

Matematik Sembol Bilgisi ve Kullanımı

Ömer Faruk Çetin¹

Özet

Bu çalışmanın amacı, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarında beş yıl sürecinde matematik öğretmenliği ve matematik programına kayıtlı öğrencilerin üniversite öncesi bildikleri matematik sembolleri ve bu sembolere yükledikleri anlamları belirlemektir. Araştırma bir boylam çalışması olup, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 olmak üzere 5 yıl sürecinde yapılmıştır. Çalışma durum çalışması modeli ile yapılmıştır. Araştırma, amaca yönelik örnekleme yöntemi ile belirlenen, Doğu Anadolu Bölgesinde yer alan bir Üniversitenin Eğitim fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı ile Fen-Edebiyat fakültesi Matematik Programına kayıtlı toplam 524 birinci sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Araştırmada veri toplama araçları olarak “matematik önbilgi” formu kullanılmıştır. Veriler betimsel analiz yolu ile analiz edilmiştir. Araştırma sonuçları, 524 katılımcının matematik sembollerini doğru anlam yükleyerek toplam 5703 kez kullandığını, ortalama olarak bir katılımcı 11 adet matematik sembolünü doğru anlam yükleyerek kullandığını göstermektedir. Yine araştırma sonuçları, katılımcıların doğru anlam yükleyerek toplam 106 adet matematik sembolü ve 13 adet Yunan harfi kullandığını, en çok birleşim sembolü 240 kez kullanıldığını göstermektedir. Yine sonuçlar, katılımcı sayısına oranla az da olsa katılımcıların bazıları bir matematik kavramı karşılamayan fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek ve hata sayılamayacak 14 yazılımlı toplamda 21 kez kullanmışlardır. Sonuçlar, katılımcıların 12 matematik sembolüne toplam 42 farklı anlam yüklediklerini göstermektedir. Farklı anlam yükleme toplam 238 kez yapılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, katılımcılar 21 adet matematik sembolüne toplam 56 kez yanlış anlam yükleyerek ve 4 adet bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretlerini de toplam 4 kez kullanmışlardır. Yine sonuçlar, katılımcıların 16 matematik kavramına toplam 55 farklı sembol, işaret ya da harf karşılık getirdiklerini göstermektedir. Matematik kavramına farklı sembol, işaret ya da harf karşılık getirme toplam 1300 kez yapılmıştır. Bazı katılımcılar ise matematik sembolü kullandığının farkında bile değildiler.

1 Doç. Dr., Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, ofaruk@erzincan.edu.tr, Orcid: 0000-0002-3758-8747.

GİRİŞ

Matematik, Türk Dil Kurumu Genel Türkçe Sözlükte “Aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı, riyaziye” olarak, Bilim ve Sanat Terimleri Sözlüğünde “Biçim, sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki bağıntıları mantık yoluyla inceleyen, aritmetik, cebir, geometri gibi dallara ayrılan bilim kolu” olarak tanımlanmaktadır. Bu tanımlamanın yanında, matematiğin evrensel bir dil olduğu semboller, değerler ve şekiller üzerine bina edildiği (Boz, 2008; Doğan, 2018; Duman ve Özçelik, 2017; Keçeci, 2011; MEB, 2004, 2009) ve doğal bir dil olmadığı için de sözel ifadelerle değil yazı diliyle ifade edildiği (Akyıldız ve Çınar, 2016) belirtilmektedir. Matematiğin semboller yardımı ile anlatıldığı ve öğrenenlerin matematiğin bu sembolik dilini öğrenmesi ve sembolleri bilerek doğru bir şekilde kullanmaları gerektiği de vurgulanmaktadır (MEB, 2017; Uzun ve Çelik, 2017). Matematik sembollerin matematiksel anlamları dışında çeşitli amaçlarla kullanıldığı ve bu durumun sembollerin gerçek anlamlarını yitirmesine neden olabileceği (Çetin, Dane ve Akın, 2013) uyarısı yapılmaktadır.

Sembol, Türkçede Batı Kökenli Kelimeler Sözlüğünde “Duyularla ifade edilemeyen bir şeyi belirten somut nesne veya işaret, remiz, rumuz, timsal, simge” ve simge ise Yabancı Sözlere Karşılıklar Kılavuzunda “Duyularla ifade edilemeyen bir şeyi belirten somut nesne veya işaret”, işaret de Güncel Türkçe Sözlükte “Anlam yükletilen şey, anlamlı iz, im”, “Belirti, gösterge, alamet.”, “El, yüz hareketleriyle gösterme.”, Bilim ve Sanat Terimleri Sözlüğünde “İnsanlar arasında anlaşmayı görüşmeyi sağlayan bütün semboller” olarak ifade edilmektedir. Alan yazınında semboller üzerine doğrudan ya da çalışmalar (Açıl ve Zeybek, 2017; Arı, Çavuş ve Sağlık, 2010; Capraro ve Joffrion, 2006; Baş, Işık, Çakmak, Okur ve Bekdemir, 2015; Bali, 2002; Dindyal, 2007; Doyuran ve Türnüklü, 2015; Ersoy, 2006; Horzum ve Kılıç, 2016; Kaput, 1999; Uğurel ve Bukova, 2010; Yağcı, 2018; Yenilmez ve Uysal, 2007; Yeşildere, 2007) vardır.

Öğrenenlerin matematik sembol bilgileri, onların matematik okuryazarlıkları (Uzun ve Çelik, 2017), üst düzey becerileri de dahil olmak üzere çeşitli becerileri (Akyıldız ve Çınar, 2016; Aydın ve Yeşilyurt, 2007; Ceyhan, 2012; Devci ve Aykaç, 2020; Dursun, 2006; Engin, 2013; Erpik, 2019; Özateş, 2007; Yeşil, 2017), matematiksel ilişkilendirmeleri (Yağcı, 2018), kaygı düzeylerine etki (Doğan, 2018) ve cebir gibi bazı konularda zorlanmaları (Abasız Tercan, 2019; Can, 2019; Dede ve Peker, 2007; Kieran, 1992; Yakar ve Yılmaz, 2017) ile ilgili olduğu alan yazınında belirtilmiştir.

Matematik sembolleri düşüncelerini ifade etme ve farklı alanlarda (Engin, 2013; Kara, 2000; Okşar ve Çalışkan, 2020; Yücel, Seçken, ve Morgil, 2002) kullanma, öğrenenlerin yetkinliğini (Deveci ve Aykaç, 2020) ve matematiğe karşı tutumlarını etkilemektedir (Altun 2006; Boz 2008; Nacaroğlu ve Arslan, 2020).

Matematik semboller ders kitapları, yardımcı ders kitaplar ve kaynaklar ile bir öğretici yardımı ile öğrenilebilir. Öğrencilerin cebirsel ifadelerde kullanılan sembolleri anlamada zorlandığı (Aydın ve Yeşilyurt, 2007; Bali, 2003; Gürbüz ve Şahin, 2015; İlhan ve Çelik, 2018; Kieran, 1992; Tuluk, 2014; Yakar ve Yılmaz, 2017; Yeşildere, 2007; Yıldırım ve İlhan, 2007; Yıldız, 2016; Yücel, Seçken ve Morgil, 2002;) belirtilmiştir.

Duyuma ve görme engelli öğrenenler için matematik sembolleri öğrenme zorlukları ve çözüm yolları diğer bireylerden daha farklıdır (Aktaş, 2020; Aktaş ve Argün 2020; Aktaş ve Argün 2021; Horzum, 2013; Spindler, 2006; Şafak, 2005). Bunun yanında, matematik zorluğu olan öğrencilerin matematik sembol ve sayılarını doğru okuma ve anlamada zorluk çekebildiği (Gökten ve Duman, 2020) ve özel yetenekli öğrencilerin de matematik sembol bilgi düzeylerinin düşük olduğu (Nacaroğlu ve Arslan, 2020) da belirtilmektedir.

Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilmeleri (MEB, 2017) önemli olup, öğrencilerin üniversite eğitimine kadarki eğitimlerinde matematik sembol bilgi ve kullanımları konusu araştırmaya değer bulunmuştur.

Bu çalışmanın sonuçları, öğrencilerin matematik sembol kullanım sayıları ve kullandıkları semboller de yıllara göre farklılıklar olduğunu, bir sembole birden fazla anlam yüklediklerini, bir kavrama birden fazla sembol karşılık getirdiklerini ve sembol olarak ifade edilemeyecek yazılımlar, kısaltmalar ve harfler kullandıklarını, bazen de sembol kullandıklarının farkına varmadıklarını göstermiştir. Araştırmanın öğretmenlere, öğretim programı hazırlayıcılarına ve konu ile çalışacaklara yol göstermesi beklenmektedir.

Araştırmanın Amacı

Araştırmanın amacı, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarında beş yıl sürecinde matematik öğretmenliği ve matematik programına kayıtlı öğrencilerin üniversite öncesi bildikleri matematik sembolleri ve bu sembollere yükledikleri anlamları belirlemektir.

Problem

Araştırmanın problemini 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarında beş yıl sürecinde matematik öğretmenliği ve matematik programına kayıtlı öğrencilerin üniversite öncesi matematik semboller bilgileri nasıldır?” sorusu oluşturmaktadır. Bu problem için aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır.

2005, 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarında beş yıl sürecinde;

1. Katılımcıların doğru anlam yüklenen matematik sembol kullanımları yıllara göre nasıldır?
2. Katılımcıların doğru anlam yükledikleri matematik semboller nelerdir?
3. Katılımcılar tek başına bir matematik kavramı karşılamayacak fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek semboller kullanmakta mıdır?
4. Katılımcıların yanlış anlam yükledikleri matematik semboller nelerdir?
5. Katılımcılar sembollere anlamları dışında farklı matematik anlamlar yüklemekte midirler?
6. Katılımcılar bir matematik kavramı için farklı semboller kullanmakta mıdır?

Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışma bir boylam çalışması olup çalışmada, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarında beş yıl sürecinde matematik öğretmenliği ve matematik programına kayıtlı öğrencilerin üniversite öncesi bildikleri matematik sembolleri ve bu sembollere yükledikleri anlamları belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaca uygun olarak çalışma, araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu içeren veri toplama araçları (dokümanlar) ile derinlemesine incelediği, durumların ve duruma bağlı temaların tanımlandığı nitel bir araştırma modeli (Subaşı ve Okumuş, 2017) olan durum çalışması modeli ile yapılmıştır.

Katılımcılar

Araştırma, amaca yönelik örnekleme yöntemi ile belirlenen, Doğu Anadolu Bölgesinde yer alan bir Üniversitenin Eğitim fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı ile Fen-Edebiyat fakültesi Matematik Programına kayıtlı olan birinci sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Katılımcıların kazan-

dıkları bölüm ile ilgili bir çıkarım amaçlanmadığından, katılımcılar sadece kayıtlı oldukları yıllara göre kodlandırılmışlardır.

Katılımcıların yıllara göre dağılımları aşağıda tablo1 de verilmiştir.

Tablo1. Katılımcıların yıllara göre dağılımları.

Yıl	Katılımcı Sayısı
2005	69
2006	176
2007	77
2008	125
2009	77
Toplam	524

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama araçları olarak, öğrencilerin yüksek öğretime gelmeden önceki bilgilerini yoklamak amacı ile oluşturulan ve “bildiğiniz matematik sembolleri anlamlarıyla birlikte yazınız” sorusunu da içeren “matematik önbilgi” formu kullanılmıştır. Form, 2005 yılında, “bildiğiniz matematik sembolleri anlamlarıyla birlikte yazınız”, 2006 yılında “matematik ile ilgili bildiğiniz sembolleri yazınız” sorusunu içermekte olup herhangi bir başlık içermemektedir. 2007, 2008, 2009 yıllarında “bildiğiniz matematik sembolleri anlamlarıyla birlikte yazınız” sorusunun yer aldığı forma “matematik önbilgi” başlığı eklenmiştir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Veriler her öğretim yılının başlangıcında yazarın yürüttüğü ilk derste her öğrencinin yanıtını belirttiği belgelerle alınmış ve “Alınan yıl ile 1’den başlayarak dersin işlendiği şubede bulunan öğrenci sayısına kadar kodlanmıştır. Her bir öğrencinin yanıtları içeren belgeler taranmış ve resim olarak bilgisayara kayıt edilmiştir. Kayıtlı belgelerden “matematik ile ilgili bildiğiniz sembolleri yazınız” sorusuna verilen yanıtlar kesilmiş ve ayrıca yine aynı kot aynı bir dosyada kayıt altına alınmıştır. 2004-1 kodlu öğrencinin kodu excel de ikinci satır birinci sütuna, doğru anlam yükleyerek yazdığı semboller ikinci sütundan başlayarak ilk satıra yazılmıştır. Öğrenci kodunun bulunduğu satır ile sembolün bulunduğu sütunun kesişim hücrelerine sembolün kullanım frekansını belirlemek için “1” yazılmıştır. Farklı sembol kullanıldığında, bu

sembol sembollerin bulunduğu satır sonuna eklenmiş ve bu sembolü kullanan öğrenci koduna kadar sembolün bulunduğu sütuna kullanılmadı anlamında “0” yazılmıştır. Bir sembole yanlış bir anlam yükledi ise bu durum, yanlış anlam yükleyen öğrenci kodunun bulunduğu satırda ve sembollerden sonraki ikinci sütundan başlamak üzere sembol ve yüklenen yanlış anlam yazılarak belirtilmiştir. Bir satırda yer alan “1” lerin toplamı o satır ile kodlanan öğrencinin doğru anlam yükleyerek yazdığı semboller toplam sayısını vermektedir. Bir sütunda sembolden sonra yer alan “1” lerin toplamı ise sütunda yer alan sembolün toplam kullanım sayısını vermektedir. Veriler excel den kullanılan sembolleri içeren konulara göre Word belgesine tablolar şeklinde aktarılmıştır. Doğru anlam yükleyen semboller, yanlış anlam yüklenen semboller, birden fazla anlam yüklenen semboller, bir kavrama birden fazla karşılık getirilen semboller, sembol olarak ifade edilemeyecek kısaltmalar ve yanlış sayılamayacak semboller olarak temalara ayrılmış ve betimsel analiz (Yıldırım ve Şimşek, 2008) yolu ile analiz edilmiştir.

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, her bir öğretmen adaylarının yanıtları tek tek incelenmiş, her bir alt problem için veri alınmış şekli ve temalara göre tablolar ile gösterilip ayrıntılı değerlendirme yapılmıştır.

Katılımcıların doğru anlam yüklenen matematik sembol kullanımları yıllara göre nasıldır? Alt problemine ilişkin bulgular:

Yıllara göre doğru anlam yüklenen matematik sembol sayıları ile ilgili bulgular aşağıda Tablo2 de verilmiştir.

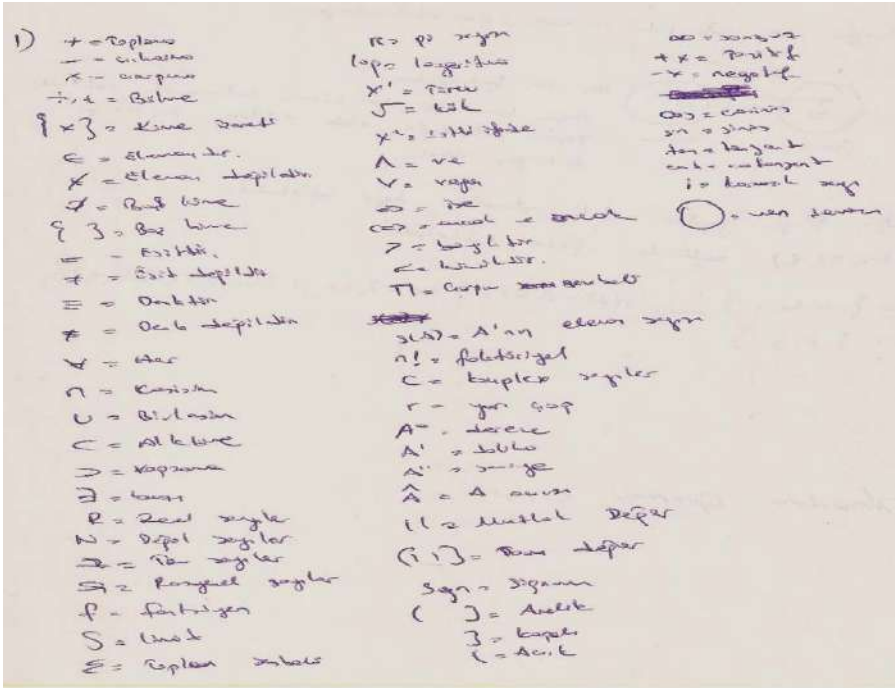
Tablo2. Yıllara göre doğru anlam yüklenen matematik sembol sayıları ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı Sayısı	Kullanılan Toplam Sembol Sayısı	Katılımcı Başına Düşen Ortalama Sembol kullanım Sayısı	Bir Katılımcının Kullandığı En Az Sembol Sayısı	Bir Katılımcının Kullandığı En Çok Sembol Sayısı
2005	69	1254	18,17	4	51
2006	176	1642	9,66	1	31
2007	77	857	11,13	3	27
2008	125	1121	8,97	1	24
2009	77	829	10,77	2	29
Toplam	524	5703	10,98		

Tablo2 den görüleceği üzere, beş yıl sürecinde 524 katılımcı 5703 matematik sembolü kullanmışlardır. 2005 yılında 69 katılımcı toplam 1254 sembol kullanırken 2009 yılında 77 katılımcı ve toplam 829 sembol kullanmıştır. Bir katılımcının kullandığı en çok sembol sayısı 2005 yılında 51 iken 2008 yılında 24, 2009 yılında 29, 2007 yılında 27 ve 2006 yılında 31 olmuştur. Benzer şekilde katılımcı başına düşen ortalama sembol kullanım sayısı 2005 yılında %18,17 iken 2008 yılında %8,97 dir. Genel ortalama ise %10,98 olmuştur. Yine, bir katılımcının kullandığı en az sembol sayısı 2005 yılında 4 iken 2006 ve 2008 yıllarında eşit ve 1 dir.

En çok sembol kullanan 2005-65 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil de verilmiştir.

Şekil1. 2005-65 kodlu katılımcının yanıtı.



Şekil de görüleceği üzere, 2005-65 kodlu öğrenci toplamda 61 sembol kullanmış fakat bunlarda 10 tanesi doğru anlam yüklenen sembol olmadığından, toplam kullanılan sembol sayısı 51 olarak alınmıştır.

Bazı katılımcıların araştırma da kullanılan formda yer alan ve bazı konulardaki ön bilgilerini yoklayacak ek soruların çözümlerinde matematik sembolü olarak belirtmedikleri matematik semboller kullandıkları belirlenmiştir.

Araştırma alt problemlerinde yer almayan bu durum ek bulgu olarak burada belirtilmiştir.

Formda yer alan ve bazı konulardaki ön bilgilerini yoklayacak ek soruların çözümlerinde matematik sembolü olarak belirtmedikleri matematik semboller kullanan katılımcılara örnek olarak 2005-13, 2006-55, 2007-9, 2008-65, 2009-50 kodlu katılımcıların yanıtları aşağıda şekil2, şekil3, şekil4, şekil5 ve şekil6 da verilmiştir.

Şekil2. 2005-13 kodlu katılımcının yanıtı.

① $\forall \rightarrow$ Her
 $\in \rightarrow$ Eleman
 $\notin \rightarrow$ Eleman değil
 $< \rightarrow$ küçük
 $> \rightarrow$ büyük

$C \rightarrow$ A'nın kümesi
 $\supset \rightarrow$ kapsar
 $|x| \rightarrow$ öyle ki
 $N \rightarrow$ doğal sayılar
 $Q \rightarrow$ rasyonel sayı

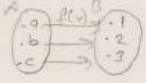
$[x] \rightarrow$ tam değer
 $|x| \rightarrow$ mutlak değer
 $\sim \rightarrow$ yaklaşıklık olarak
 $Z \rightarrow$ tam sayılar
 $R \rightarrow$ reel sayılar

$U \rightarrow$ birleşim
 $\cap \rightarrow$ kesişim
 $\setminus \rightarrow$ fark
 $\emptyset \rightarrow$ boş küme
 $\exists \rightarrow$ bazı

② Küme: Gerçek olan yada olabilecek elemanlardan oluşan topluluk
 $A = \{ \text{Sınıftaki sanığın öğrencileri} \}$
 $B = \{ \text{Kısa kedadiler} \}$

③ Fonksiyon: A ve B 2 farklı küme olmak üzere A'nın her elemanını B'nin bir ve yalnız bir elemanına karşılık getiren f kuralına A'dan B'ye fonksiyon denir.

$f: A \rightarrow B$
 $A = \{a, b, c\}$
 $B = \{1, 2, 3\}$



④ Bağlantı sayısı bulma;
 $s(A) = 3$ A'dan B'ye bağ. say. 2
 $s(B) = 4$
 $s(A) \cdot s(B) = 3 \cdot 4 = 12$
 $= 2 = 2$


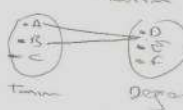
Şekil3. 2006-55 kodlu katılımcının yanıtı.

$T \rightarrow \text{tüm}$
 $\cap \rightarrow \text{ve}$
 $\cup \rightarrow \text{veya}$
 $\subseteq \rightarrow \text{alt küme}$
 $\supseteq \rightarrow \text{üst küme}$
 $\emptyset \rightarrow \text{boş küme}$
 $P \rightarrow \text{güç kümesi}$

$A \rightarrow \text{okul}$
 $B \rightarrow \text{Arke}$
 $(X \times Y) \rightarrow \text{kartesik çarpım}$
 $n \rightarrow \text{Bölme}$

2) Sizce küme nedir? Küme de ne oluyorsa bir örnek veriniz.
 3) Fonksiyon nedir? Fonksiyon da oluyorsa örnek veriniz.
 4) Bağıntı nedir?

2) Küme farklı nesnelere bir veya birden fazla elemanla ilişkilendirilebilir. Bir küme aynı elemanla ilişkilendirilebilir.
 Küme örnek: $A = \{x | x \Rightarrow 0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x | x \Rightarrow 0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}^-\}$

3) Fonksiyon; Tanım kümesinde her eleman için tek bir değer almasıdır.
 Aşağıdaki örnek A)  Tanım kümesi Deger (Görünür küme)
 B)  Tanım kümesi Deger

4) Bağıntı \Rightarrow Her türlü ilişkidir.

Şekil4. 2007-9 kodlu katılımcının yanıtı.

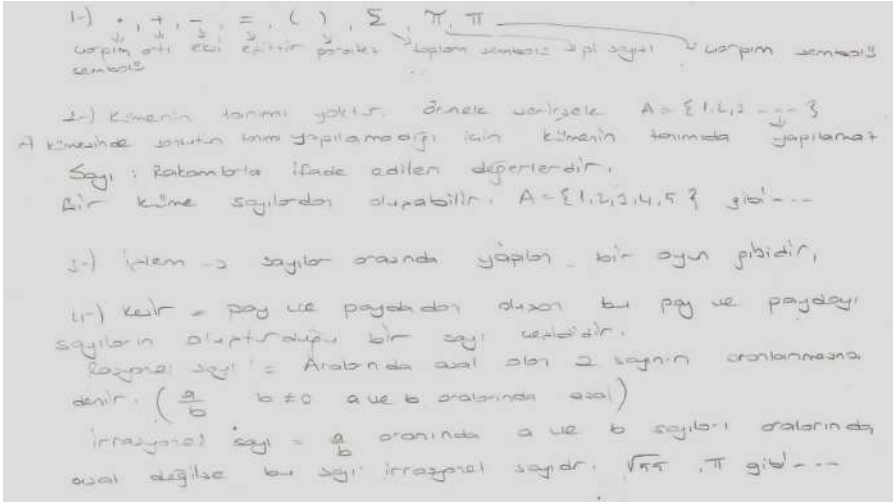
C.1. Kümelerde:
 $\subseteq \Rightarrow$ alt küme
 $\cup \Rightarrow$ birleşim
 $\cap \Rightarrow$ kesişim

C.2. Küme: belli bir özelliğe sahip nesnelere oluşturulmuş gruptur.
 Sayı sistemleri ifade edilen ve cisimlerin aritmetik yapıları net bir şekilde ortaya koyan bir sistemdir.
 Küme belli bir özelliğe sahip cisimlerin oluşturulmuş gruptur. Bu konuda stabilite, sayıda.
 Fakat sayılar cisimlerin her türünde ifade edilmez.

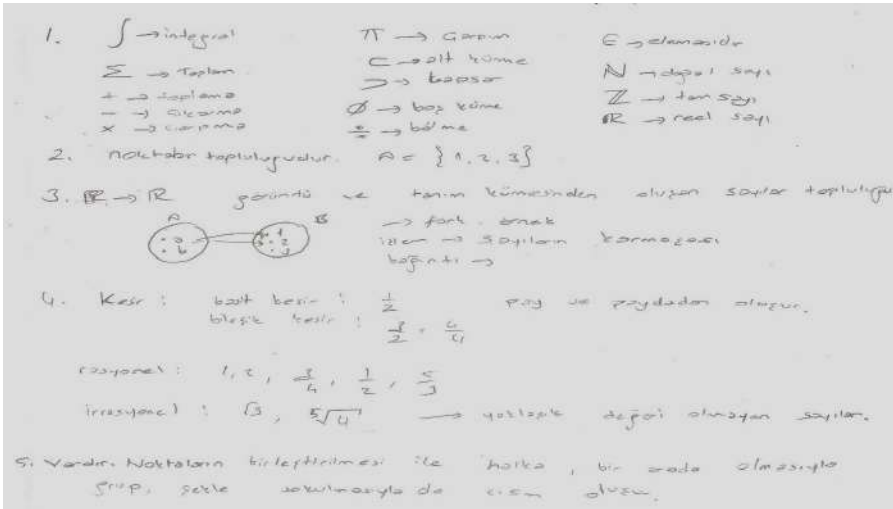
C.4. $p, q \in \mathbb{Z}$ ve $q \neq 0$ olduğunda $\frac{p}{q}$ şeklinde ifade edilen sayılara rasyonel sayılar denir.
 Rasyonel olarak ifade edilemeyen sayılara ise irrasyonel sayılar denir. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, \pi, e$ gibi.

C.5. Grup, vektör ve cisim kavramında bir ilmi yapıdır. Kapsamlı, kapsamlı, bitlesme gibi özelliklerde her türden yapıları net bir şekilde belirtmek için bu kavramlar kullanılır. Grupta II özelliği sayıların sayı sistemlerine cisim, 5 tane özelliği sayıların sayı sistemlerine ise grup denir.

Şekil5. 2008-65 kodlu katılımcının yanıtı.



Şekil6. 2009-50 kodlu katılımcının yanıtı.



Katılımcuların doğru anlam yükledikleri matematik semboller nelerdir? Alt problemine ilişkin bulgular:

Katılımcuların 2004-2010 yılları arasındaki beş yıl sürecinde doğru anlam yükledikleri matematik sembollere ilişkin bulgular gruplandırılarak aşağıda Tablo3, Tablo4, Tablo5, Tablo6, Tablo7, Tablo8, Tablo9, Tablo10, Tablo11, Tablo12, Tablo13, Tablo14 ve Tablo15 de verilmiştir.

Tablo 3. Sayı kümeleri ile ilgili sembollere ilişkin bulgular.

Yıl	Katılımcı	S	N	N ⁺	Z	Z ⁺	Z ⁻	Q	R	IR	C
2005	69	0	35	1	34	6	6	29	37	3	11
2006	176	3	29	0	26	7	7	4	22	8	0
2007	77	3	27	3	29	8	8	12	19	6	11
2008	125	1	27	6	22	4	3	12	24	4	3
2009	77	3	44	1	47	15	12	10	29	7	1
Toplam	524	10	162	11	158	40	36	67	131	28	26

Tablo3 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı doğal sayılar sembolünü 162 kez, tamsayılar sembolünü 158 kez, reel (gerçel) sayılar sembolünü 131 kez, rasyonel sayılar sembolünü 67 kez, pozitif tamsayılar sembolünü 40 kez, negatif tamsayılar sembolünü 36 kez, irrasyonel sayılar sembolünü 28 kez, karmaşık (kompleks) sayılar sembolünü 26 kez, sıfır dışındaki doğal sayılar sembolünü 11 kez ve sayma sayıları sembolünü de 10 kez kullanmışlardır. 2005 yılında sayma sayıları sembolü hiç kullanılmamış, en çok (37 kez) reel (gerçel) sayılar sembolü kullanılmıştır. 2006 yılında sıfır dışındaki doğal sayılar sembolü ile karmaşık (kompleks) sayılar sembolü hiç kullanılmamış, en çok (29 kez) doğal sayılar sembolü kullanılmıştır. 2007, 2008, 2009 yıllarında kullanılmayan sayı sembolleri yoktur. 2007 yılında en az (3 kez) sayma sayıları sembolü ile sıfır dışındaki doğal sayılar sembolü kullanılmış, en çok (29 kez) tam sayılar sembolü kullanılmıştır. 2008 yılında en az (1 kez) sayma sayıları sembolü, en çok (27 kez) doğal sayılar sembolü kullanılmıştır. 2009 yılında en az (1 kez) sıfır dışındaki doğal sayılar sembolü ile karmaşık (kompleks) sayılar sembolü, en çok (47 kez) tam sayılar sembolü kullanılmıştır.

Tablo4. Önergeler, önermeler cebiri ve niceleyiciler ile ilgili sembollere ilişkin bulgular.

Yıl	Katılımcı	~	^	v	=>	=<	v	∃
2005	69	0	23	23	33	24	55	33
2006	176	1	27	28	28	24	35	3
2007	77	1	9	9	34	21	41	2
2008	125	9	34	36	16	16	44	23
2009	77	0	2	2	5	2	7	0
Toplam	524	11	95	98	116	87	182	61

Tablo4 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı evrensel (her) niceleyicisi sembolünü 182 kez, “ise bağlacı” sembolünü 116 kez, “ya da bağlacı” sembolünü 98 kez, “ve bağlacı” sembolünü 95 kez, “ancak ve ancak bağlacı” sembolünü 87 kez, bazı sembolünü 36 kez, varlık (bazı) niceleyicisi sembolünü 61 kez ve bir önermenin değili sembolünü de 11 kez kullanmışlardır. Bir önermenin değili sembolü tüm yıllar için hiç kullanılmamış ya da en az kullanılan sembol olurken, evrensel (her) niceleyicisi sembolü en fazla kullanılan sembol olmuştur.

Tablo 5. Kümeler ile ilgili sembollere ilişkin bulgular.

Yıl	Katılımcı	\in	\notin	$\{\}$	I	$[]$	$()$	$s(A)$	E	\emptyset
2005	69	59	36	14	6	11	12	3	2	31
2006	176	53	35	41	3	9	9	1	7	50
2007	77	26	6	15	6	0	1	1	2	11
2008	125	34	14	21	8	4	5	5	2	27
2009	77	22	8	16	0	1	1	0	0	32
Toplam	524	194	99	107	23	25	28	10	13	151

Tablo 5 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı elemandır sembolünü 194 kez, boş küme sembolünü 151 kez, küme ayracı (parantez) sembolünü 107 kez, eleman değildir sembolünü 99 kez, açık aralık sembolünü 28 kez, kapalı aralık sembolünü 25 kez, “öyle ki” sembolünü 23 kez, evrensel küme sembolünü 13 kez ve bir kümenin öge sayısını gösteren sembol de 10 kez kullanmışlardır. 2005, 2006 ve 2008 yıllarında tüm semboller kullanılırken, 2007 yılında küme ayracı (parantez) sembolü, 2009 yılında “öyle ki” sembolü, bir kümenin öge sayısını gösteren sembol ve evrensel küme sembolü hiç kullanılmamıştır.

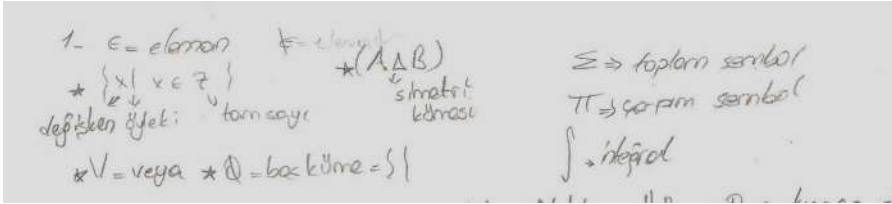
Tablo 6. Kümeler üzerindeki bağıntı ve işlemler ile ilgili sembollere ilişkin bulgular.

Yıl	Katılımcı	\supset	\supseteq	\subseteq	\subsetneq	\supsetneq	\cap	\cup	\setminus	A^c	$A \times B$	$A \Delta B$
2005	69	32	58	0	9	1	57	59	31	4	0	0
2006	176	37	66	0	4	1	68	67	19	0	7	0
2007	77	15	51	0	1	0	47	48	17	0	1	0
2008	125	14	31	0	1	0	44	45	17	0	1	1
2009	77	13	28	1	2	0	22	21	5	0	0	0
Toplam	524	111	234	1	17	2	238	240	89	4	9	1

Tablo6 dan görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı birleşim sembolünü 240 kez, kesişim sembolünü 238 kez, özalt küme sembolünü (alt küme sembolü olarak kullanılmış) 234 kez, kapsar sembolünü 111 kez, fark sembolünü 89 kez, alt küme değil sembolünü 17 kez, kartezyen çarpım sembolünü 9 kez, dik çarpım sembolünü 9 kez, tümleyen sembolünü 4 kez, kapsamaz sembolünü 2 kez ve simetrik fark ile alt küme sembollerini 1 kez kullanmışlardır. Alt küme sembolü sadece 2009 yılında, bir kümenin tümleyeni sembolü sadece 2005 yılında ve simetrik fark sembolü de sadece 2008 yılında kullanılmıştır.

Sadece bir kez kullanılan “simetrik fark” sembolünü kullanan 2008-59 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda Şekil7 de verilmiştir.

Şekil7. 2008-59 kodlu katılımcının yanıtı.



Tablo7. Denklik ve sıralama bağıntıları ile ilgili sembollere ilişkin bulgular.

Yıl	Katılımcı	=	≠	≅	≡	≠	≈	≈	<	≤	≥	>
2005	69	36	18	5	20	7	3	2	30	10	10	30
2006	176	66	16	9	37	6	4	0	28	7	7	28
2007	77	22	10	1	12	5	0	0	22	4	4	22
2008	125	19	5	3	10	3	0	0	11	6	6	11
2009	77	9	2	4	7	2	0	0	4	1	1	4
Toplam	524	152	51	22	86	23	7	2	95	28	28	95

Tablo7 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı eşit sembolünü 152 kez, büyük ve küçük sembollerini 95 kez, denk sembolünü 86 kez, eşit değil sembolünü 51 kez, büyük eşit ve küçük eşit sembollerini 28 kez, benzerlik sembolünü 22 kez, yaklaşık sembolünü 7 kez, geometrik olarak benzerlik 2 kez kullanmışlardır. 2005 yılında tüm semboller kullanılırken, yaklaşık sembolü 2005 ve 2006 yıllarında kullanılmıştır. 2009 yılında büyük eşit ve küçük eşit sembolleri 1 kez kullanılmıştır.

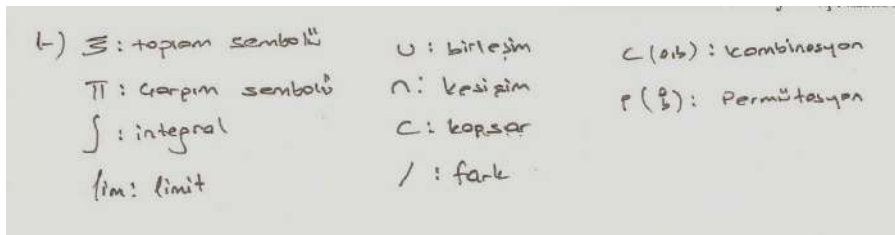
Tablo 8. Yüzde, sonsuz, pi, Euler sayısı, faktöriyel, permütasyon ve kombinasyon ile ilgili sembollere ilişkin bulgular.

Yıl	Katılımcı	%	∞	$-\infty$	π	e	$\eta!$	$P\binom{n}{r}$	$C\binom{n}{r}$
2005	69	6	13	1	15	2	1	0	0
2006	176	16	19	5	31	1	1	0	0
2007	77	0	9	1	21	6	1	1	1
2008	125	5	18	2	48	21	1	0	1
2009	77	5	14	3	32	3	1	1	0
Toplam	524	32	73	12	147	33	5	2	2

Tablo8 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı “pi” sembolünü 147 kez, “artı sosuz” sembolünü 73 kez, “Euler sayısı” sembolünü 33 kez, “yüzde” sembolünü 32 kez, “eksi sonsuz” sembolünü 12 kez, “faktöriyel” sembolünü 5 kez, “permütasyon” ve “kombinasyon” sembollerini 2 kez kullanmışlardır. 2005 ve 2006 yıllarında “permütasyon” ve “kombinasyon” sembolleri hiç kullanılmamış, 2007 yılında 1’er kez kullanılmıştır. “Pi” sembolü 2008 yılında en çok kullanılırken, en az 2005 yılında kullanılmıştır.

Sadece iki kez kullanılan “permütasyon” ve “kombinasyon” sembollerini kullanan 2007-54 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil8 de verilmiştir.

Şekil 8. 2007-54 kodlu katılımcının yanıtı.



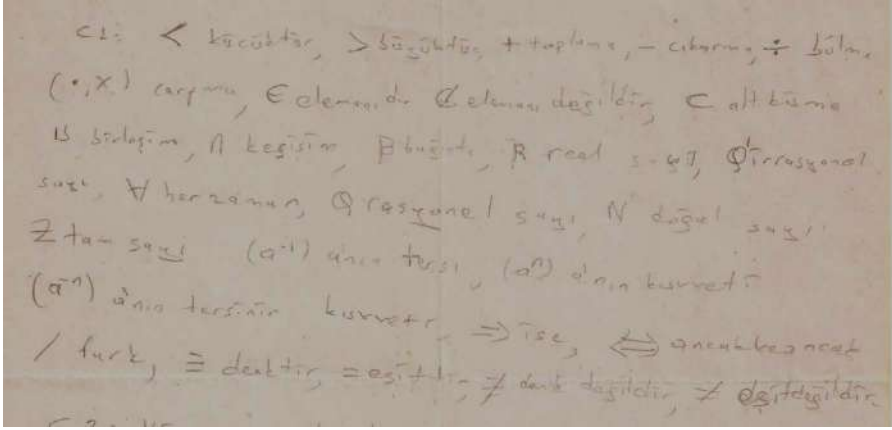
Tablo 9. Adi (sıradan, alışılmış) işlemler, kesir, bir ögenin tersi, bir ögenin n. kuvveti ve bir ögenin tersinin n. kuvveti sembolleri ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı	+	-	x (.)	÷	-kesir	α^{-1}	α^n	α^{-n}
2005	69	35	34	35	32	1	3	1	1
2006	176	104	101	98	94	3	4	5	0
2007	77	25	26	23	23	3	2	3	0
2008	125	44	44	40	41	2	0	0	0
2009	77	28	27	24	25	2	1	2	0
Toplam	524	236	232	220	215	11	10	11	1

Tablo9 dan görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı toplama sembolünü 236 kez, çıkarma sembolünü 232 kez, çarpma sembolünü 220 kez, bölme sembolünü 215 kez, kesir ve bir ögenin n. kuvveti sembollerini 11 kez, bir ögenin tersi sembolünü 10 kez, bir ögenin tersinin n. kuvveti sembolünü 1 kez kullanmışlardır. 2008 yılında bir ögenin tersi, bir ögenin n. kuvveti ve bir ögenin tersinin n. kuvveti sembolleri hiç kullanılmamıştır.

Sadece bir kez kullanılan “bir ögenin n. kuvvetinin tersi” sembolünü kullanan 2005-25 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil4 de verilmiştir.

Şekil 9. 2005-25 kodlu katılımcının yanıtı.



Tablo10. Toplam, çarpım, karekök, logaritma, mutlak değer, tamdeğer ve işaret fonksiyonu (signum) sembolleri ile ilgili bulgular.

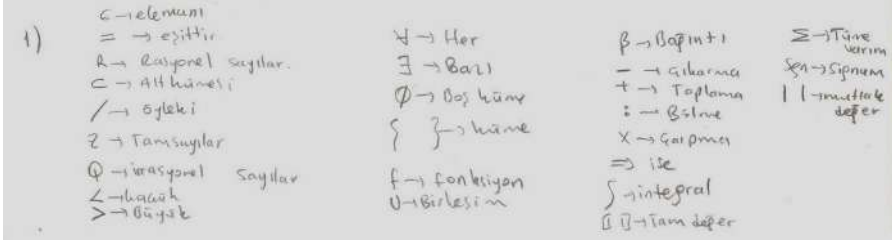
Yıl	Katılımcı	Σ	Π	sgn	$\llbracket \rrbracket$	$ $	$\sqrt{\quad}$	log
2005	69	5	1	6	15	14	12	4
2006	176	23	2	0	0	3	21	7
2007	77	26	21	0	0	1	15	6
2008	125	58	48	6	5	7	5	8
2009	77	68	64	0	0	0	8	12
Toplam	524	180	136	12	20	25	61	37

Tablo10 dan görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı toplam sembolünü 180 kez, çarpım sembolünü 136 kez, karekök sembolünü 61 kez, logaritma sembolünü 37 kez, mutlak değer sembolünü 25 kez, tamdeğer sembolünü 20 kez ve işaret fonksiyonu (signum) sembolünü 12 kez kullanmışlardır. 2006 ve 2007 yıllarında işaret fonksiyonu (signum) ile tam değer sembolleri

hiç kullanılmamıştır. 2009 yılında toplam ve çarpım sembolleri en çok kullanılır iken işaret fonksiyonu (signum), tam değer ve mutlak değer sembolleri hiç kullanılmamıştır.

Sadece 2005 ve 2008 yıllarında kullanılan “işaret fonksiyonu (signum)” sembolünü kullanan 2008-104 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil10 de verilmiştir.

Şekil10. 2008-104 kodlu katılımcının yanıtı.



Tablo11. Bağıntı, fonksiyon, polinom, iki fonksiyonun bileşkesi, birim fonksiyon, limit, türev ve integral sembolleri ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı	b	f(x)	p(x)	fog	I_f	lim	$f'(x)$	\int
2005	69	5	13	2	4	2	2	0	2
2006	176	12	18	2	4	4	2	0	12
2007	77	2	1	0	0	0	4	4	23
2008	125	4	12	1	1	0	4	7	48
2009	77	3	21	5	2	0	4	24	52
Toplam	524	26	65	10	11	6	16	35	137

Tablo11 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı integral sembolünü 137 kez, fonksiyon sembolünü 65 kez, türev sembolünü 35 kez, bağıntı sembolünü 26 kez, limit sembolünü 16 kez, iki fonksiyonun bileşkesi sembolünü 11 kez, polinom sembolünü 10 kez ve birim fonksiyon sembolünü 6 kez kullanmışlardır. 2007, 2008 ve 2009 yıllarında birim fonksiyon sembolü hiç kullanılmamıştır. 2009 yılında integral ve türev sembolleri en çok kullanılmıştır.

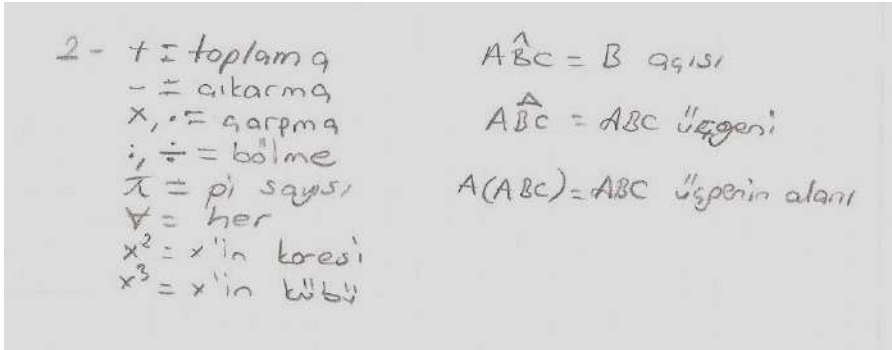
Tablo12. Dik, paralel, yarıçap, aç, üçgen ve üçgenin sınırladığı alan sembolleri ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı	\perp	//	r	\hat{A}	Δ ABC	Δ s(ABC)
2005	69	1	1	1	1	0	0
2006	176	4	6	1	2	2	1
2007	77	1	0	0	0	0	0
2008	125	1	0	0	0	0	0
2009	77	1	1	0	0	0	0
Toplam	524	8	8	2	3	2	1

Tablo12 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı dik ve paralel sembolünü 8 kez, aç sembolünü 3 kez, yarıçap ve üçgen sembolünü 2 kez ve üçgenin sınırladığı alan sembolünü 1 kez kullanmışlardır. 2007 yılında tüm semboller kullanılmıştır. 2008 yılında dik sembolü dışında semboller kullanılmamıştır. 2009 yılında dik ve paralel sembolleri 1 kez kullanılmış diğer semboller kullanılmamıştır.

Sadece 2006 yılında kullanılan “üçgenin sınırladığı alan” sembolünü kullanan 2006-77 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 11 de verilmiştir.

Şekil 11. 2006-77 kodlu katılımcının yanıtı.



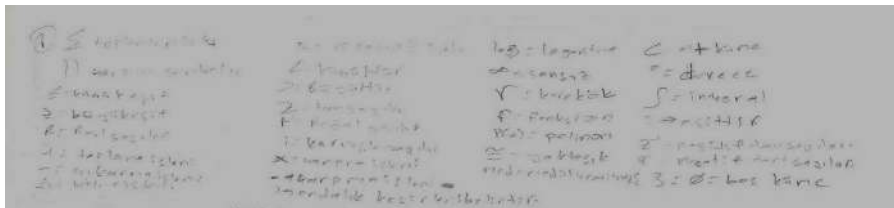
Tablo 13. Standart birim sembolleri ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı	m	cm	hm	dm	km	m ²	m ³	kg	lt	A°	A'
2005	69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2006	176	5	2	1	1	1	1	1	2	2	0	0
2007	77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2008	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2009	77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Toplam	524	5	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1

Tablo13 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı metre sembolünü 5 kez, santimetre sembolünü 2 kez, hektometre, dekametre ve kilometre sembolünü 1 kez, metrekare ve metreküp sembolünü 1 kez, kilogram ve litre sembolünü 1 kez, açı ölçüm birimlerinden derece ve dakika sembolünü 1 kez kullanmışlardır. 2007 ve 2008 yılında hiç sembol kullanılmamıştır. 2009 yılında sadece derece sembolü kullanılmıştır.

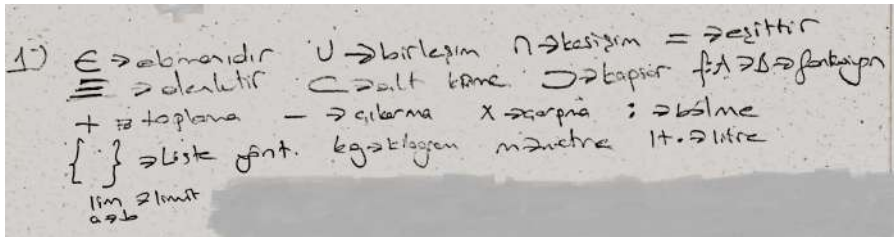
Sadece 2006 ve 2009 yıllarında kullanılan “derece” sembolünü kullanan 2009-1 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 12 de verilmiştir.

Şekil 12. 2009-1 kodlu katılımcının yanıtı.



Sadece 2006 yılında kullanılan “litre” sembolünü kullanan 2006-144 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 13 de verilmiştir.

Şekil 13. 2006-144 kodlu katılımcının yanıtı.



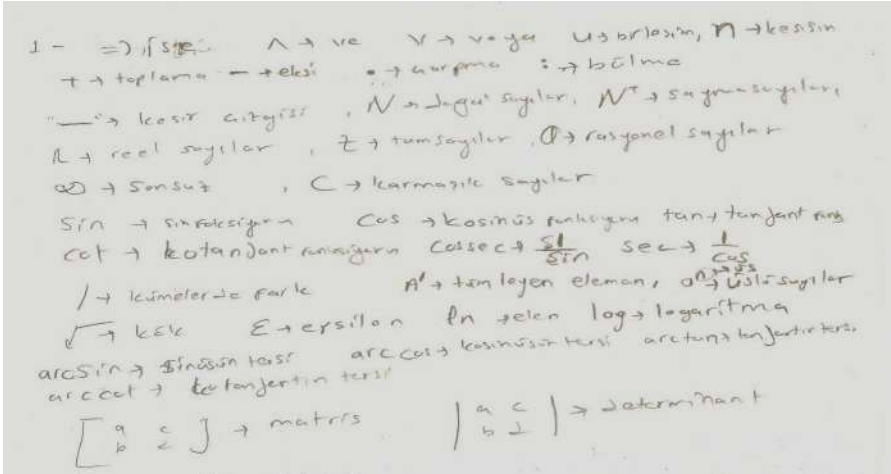
Tablo 14. Trigonometrik fonksiyon sembolleri ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı	sin	cos	tan	cot	sec	cosec	arcsin	arccos	arctan	arccot
2005	69	6	6	6	6	3	3	0	0	0	0
2006	176	4	4	4	4	2	2	0	0	0	0
2007	77	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2008	125	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2009	77	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toplam	524	13	12	11	11	6	6	1	1	1	1

Tablo 14 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı sinüs fonksiyonu sembolünü 13 kez, kosinüs fonksiyonu sembolünü 12 kez, tanjant ve kotanjant fonksiyonu sembolünü 11 kez, sekant ve kosekant fonksiyonu sembolünü 6 kez, arcsinüs, arccosinüs, arctanjant ve arckotanjant fonksiyonu sembolünü 1 kez kullanmışlardır. 2009 yılında sadece sinüs fonksiyonu sembolü kullanılmıştır. 2008 yılında sinüs ve kosinüs fonksiyonları sembolü dışında semboller kullanılmamıştır. 2007 yılında tüm semboller kullanılmıştır.

Sadece 2007 yılında tüm semboller 2007-37 kodlu katılımcı tarafından kullanılmıştır. Katılımcının yanıtı aşağıda şekil14 de verilmiştir.

Şekil 14. 2007-37 kodlu katılımcının yanıtı.



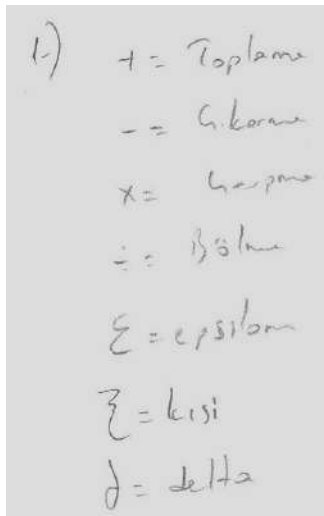
Tablo 15. Sembol olarak kullanılan ve Yunan alfabesinden alınan harfler ile ilgili bulgular.

Yıl	Katılımcı	α	β	γ	δ	Δ	ϵ	θ	λ	μ	ν	ξ	σ	ϕ
2005	69	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2006	176	9	7	9	0	6	2	7	6	8	5	0	1	1
2007	77	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2008	125	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
2009	77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toplam	524	12	9	10	1	7	3	7	6	8	5	1	3	1

Tablo15 den görüleceği üzere, toplam 524 katılımcı “ α ” harfini 12 kez, “ γ ” harfini 10 kez, “ β ” harfini 9 kez, “ μ ” harfini 8 kez, “ Δ ” ve “ θ ” harfini 7 kez, “ ν ” harfini 5 kez, “ σ ” harfini 4 kez, “ ϵ ” harfini 3 kez, “ δ ”, “ ξ ” ve “ ϕ ” 1 kez kullanmışlardır. 2009 yılında hiç harfini kullanılmamıştır. 2006 yılında “ δ ” ve “ ξ ” dışında tüm harfini kullanılmıştır.

“ ϵ ”, “ δ ” ve “ ξ ” harflerini kullanan 2008-2 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 15 de verilmiştir.

Şekil15. 2008-2 kodlu katılımcının yanıtı.



Katılımcılar tek başına bir matematik kavramı karşılamayacak fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek semboller kullanmakta mıdır? Alt problemine ilişkin bulgular:

Tek başına bir matematik kavramı karşılamayan fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek ve hata sayılamayacak semboller ile ilgili bulgular aşağıda tablo16 da verilmiştir.

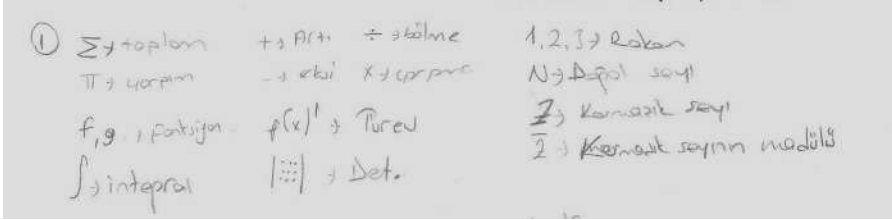
Tablo 16. Tek başına bir matematik kavramı karşılamayan fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek ve hata sayılamayacak sembol kullanımı ile ilgili bulgular.

Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
$a+ib$	Karmaşık sayı	0	0	0	1	2	3
z	Karmaşık sayılar	0	0	0	2	1	3
$-$	Doğru parçası	0	0	0	0	1	1
\leftrightarrow	Doğru	0	0	0	0	1	1
$ax+b$	Birinci mertebeden bir bilinmeyenli denklem	0	0	0	0	1	1
$\frac{dy}{dx}$	Türev	0	0	0	1	0	1
\pm	artieksi	0	2	0	0	0	2
a,b	Ondalık sayı	0	0	0	0	1	1
α_n	Diziler	0	1	0	0	0	1
$a*b$	a işlem b	1	0	0	0	0	1
mod	Modüler aritmetik	0	2	0	0	1	3
\oplus	Modül	0	1	0	0	0	1
det	Determinant	0	0	0	0	1	1
3^{-1}	3 ün tersi	1	0	0	0	0	1
Toplam		2	6	0	4	9	21

Tablo16 dan görüleceği üzere, 2005 yılında 2, 2006 yılında 6, 2008 yılında 4 ve 2009 yılında 9 olmak üzere toplam 21 adet tek başına bir matematik kavramı karşılamayan fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek ve hata sayılamayacak sembol kullanımı yapılmıştır. 2007 yılında tek başına bir matematik kavramı karşılamayan fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek ve hata sayılamayacak sembol kullanımı yapılmamıştır.

“Z” yi karmaşık sayı sembolü olarak kullanan 2009-7 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 16 da verilmiştir.

Şekil 16. 2009-7 kodlu katılımcının yanıtı.



Katılımcıların yanlış anlam yükledikleri matematik semboller nelerdir? Alt problemine ilişkin bulgular:

Yanlış anlam yüklenen matematik semboller ile ilgili bulgular aşağıda tablo17, tablo 18 ve tablo 19 da konularına göre temalandırılarak verilmiştir.

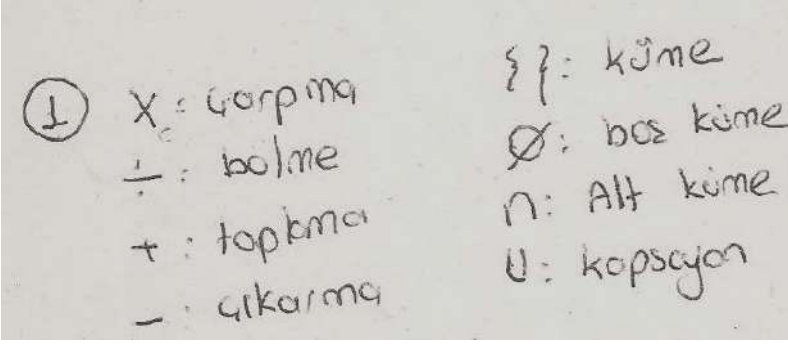
Tablo17. Kümeler ve küme işlemleri ile ilgili yanlış anlam yüklenen semboller için bulgular.

Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
A^+	A'nın tümleyeni	1	0	0	0	0	1
'	Tümleyen	2	1	0	0	0	3
O	Venn şeması	1	4	1	0	0	6
\cap	Alt küme	0	1	0	0	0	1
\cup	Kapsayan	0	1	0	0	0	1
Toplam		4	7	1	0	0	12

Tablo17 den görüleceği üzere, 2005 yılında 4, 2006 yılında 7, 2007 yılında 1 olmak üzere toplam 12 adet kümeler ve küme işlemlerinde yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı yapılmıştır. 2008 ve 2009 yılında kümeler ve küme işlemlerinde yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı yapılmamıştır.

“ \cap ” sembolüne “alt küme” ve “ \cup ” sembolüne “kapsayan” anlamı yükleyen 2006-132 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 17 de verilmiştir.

Şekil 17. 2006-132 kodlu katılımcının yanıtı.



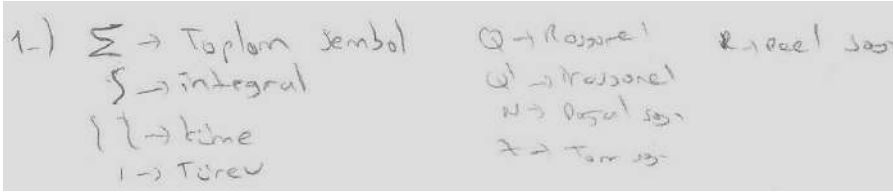
Tablo18. Sayı ve sayı kümeleri ile ilgili yanlış anlam yüklenen semboller için bulgular.

Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
N	Tamsayılar	0	0	1	0	0	1
N^-	Negatif doğal sayı	0	0	1	0	0	1
N'	Negatif doğal sayılar	0	0	0	1	0	1
2-3	Tamsayı	1	0	0	0	0	1
\bar{z}	Karmaşık sayılar modülü	0	0	0	0	1	1
Q'	İrrasyonel sayı	2	0	0	0	2	4
IR	Rasyonel sayılar	0	0	1	1	0	2
Toplam		3	0	3	2	3	11

Tablo 18 den görüleceği üzere, 2005 ve 2007 yılında 3, 2008 yılında 2 ve 2009 yılında 4 olmak üzere toplam 12 adet sayı kümeleri için yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı yapılmıştır. 2006 yılında sayı kümeleri için yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı yapılmamıştır.

“ Q' ” sembolüne “İrrasyonel sayı” anlamı yükleyen 2009-43 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 18 de verilmiştir.

Şekil 18. 2009-43 kodlu katılımcının yanıtı.



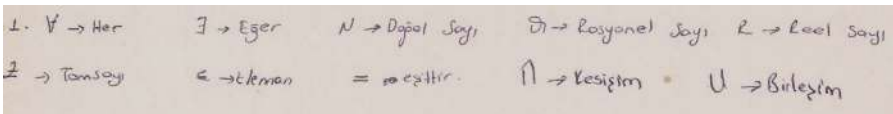
Tablo19. Önermeler ve önermeler cebiri ile ilgili yanlış anlam yüklenen semboller için bulgular.

Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
\vee	ve	1	2	4	1	0	8
\wedge	veya	1	2	4	0	0	7
\Leftrightarrow	Veya	1	0	0	0	0	1
\exists	Eğer	1	0	0	0	0	1
	Hiçbir	0	1	0	0	0	1
\rightarrow	ise	0	0	0	10	0	10
A'	A'nın değili	0	0	1	0	0	1
E	Bazı	0	2	0	0	0	2
p, q	Önerme	0	1	0	0	0	1
\equiv	Denk sembolü	0	0	1	0	0	1
Toplam		4	8	10	11	0	33

Tablo 19 dan görüleceği üzere, 2005 yılında 4, 2006 yılında 8, 2007 yılında 10 ve 2008 yılında 11 olmak üzere toplam 33 adet önermeler ve önermeler cebiri için yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı yapılmıştır. 2009 yılında önermeler ve önermeler cebiri için yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı yapılmamıştır.

“E” sembolüne “Eğer” anlamı yükleyen 2005-13 kodlu katılımcının ve “Hiçbir” anlamı yükleyen 2006-74 kodlu katılımcının yanıtları aşağıda şekil19 ve şekil20 de verilmiştir.

Şekil 19. 2005-13 kodlu katılımcının yanıtı.



Şekil 20. 2006-74 kodlu katılımcının yanıtı.

+	Artı	∈	elemanı	∇	Her
-	eksi	≠	değil	∧	ve
x	çarpı	∪	birleşim	∨	veya
÷	Bölme	∩	kesisim	∃	Hiçbir.

Benzer şekilde bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretleri de matematik sembol olarak kullanılmıştır. Bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretleri ile ilgili bulgular aşağıda tablo 20 de verilmiştir.

Tablo 20. Bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretleri ile ilgili bulgular.

Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
vs.	ve sayır	1	0	0	0	0	1
vb.	ve benzeri	1	0	0	0	0	1
.	Nokta	0	0	0	0	1	1
!	Ancak	0	0	1	0	0	1
Toplam		2	0	1	0	1	4

Tablo 20 den görüleceği üzere, 2005 yılında 2, 2007 yılında 1, 2009 yılında 1 olmak üzere toplam 4 adet bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretleri kullanımı yapılmıştır. 2006 ve 2008 yılında bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretleri kullanımı yapılmamıştır.

Matematik sembolü sayılamayacak “!” ünlem işaretine “ancak” anlamı yükleyen 2007-17 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil21 de verilmiştir.

Şekil 21. 2007-17 kodlu katılımcının yanıtı.

!	ancak	∩	kesisim	∪	birleşim	∧	ve	∨	veya	∇	Her	∃	Hiçbir.
---	-------	---	---------	---	----------	---	----	---	------	---	-----	---	---------

Katılımcılar sembollere anlamları dışında farklı matematik anlamlar yüklemekte midirler? Alt problemine ilişkin bulgular:

Anlamları dışında birden fazla matematik anlam yüklenen semboller ile ilgili bulgular aşağıda tablo21 de verilmiştir.

Tablo 21. Anlamları dışında birden fazla matematik anlam yüklenen semboller ile ilgili bulgular.

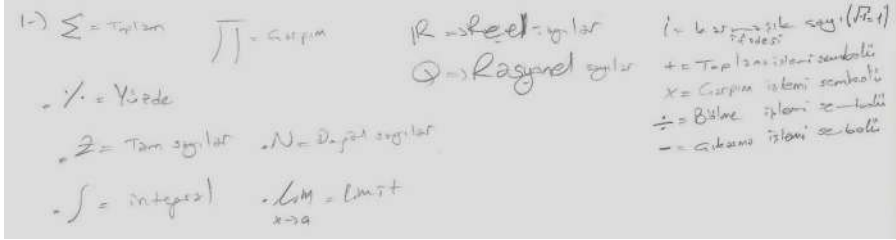
Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
i	Karmaşık sayı/sayılar	3	3	0	2	10	18
	-1	1	0	0	0	0	1
	$\sqrt{-1}$	0	0	0	2	2	4
	Karmaşık sayıda sanal kısım	0	0	0	0	1	1
	İndis	1	0	0	0	0	1
A'	A'nın değili	1	2	1	0	0	4
	A'nın tümleyeni	4	0	0	1	0	5
	A'nın dışındakiler	0	1	0	0	0	1
{ }	Boş küme	6	17	3	5	9	40
	Küme/küme parantezi	7	21	6	7	7	48
	Liste yöntemi	1	8	6	8	1	24
	Parantez	0	0	0	2	0	2
\Rightarrow	Veya işareti	1	0	0	0	0	1
	Ancak ve ancak	1	0	0	0	0	1
\exists	Eğer	1	0	0	0	0	1
	Hiçbir	0	1	0	0	0	1
\forall	Veya	0	2	0	0	0	2
	Bazı	0	0	0	1	0	1
\leftrightarrow	Ancak ve ancak	0	0	0	8	0	8
	Çifli akış	0	1	0	0	0	1
A	Bazı	0	1	0	0	0	1
	Her	0	2	0	0	0	2
	Ve	0	1	0	0	0	1
	Hiçbir	0	0	1	0	0	1
Z	Doğal sayı	1	0	0	0	0	1
	Rasyonel sayılar	0	0	1	0	0	1
Q	Karmaşık sayılar	1	0	0	0	0	1
	Reel/Gerçel sayı	0	1	2	2	3	8
	Ondalık sayı	0	1	0	0	0	1
	İrrasyonel sayı	0	1	1	1	3	6
R	Rasyonel sayılar	0	5	1	3	7	16
	İrrasyonel sayılar	0	0	0	1	0	1

Sembol	Yüklenen Anlam	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
e	Yok	1	1	2	3	0	7
	Sabit	0	0	0	4	0	4
	Elemandır	0	0	1	0	0	1
	Etkisiz eleman	0	0	1	0	0	1
	2,71;2,76;2,15	0	0	1	12	1	14
	İrrasyonel sayı	0	0	1	0	0	1
	Logaritmik sabit	1	0	0	1	0	2
	Logaritmik, üstel fonksiyon	0	0	0	1	0	1
	Elen sembolü	0	0	0	0	1	1
	Epsilon	0	0	0	0	1	1
Toplam		31	69	28	64	46	238

Tablo21 den görüleceği üzere, 2005 yılında 31, 2006 yılında 69, 2007 yılında 28, 2008 yılında 64, 2009 yılında 46 olmak üzere toplam 238 kez, 12 adet sembole anlamları dışında farklı matematik anlamlar yüklenmiştir. “i”, “{ }”, “A” ve “Q” sembollerine 4, A' sembollerine 3, “ \Rightarrow ”, “ \exists ”, “ \forall ”, “ \leftrightarrow ”, “Z”, “R” sembollerine 2 ve “e” sembolüne 10 farklı anlam yüklenmiştir.

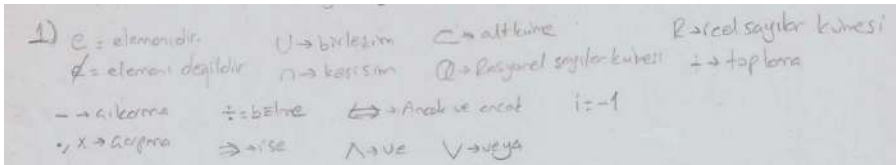
“i” sembolüne “karmaşık sayı” ve “ $\sqrt{-1}$ ” anlamı yükleyen 2009-18 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil22 de verilmiştir.

Şekil22. 2009-18 kodlu katılımcının yanıtı.



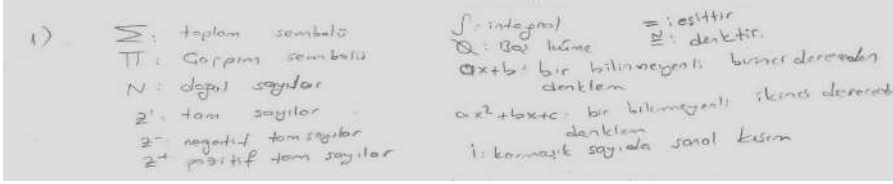
“i” sembolüne “-1” anlamı yükleyen 2005-41 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 23 de verilmiştir.

Şekil 23. 2005-41 kodlu katılımcının yanıtı.



“İ” sembolüne “karmaşık sayıda sanal kısım” anlamı yükleyen 2009-59 kodlu katılımcının yanıtı aşağıda şekil 24 de verilmiştir.

Şekil 24. 2009-59 kodlu katılımcının yanıtı.



Katılımcılar bir matematik kavramı için farklı semboller kullanmakta mıdır? Alt problemine ilişkin bulgular.

Birden fazla sembol karşılık getirilen matematik kavramlar ile ilgili bulgular aşağıda tablo 22 de verilmiştir.

Tablo22. Birden fazla sembol karşılık getirilen matematik kavramlar ile ilgili bulgular.

Kavram	Sembol	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
Tamsayılar	Z	34	26	29	22	47	158
	N	0	0	1	0	0	1
	2-3	1	0	0	0	0	1
Rasyonel Sayılar	Q	29	4	12	12	10	67
	R	0	5	1	3	7	16
	Z	0	0	1	0	0	1
	IR	0	0	1	1	0	2
İrrasyonel Sayılar	İ	3	8	6	4	7	28
	Q'	2	0	0	0	2	4
	Q	0	1	1	1	3	6
	R	0	0	0	1	0	1
Reel Sayılar	R	37	22	19	24	29	131
	Q	0	1	2	2	3	8

Kavram	Sembol	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
Karmaşık Sayılar	C	11	0	11	3	1	26
	i	3	3	0	2	10	18
	z	0	0	0	2	1	3
	a+ib	0	0	0	1	2	3
	Q	1	0	0	0	0	1
Değil	\sim	0	1	1	9	0	11
	A'	1	2	1	0	0	4
	\bar{A}	0	1	0	0	0	1
Bağıntı	β	5	12	2	4	3	26
	B	2	0	0	0	0	2
	f:A→B	0	1	0	0	0	1
Veya	\vee	23	28	9	36	2	98
	\Rightarrow	1	0	0	0	0	1
	\Leftrightarrow	1	0	0	0	0	1
	\wedge	1	2	1	0	0	4
	\forall	0	1	0	0	0	1
ve	\wedge	23	27	9	34	2	95
	$\hat{\wedge}$	1	1	4	1	0	7
	A	0	1	0	0	0	1
İse	\Rightarrow	33	28	34	16	5	116
	\rightarrow	0	0	0	10	0	10
Ancak ve ancak	\Leftrightarrow	33	28	34	16	5	116
	\leftrightarrow	0	0	0	8	0	8
	\Rightarrow	1	0	0	0	0	1
Her	\forall	55	35	41	44	7	182
	A	0	2	0	0	0	2

Kavram	Sembol	2005	2006	2007	2008	2009	Toplam
		f	f	f	f	f	f
Bazı	\exists	33	3	2	23	0	61
	E	0	2	0	0	0	2
	\forall	0	0	0	1	0	1
	A	0	1	0	0	0	1
Türev	$f'(x)$	0	0	4	7	24	35
	x'	1	1	0	0	1	3
	dx	0	1	0	1	0	2
	$\frac{dy}{dx}$	0	0	0	1	0	1
	d	0	0	0	1	0	1
	df	0	0	0	0	1	1
Limit	lim	2	2	4	4	4	16
	\int	1	0	0	0	0	1
Tümleyen	A^c	4	0	0	0	0	4
	\bar{A}	2	0	0	0	0	2
	A'	4	0	0	0	1	5
	x^c	1	0	0	0	0	1
Toplam		349	250	230	294	177	1300

Tablo22 den görüleceği üzere, 2005 yılında 349, 2006 yılında 250, 2007 yılında 230, 2008 yılında 294, 2009 yılında 177 olmak üzere toplam 1300 kez, 16 matematik kavramına birden fazla sembol karşılık getirilmiştir. “Türev” kavramına 6, “Karmaşık Sayılar” ve “Veya” kavramlarına 5, “Rasyonel Sayılar”, “İrrasyonel Sayı”, “Bazı” ve “Tümleyen” kavramlarına 4, “Tamsayılar”, “Değil”, “Bağıntı”, “Ve”, ve “Ancak ve ancak” kavramlarına 3, “Reel Sayılar”, “İse”, “Her” ve “Limit” kavramlarına 2 farklı sembol karşılık getirilmiştir.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde, verilerinin analizleri sonucunda araştırmanın alt problemlerine ilişkin ulaşılan sonuçlar verilecek, tartışılacak ve önerilerde bulunulacaktır.

Katılımcıların doğru anlam yüklenen matematik sembol kullanımları yıllara göre nasıldır? Alt problemine ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Araştırma bulgularına göre 524 katılımcı matematik sembollerini doğru anlam yükleyerek toplam 5703 kez kullanmıştır. Ortalama olarak bir katılımcı 11 adet matematik sembolünü doğru anlam yükleyerek kullanmıştır. Ortalama en düşük matematik sembolü kullanımı (yaklaşık 9 adet) 2008 yılında olurken, en fazla (yaklaşık 18 adet) 2005 yılında olmuştur. Katılımcı başına en az ve en fazla matematik sembolü kullanımları arasında büyük farklar vardır. Bu sonuç, Baş ve arkadaşlarının (2014) “ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sözel dil kullanımında sıkıntı yaşamadıklarını fakat sembolik dil kullanımında sıkıntı yaşadıkları” ve Yeşildere’nin (2007), “öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini yeterli şekilde kullanamadıkları” sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

Bu sonuçların ilk, orta ve lise matematik öğretim programlarında yer alan sembol bilgileri ile ilgisinin araştırılması önerilir.

Yine araştırma bulguları bazı katılımcıların matematik sembolü olarak belirtmedikleri matematik sembollerini kullandıklarını göstermektedir. Bu konuda farkındalık araştırması yapılması önerilir.

Katılımcıların doğru anlam yükledikleri matematik semboller nelerdir?? Alt problemine ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Araştırma bulgularına göre, katılımcılar doğru anlam yükleyerek toplam 106 adet matematik sembolü ve 13 adet Yunan harfi kullanmışlardır. Konu başlıklarına toplam sembol kullanımı ve en çok kullanılan matematik sembolleri ve kullanım sayıları şöyledir.

Kümeler üzerindeki bağinti ve işlemler başlığında toplam 946 sembol kullanımı olup en çok “ \cup ” birleşim sembolü 240 kez,

Adi (sıradan, alışılmış) işlemler, kesir, bir ögenin tersi, bir ögenin n. kuvveti ve bir ögenin tersinin n. kuvveti sembolleri ile ilgili toplam 936 sembol kullanımı olup en çok “+” toplama sembolü 236 kez,

Kümeler ile ilgili toplam 650 sembol kullanımı olup en çok “ \in ” elemandır sembolü 194 kez,

Önermeler, önermeler cebiri ve niceleyiciler ile ilgili toplam 650 sembol kullanımı olup en çok “ \forall ” her sembolü 182 kez,

Toplam, çarpım, karekök, logaritma, mutlak değer, tamdeğer ve işaret fonksiyonu (signum) sembolleri ile ilgili toplam 471 sembol kullanımı olup en çok toplam “ Σ ” sembolü 180 kez,

Sayı kümeleri ile ilgili 669 sembol kullanımı olup, en çok “ \mathbb{N} ” doğal sayılar sembolü 160 kez,

Denklik ve sıralama bağıntıları eşit ile ilgili toplam 589 sembol kullanımı olup en çok “ $=$ ” eşit sembolü 152 kez,

Yüzde, sonsuz, pi, Euler sayısı, faktöriyel, permütasyon ve kombinasyon ile ilgili toplam 306 sembol kullanımı olup en çok “ π ” sembolü 147 kez,

Bağıntı, fonksiyon, polinom, iki fonksiyonun bileşkesi, birim fonksiyon, limit, türev ve integral sembolleri ile ilgili toplam 306 sembol kullanımı olup en çok “ \int ” integral sembolü 137 kez,

Trigonometrik fonksiyon sembolleri ile ilgili toplam 63 sembol kullanımı olup en çok “sin” sinüs fonksiyonu sembolü 13 kez,

Dik, paralel, yarıçap, açı, üçgen ve üçgenin sınırladığı alan sembolleri ile ilgili toplam 24 sembol kullanımı olup en çok “ \perp ” dik ve “ \parallel ” paralel sembolleri eşit ve 8 kez,

Standart birim sembolleri ile ilgili toplam 19 sembol kullanımı olup en çok “m” metre sembolü 5 kez,

Yunan alfabesinden alınan harfler ile ilgili toplam 73 harf kullanımı olup en çok “ α ” alfa harfi 12 kez kullanılmıştır.

Katılımcılar tek başına bir matematik kavramı karşılamayacak fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek semboller kullanmakta mıdır? Alt problemine ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir:

Araştırma bulgularına göre, katılımcı sayısına oranla az da olsa katılımcıların bazıları bir matematik kavramı karşılamayan fakat bir tanımlamayla birlikte karşılayabilecek ve hata sayılamayacak 14 yazılımlı toplamda 21 kez kullanmışlardır. Öğreticilerin bu tür yazılımları kullanırken, tanımlamalara karşılık getirilen bu tür yazılımların farklı gösterimlerinin de olabileceğine vurgu yapmaları önerilir. Örneğin $a+ib$ yazılımı için “a,b birer reel sayı, i karmaşık birim olmak üzere $a+ib$ yazılımı bir karmaşık sayı ifade eder, burada a reel sayısına $a+ib$ karmaşık sayısının reel kısmı, b reel sayısına da $a+ib$ karmaşık sayısının sanal (ya da imajiner) kısmı adı verilir” şeklinde bir tanımlama yapılması uygun olacaktır. Bu tür yazılımlar, eksikliğin tanımlama-

dan kaynaklandığına vurgu yapılarak, yanlış sembol kullanımı yerine eksik sembol kullanımı olarak da alınabilir.

Katılımcıların yanlış anlam yükledikleri matematik semboller nelerdir? Alt probleminin ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Araştırma bulgularına göre, katılımcılar 21 adet matematik sembolüne toplam 56 kez yanlış anlam yükleyerek ve 4 adet bir matematik sembolü sayılamayacak bazı kısaltma ve noktalama işaretlerini de toplam 4 kez kullanmışlardır. Konu başlıklarına yanlış anlam yüklenen sembol kullanımı ve en çok yanlış anlam yüklenen matematik sembol kullanım sayıları şöyledir.

Kümeler üzerindeki bağıntı ve işlemler başlığında toplam 4 sembole yanlış anlam yüklenmiş olup en çok “O” sembolü “Venn şeması” olarak 6 kez kullanılmıştır.

Sayı kümeleri başlığında toplam 7 sembole yanlış anlam yüklenmiş olup en çok “Q” sembolü “İrrasyonel sayı” olarak 4 kez kullanılmıştır.

Önermeler ve önermeler cebiri başlığında toplam 6 sembol, 1 işaret ve üç harfe yanlış anlam yüklenmiş olup en çok “→” işareti “ise” olarak 10 kez kullanılmıştır.

Ayrıca, bulgular katılımcıların bir matematik sembolü sayılamayacak “vs.”, “vb.”, “ ” ve “!” kısaltma, nokta ve ünlem işaretini 8 kez sembol olarak kullandıklarını göstermektedir.

Bu sonuçlar, Açıl ve Zeybek’in (2017) “bazı öğrencilerin // (paralellik), \perp (diklik), = (eşitlik) gibi matematiksel sembolleri birbiriyle karıştırdığı ve bu sembolleri birbiri yerine kullandığı” ve Yağcı’nın (2018) “sembolleri için ise katılımcıların çoğunlukla yanlış anlayışlara sahip oldukları”, “katılımcıların bazı sembollerle ilgili beklenmedik ve benzer yanlış anlayışlara sahip olabileceği”, “katılımcıların sembollere yükledikleri anlamlara yön veren düşüncelerini sembollerde yer alan harf ve simgelerin etkilediği, katılımcıların herhangi bir fikir sahibi olmadığı sembollerde ise bildikleri başka bir sembole benzetim yaparak fikir yürüttükleri”, “Ortaokul öğrencilerinin bazı sembolleri ise birbiriyle karıştırdıkları görülmektedir. Örneğin katılımcılar doğru, doğru parçası, ışın ve doğru parçasının uzunluğu sembollerini birbiriyle karıştırarak ayırt edemedikleri” ve “paralellik (//) ve diklik (\perp) sembollerini tam anlamıyla bilmedikleri ve verilen sözel durumu sembolik olarak ifade etmekte zorlandıkları” sonuçları benzeşmektedir.

Bu sonuçlara ilişkin, Çelikten (2004) çalışmasında belirtildiği gibi “Okulda koridorların çeşitli yerlerine “matematik semboller ve anlamları” yazılabilir.

Katılımcular sembollere anlamları dışında farklı matematik anlamlar yüklemekte midirler? Alt problemine ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Bulgular katılımcıların 12 matematik sembolüne toplam 42 farklı anlam yüklediklerini göstermektedir. Farklı anlam yükleme toplam 238 kez yapılmıştır. 2005 yılında farklı anlam yükleme sayısı en düşük iken 2006 yılında en yüksektir. En çok farklı anlam yüklenen sembol “e” olmuştur. Bu sonuç, Horzum ve Kılıç’ın (2016) “bazı ortaokul öğrencilerinin sembollere ilişkin birden fazla anlayış geliştirdikleri” sonucu ile benzeşmektedir.

Katılımcular bir matematik kavramı için farklı semboller kullanmakta mıdır- lar? Alt problemine ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Bulgular katılımcıların 16 matematik kavramına toplam 55 farklı sembol, işaret ya da harf karşılık getirdiklerini göstermektedir. Matematik kavramına farklı sembol, işaret ya da harf karşılık getirme toplam 1300 kez yapılmıştır. 2009 yılında matematik kavramına sembol, işaret ya da harf karşılık getirme sayısı en düşük iken 2005 yılında en yüksektir. En çok farklı sembol yüklenen matematik kavramı “türev” olmuştur. Bu sonuç, Doyuran ve Türnüklü’nün (2015) “öğrencilerin geometrik kavramlar arasındaki ilişkiyi kuramadıkları, matematiksel sembolleri anlama ve kullanmada sorun yaşadıkları” ve Arı, Çavuş ve Sağlık’ın (2010) “öğrencilerin sembolleri ve sembolle gösterimi tam olarak anlamadıkları” sonuçları ile benzeşmektedir.

Kaynakça

- Abasız Tercan, M. (2019). *Matematik dersi üst düzey bilişsel becerileri kazandırma-da istasyon tekniğinin etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Açıl, E. ve Zeybek, Z. (2017). Öğrencilerin Matematiksel Dili Kullanma ve Anlama Becerisi ile Öğretmenlerinin Öğrencilerin Matematiksel Dili Nasıl Kullandıklarını Fark Edebilme Yeteneği. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(42), 87-107
- Aktaş, F. N. (2020). *Görme engelli öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi: Öğrenme yol haritaları* [Examination of students with visual impairments algebraic thinking processes: Learning trajectories] [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi..
- Aktaş, F. N., & Argün, Z. (2020). Examination of mathematical language use of individuals with visual impairment in mathematical communication processes: The role of Braille. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 128-156. <https://doi.org/10.16949/turkbilmate.602095>
- Aktaş, F. N., & Argün, Z. (2021). Görme Engelli Bireylerin Matematik Eğitiminde İhtiyaçları ve Sorunları: Cebir Kavramları Bağlamında. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 22(3), 699-723.
- Akyıldız, P., & Çınar, C. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebir dersine yönelik tutumları ve alan dili yeterliklerinin incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 14(1), 1-22.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223-238.
- Arı, K., Çavuş, H. ve Sağlık, N. (2010). İlköğretim 6. Sınıflarda geometrik kavramların öğretiminde etkinlik temelli öğrenimin öğrenci başarısına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(27), 99-112.
- Aydın, S., & Yeşilyurt, M. (2007). Matematik Öğretiminde Kullanılan Dile İlişkin Öğrenci Görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi (elektronik)*, 6(22), 90-100.
- Bali, G. Ç. (2003). Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(25), 19-25.
- Baş, F., Işık, A., Çakmak, Z., Okur, M., ve Bekdemir, M. (2015). İlköğretim Matematik Eğitimi Öğrencilerinin Matematiğin Doğasına İlişkin Felsefi Düşünceleri: Bir Yapısal Eşitlik Modeli İncelemesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(1), 123-140.
- Boz, N. (2008). Matematik neden zor? *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(2), 52-65.

- Can, H. N. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerde işlemler konusu ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları ve kavram yanlışları bileşeninde incelenmesi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Capraro, M., M. ve Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols?. *Reading Psychology*, 27 (2), 147-164.
- Ceyhan, E. Y. (2012). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı çerçevesindeki öğretimin öğrencilerin cebir başarısına etkisi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Bali, G. Ç. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçüğü. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(23), 57-61.
- Çankaya, Ç. (2021). *Tam sayılar konusunun öğretiminde ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel temsil kullanımları* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Kocaeli Üniversitesi.
- Çelikten, M. (2004). Bir okul müdürünün günlüğü. *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 14(1), 123-135.
- Çetin, Ö. F., Dane, A. & Akın, M., F. (2013). Toplama-Çıkarma İşlemleri ile Kümelerle Yapılan Birleşim-Fark İşlemlerini Andıran Görsel Kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(1), 237-256.
- Dede, Y., Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Deveci, Ö., & Aykaç, N. (2020). Türkiye Cumhuriyeti'nde Uygulanan İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programlarının İncelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 1512-1532.
- Dindyal, J. (2007). Students' Thinking in School Geometry: The Need for an Inclusive Framework. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(1), 73-83.
- Doğan, H. (2018). *Sınıf öğretmenlerinin matematik kaygı düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Doyuran, G. ve Türnüklü, E. (2015). Ortaokul Öğrencilerinin Temel Geometri Konularında Sahip Oldukları Kavram Yanlışları. *2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Özetler Kitabı*, 44.
- Duman, B., & Özçelik, C. (2017). 7. sınıf çember ve daire konusunda basamaklı öğretim uygulamasının öğrencilerin matematik dersine ilişkin akademik başarı ve tutumlarına etkisi. *Bartın Üniversitesi Eğitim fakültesi Dergisi*, 6(3), 1293-1308.
- Dursun, H. (2006). Hukuku Bilim Kılabilmek. *TBB Dergisi*, 64, 251-297.

- Engin, T. (2013). *Genetik algoritma ile toplu ulaşım sistemi hareket çizelgesi optimizasyonu: Çanakkale örneği* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Erpik, Z. (2019). *Hat Çizelgeleme Problemine Genetik Algoritma Yaklaşımı: İett Örneği* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-I: Amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim online*, 5(1), 30-44
- Gökten, E. S., & Duman, N. S. (2020). Şemsiye Bir Bozukluk: Özgül Öğrenme Bozukluğu. *Türk J Child Adolesc Ment Health*, 27(3), 126-33.
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Horzum, T. (2013). *Görme Engelli Öğrencilerin Bazı Matematiksel Kavramlardaki Kavram İmajları ve Temsilleri* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Horzum, T. ve Kılıç, Z.,N. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Bazı Geometri Sembollerine İlişkin Anlayışları. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 113-132.
- İlhan, A., & Çelik, H. C. (2018). Assessment of student achievement and views on the impact of instruction with visualization of identities in $(ax+ b)^n$ form in mathematics. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi = Pegem Journal of Education and Instruction*, 8(4), 833-878.
- Kaput, J. (1999). *Teaching and Learning a New Algebra. In Mathematics classrooms that promote understanding.* (Edited by Elisabeth Fennema and Thomas A.Romberg). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 133-155.
- Kara, F. N. (2000). *Plastik sanatlarda matematik* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Keçeci, T. (27-29 Nisan 2011). Matematik Kaygısı ve Korkusu ile Mücadele Yolları. *2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications*, Antalya, 55-65.
- Kieran, C. (1992) . The Learning And Teaching Of School Algebra. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning* (pp. 380-419). New York: Macmillan.
- MEB, (2004). *İlköğretim Okulu 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6- 8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Basımevi.
- MEB. (2017). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul)*. Ankara: MEB Basımevi.

- Nacaroğlu, O., & Arslan, M. (2020). Özel Yetenekli Öğrencilerin Fen Bilimleri ve Matematik Derslerinde Kullanılan Sembol ve Birimlere Yönelik Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 14(1), 271-291.
- Okşar, Y., & Çalışkan, N., (2020). Yaratılış ve Darwinci Evrim. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 17(45), 155-183.
- Özateş, Ö. S. (2007). Sosyal Hizmet Bakış Açısıyla Toplumsal Cinsiyet Ayrımcılığı Nedeniyle Temel Eğitimden Kopan Kız Çocukları Sorunu. *Toplum ve Sosyal Hizmet*, 18(2), 77-88.
- Spindler, R. (2006). Teaching mathematics to a student who is blind. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 25(3), 120-126. <https://doi.org/10.1093/teamat/hri028>
- Subaşı, M., & Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Şafak, P. (2005). *Birlikte eğitim ortamındaki görme yetersizliğinden etkilenmiş öğrencilere gezici öğretmenlik düzenlemesine göre verilen destek hizmetin etkililiği* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi .
- Tuluk, G. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının nokta, çizgi, yüzey ve uzay bilgileri ve çoklu temsilleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(1), 361-384.
- Uğurel, I. ve Bukova G., E. (2010). Matematiksel öğrenme etkinlikleri üzerine bir tartışma ve kavramsal bir çerçeve önerisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(39), 333-347.
- Uzun, S. Ç., & Çelik, S. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının görsel matematik okuryazarlıklarının incelenmesi: Nitel bir araştırma. *Studies in Educational Research and Development*, 1(1), 132-156.
- Yağcı, Z. N. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin bazı geometri sembollerine geometri problemleri içerisinde yükledikleri anlamlar* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Yakar, E. A., & Yılmaz, S. (2017). Mathematical language skills of 7th grade students in the process of transforming the real life situation into a mathematical expression in algebra. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 292-310.
- Yenilmez, K. ve Uysal, E. (2007). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 89-98.
- Yeşil, D. K. (2017). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımları: Sentaks ve semantik bileşenler* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi.

- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.
- Yıldırım, A., & İlhan, N. (2007). Lise öğrencilerinin kimya dersinde öğretilen birimler hakkındaki görüşleri ve deneyimleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(3), 211-220.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Ankara: Seçkin*.
- Yıldız, F. (2016). *6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel sözel, sembolik ve görsel dili anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Yücel, A. S., Seçken, N., & Morgil, İ. (2002). The Statistical Evaluation Of The Factors Affecting The Academic Performance Of The Chemistry Education Students [English]. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 2 (1), 101-118. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/aibuefd/issue/1508/18292>