</i> | <i>%</i> |
|-----------------------------------|---|----------|----------|
| <i>Türevin tersi</i> | Ö22, Ö6, Ö14, Ö15, Ö18, Ö21, Ö19, Ö2, Ö23, Ö46, Ö28, Ö29, Ö30, Ö34, Ö37, Ö43, Ö45, Ö49 | 18 | 36 |
| <i>Alan</i> | Ö11, Ö5, Ö8, Ö4, Ö16, Ö44, Ö24, Ö26, Ö33, Ö31, Ö32, Ö39, Ö41, Ö3, Ö13, Ö40, Ö36, Ö27, Ö7, Ö25, Ö9 | 21 | 42 |
| <i>Hacim hesaplamak</i> | Ö48 | 1 | 2 |
| <i>Toplam değişimi</i> | Ö38, Ö10, Ö17, Ö20 | 4 | 8 |

Tablo 6 incelendiğinde 18 mühendislik fakültesi öğrencisinin integrali, matematiksel olarak “Türevin tersi” şeklinde tanımladığı, 21 öğrencinin “Alan” şeklinde tanımladığı, 1 öğrencinin “Hacim hesaplamak.” Şeklinde tanımladığı ve 4 öğrencinin de “Toplam değişimi.” şeklinde tanımladığı görülmektedir.

“İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna kısmen doğru cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



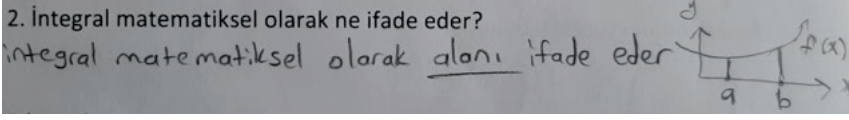
Şekil 11. Ö22 kodlu öğrencinin cevabı

Öğrenci bu soruda, türev ile integral konularını karıştırmıştır. Yukardaki şekilde Ö22 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi “türevin tersi integraldir” ifadesi ile soruyu kısmen doğru olarak cevaplamıştır. Öğrenci, verdiği

$f(x) = x dx \rightarrow \int \frac{x}{2} + c$ cevabı ile integralini aldığı fonksiyonun türevinin

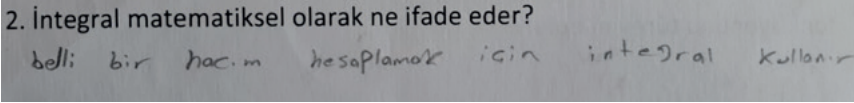
$f(x) = x$ olduğunu göstermek istemiştir. Ana fikir doğrudur fakat integral yanlış alınmıştır. Öğrenci, belirsiz integral tanımı yaparken “ $F'(x) = f(x)$ ” olmak üzere $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$ için $\int f(x) dx = F(x) + c$ ifadesine $f(x)$ fonksiyonun

belirsiz integrali (anti-türevi, ilkeli) denir.” tanımında kullanılan anti-türev ifadesinden dolayı türevinin alınmamış hali ifadesini kullanmıştır.



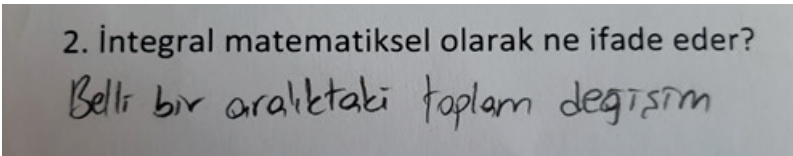
Şekil 12. Ö11 kodlu öğrencinin cevabı

Şekilde, Ö11 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin “integral matematiksel olarak alanı ifade eder.” tanımı yer almaktadır. Öğrenci, belirli integralin uygulamalarında “ $f(x) > 0$ eğrisi $x = a, x = b$ doğruları ve x -ekseni ile sınırlı bölgenin alanı $\int_a^b f(x) dx$ dir.” şeklinde verilen alan tanımı ile belirsiz integral kavramlarının aynı anlama geldiğini düşünerek bu cevabı vermiştir. Bundan dolayı cevabı kısmen doğru sayılmıştır.



Şekil 13. Ö48 kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö48 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi “belli bir hacim hesaplamak için integral kullanılır” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bilindiği gibi dönele cisimlerin hacmi, belirli integral yardımıyla hesaplanmaktadır. Öğrencinin verdiği cevapta ifade ettiği hacim hesabı, integral matematiksel olarak ne ifade eder sorusuna doğru bir cevap olarak görülmemektedir.



Şekil 14. Ö38 kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö38 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya, “belli bir aralıktaki toplam değişim” şeklindeki cevabı yer almaktadır. Öğrenci, belirli integralde bir fonksiyonun bir aralıktaki Riemann anlamında integrelenebilir olması için düzgün bir P parçalanışına göre alt ve üst Riemann toplamalarının

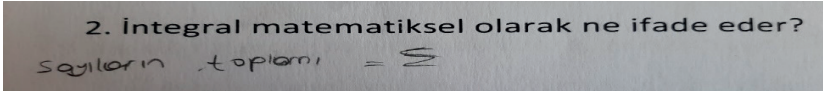
eşitliği gösterilirken kullanılan toplam durumunu belirsiz integral olarak değerlendirmiştir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. sorusuna verdikleri yanlış cevapların öğrencilere göre dağılımları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 2.sorusuna verdikleri yanlış cevapların dağılımı

| <i>Yanlış Cevaplar Kodu</i> | <i>Yanlış Cevap Veren Öğrenciler</i> | <i>f</i> | <i>%</i> |
|--|--------------------------------------|----------|----------|
| <i>Sayıların toplamı Σ</i> | <i>Ö42</i> | <i>1</i> | <i>2</i> |

Tablo incelendiğinde 1 mühendislik fakültesi öğrencisinin, integral matematiksel olarak “Sayıların toplamı Σ .” şeklinde belirtme yaptığı görülmektedir. “İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna yanlış cevap veren Ö42 kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 15. Ö42 kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö42 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Sayıların toplamı Σ ” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrencinin cevabının integral konusuyla hiçbir ilgisi bulunmamaktadır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden, araştırmanın 2. Sorusunu boş bırakan 2 öğrenci belirlenmiştir.

4. Sonuç ve Öneri

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev ve integral konusundaki kavramsal düzeylerini ortaya koymaya yönelik veri toplama aracından elde edilen bulgular, genel olarak mühendislik fakültesi öğrencilerinin bu konular hakkında ya yüzeysel olarak bilgi sahibi olduklarını ya da hiçbir bilgiye hâkim olmadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin, kavramlar arası ilişkileri açıklamaya veya ifade etmeye çalışırken zorlandıkları ve bu ilişkilerin doğası hakkında fazla fikir sahibi olmadıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde Ubuz’un (1999) öğrencilerin hatalarını kategorize ettiği çalışmasında, “tanımların içeriğini anlayamama” ve “verilen tanımın bir bütün olarak anlaşılmasından kaynaklanmaktadır.” ifadesini kullanmıştır.

İlk olarak, birinci sorudan elde edilen verilerine göre; mühendislik fakültesi öğrencilerinin “Türevin matematikteki karşılığı nedir?” sorusunu formüle etmeye çalıştıkları sırada, bu formülün arkasındaki kavramsal yapıyı açıklamakta güçlük çektikleri görülmektedir. Daha önce yapılan “Park 2011” çalışmasında, öğrencilerin bir fonksiyonun türevini bulmak için cebirsel gösterimini bulmaya yöneldiklerini ortaya çıkarmıştır. Mühendislik öğrencileri, farklılaşma ilkelerine bağlı hesaplama becerilerine sahiptirler fakat değişim oranı fikrini türevlerle ilişkilendirmekte zorlanmaktadırlar. Türevi daha derinden anlamak için, bu fikri sağlam bir şekilde kavramak çok önemlidir (Park, 2011). Thompson (1994), öğrencilere analizde türev kavramını ve teoremleri anlamalarına yardımcı olacak önerilerde bulunmuş ancak öğrencilerden hiçbirinin yeterince başarılı olmadığını belirtmiştir.

İntegral konusuyla ilgili sorunun bulgularına göre mühendislik fakültesi öğrencilerinin bu konu hakkında eksik bilgiye sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin lisans matematik eğitimi içerisinde yeterli değerlendirme ve integral oluşturma sorusuyla karşılaşmış ve karşılaşmadıklarını ortaya koymuştur. Literatür incelendiğinde integralin, anlaşılması en zor kavramlardan biri olduğu anlaşılmaktadır (Ubuz, 1999).

Mühendislik fakültesi öğrencilerine yapılan yazılı uygulamanın tanım sorularına verilen yanıtları incelerken, çoğu öğrencinin kavramların tanımlarını bile bilmemeleri çok ilginç bir durum olarak yorumlanmıştır. Türev ve integral kavramları doğası gereği anlaşılması zor kavramlardır. Öğrenciler, türev kavramını tam olarak anlamasalar bile, formülleri ve yönergeleri izleyerek bununla ilgili çok sayıda soruyu yanıtlayabilirler. Öğrenciler bu durumda, türev kavramını anladıklarına inanabilmektedirler. Ancak araştırmanın bulguları bunun tersini göstermektedir. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev kavramına ilişkin kavramsal bilgilerini ölçmeye yönelik araştırma sorularının başarı oranı nispeten düşüktür. Bu bağlamda çalışma, mühendislik fakültesi öğrencilerinin konuyu ezber yoluyla öğrenmeye çalıştıkları veya işlem gücü sorularına öncelik verdikleri ortaya çıkmıştır.

Özellikle son yıllarda kavramsal anlamayı ön plana çıkaran ve bunu hedef olarak gören öğretim programlarının işlevselliğini etkileyecek etmenlerden biri, kavramsal bilgi olarak yeter duruma gelmeye bağlıdır. Araştırmanın sonuçlarına göre, mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev ve integral konusunda kavramsal anlama boyutunda güçlük yaşadıklarını ortaya koymuştur.

Sonuç olarak; mühendislik öğrencilerinin türev, integral, süreklilik ve limit kavramlarını anlamakta ve ilişkilendirmekte zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin karşılaştıkları bazı zorluklar ve yaptıkları hatalar:

1. Öğrencilerin, kavramların tanımları veya ayrıntıları hakkında yetersiz bilgiye sahip olması
2. Ezber yöntemiyle öğrenilen bilgilerin yönetimi
3. Belirli kavramların birbiriyle olan ilişkilerinin yanlış anlaşılması
4. Sayısal veya grafikli türev problemlerini ele alırken cebirsel notasyonu kullanma eğilimi
5. Türev ve integral kavramlarının mühendislik fakültesi öğrencileri tarafından yetersiz anlaşılması
6. Mühendislik fakültesi öğrencilerin kavramsal anlama yerine, işlemsel anlamaya yönelmesi
7. Öğrencilerin, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun türevinin değerini bulmakla ilgili yeterli bilgiye sahip olmamaları
8. Öğrencilerin, tanım ile tanımın uygulamalarını birbirine karıştırdığı
9. Öğrencilerin soruyu çözerken hangi küme üzerinde işlem yaptığına dikkat etmediği şeklindedir.

Yanılgılar ve eksiklikler ile ilgili bu tür araştırmalar, ileri matematiğin bütün konularında ve daha geniş öğrenci kitlesi üzerinde yapılabilir. Çalışma sonuçları, öğrencilerin hatırlama basamağı hakkında bazı bilgilere sahip olduğunu göstermektedir. Ancak, eksik ve yanlış bilgilerin tamamlanıp düzeltilmesi gerektiği düşüncesini de desteklemektedir.

Kaynakça

- Aktümen, M., & Kaçar, A., “Bilgisayar cebiri sistemlerinin matematiğe yönelik tutuma etkisi”, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(35), 13-26 (2008).
- Altun, Murat. “İlköğretim ikinci kademedede (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi.” *Alfa Basım Yayın Dağıtım*, İstanbul (2002).
- Atman, C. J., Adams, R. S., Cardella, M. E., Turns, J., Mosborg, S., & Saleem, J., “Engineering design processes: A comparison of students and expert practitioners”, *Journal of engineering education*, 96(4), 359-379 (2007).
- Baki, A., & Güveli, E., “Evaluation of a web based mathematics teaching material on the subject of functions”, *Computers & Education*, 51(2), 854-863 (2008).
- Baki, A., & Kartal, T., “Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu”, *Türk eğitim bilimleri dergisi*, 2(1), 27-46 (2004).
- Chmiliar, L., “Improving learning outcomes: the iPad and preschool children with disabilities”, *Frontiers in psychology*, 8, 660(2017).
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K., “Research methods in education”, (Sixth). *Oxon: Routledge*. (2007).
- Gökçek, T., & Açıkyıldız, G., “Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hatalar”, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(1), 112-141 (2016).
- Gökçek, T., & Açıkyıldız, G., “Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hatalar”, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(1), 112-141 (2016).
- Gür, H., & Barak, B., “Ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin türev konusundaki hata örnekleri”, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 7(1), 453-480, (2007).
- Kashef-Haghighi, S., Shao, Y., & Ghoshal, S., “Mathematical modeling of CO₂ uptake by concrete during accelerated carbonation curing”, *Cement and concrete research*, 67, 1-10 (2015).
- Park, J., “Calculus instructors’ and students’ discourses on the derivative”, *Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University* (2011).
- Sağlam, Y., & Dost, S., “Preservice science and mathematics teachers’ beliefs about mathematical problem solving”, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 303-306 (2014).
- Thompson, P.W., “Students, functions, and the undergraduate curriculum”, *Research in Collegiate Mathematics Education*, I, 21-44 (1994).
- Ubuz, B., “Genel matematikte (Calculus) öğrenci hataları”, *Matematik Dünyası*, 5, 9-11. (1999).

- Willcox, K., & Bounova, G., “Mathematics in engineering: Identifying, enhancing, and linking the implicit mathematics curriculum”, *In 2004 Annual Conference* (pp. 9-896). (2004).
- Willcox, K., & Bounova, G., “Mathematics in engineering: Identifying, enhancing, and linking the implicit mathematics curriculum”, *In 2004 Annual Conference* (pp. 9-896). (2004).
- Yalçınkaya, Y., “Yenilenen 9. sınıf matematik dersi öğretim programı hakkında öğretmen görüşleri”, *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(3), 100-110 (2018).
- Zeidmane, A., & Sergejeva, N., “Indirect impact of mathematics in engineering education”, *In Proceedings of 12th International Scientific Conference Engineering for rural development* (pp. 611-615) (2013).

