

Uzamsal Kavramların Öğretiminde İşbirlikli Artırılmış Gerçeklik Ortamları

Bilal Özçakır¹

Özet

Bu bölüm, uzamsal yetenek ve matematik öğreniminde artırılmış gerçeklik destekli işbirlikli öğrenme ortamları üzerine odaklanmaktadır. Uzamsal yetenek yalnızca matematik derslerinde değil günlük yaşamda da sıklıkla kullanılan bir yetenektir. Günlük yaşamda, bireyler yer veya nesne hakkındaki düşüncelerini uzamsal yetenekleri çerçevesinde anlatırlar. Bu nedenle uzamsal yeteneğin geliştirilmesi için düzenlenen öğretim ortamlarında konuşma, ifade etme, ortak çalışma ve farklı bakış açılarını inceleme önemli görülmektedir. İşbirlikli matematik öğrenme ortamlarında öğrencilerin dikkatini konuya odaklayan için zorlayıcı ancak eğitici görevler kullanılarak uzamsal yeteneklerini sergileyebilecekleri etkinlikler tasarlanmalıdır. Bu etkinliklerde hem somut hem de sanal materyallerin kullanımı önemli olarak görülmektedir. Somut materyallerin katı yapısı, çeşitlilik sunmada sınırlılıklara neden olmaktadır. Teknoloji, bu sınırlılığı dinamik ve etkileşimli materyallerle doldurabilir. Özellikle Artırılmış Gerçeklik (AR) teknolojisi, öğrencilere klavye ve fare yerine vücut hareketleriyle etkileşim imkanı sunarak gerçek sınıf ortamını sanal nesnelere birleştirerek eğitim ortamlarını zenginleştirir. AR destekli işbirlikli öğrenme ortamlarının özellikleri, etkileşim, aktif öğrenme süreci ve öğretmenin aktarıcı rolü şeklinde tanımlanmıştır. Sonuç olarak, AR destekli işbirlikli öğrenme ortamları, somut materyallerin doğallığını ve teknolojinin dinamizmini birleştirerek, etkileşimli ve doğal bir öğrenme deneyimi sunmada önemli fırsatlar sağlamaktadır.

1. Uzamsal Yeteneğin Yeri

Günlük yaşamda bir yerin tarifini yaparken, nesnelerin görünümünü tanımlarken, görsel özellikleri anlatırken veya belirli nesnelere hakkında düşünceler ifade ederken o nesne ya da yer hakkında uzamsal bilgi paylaşımı

1 Doçent Doktor, Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi, bilal.ozcakir@alanya.edu.tr, 0000-0003-2852-1791

yapılır (Galati & Avraamides, 2012). Benzer şekilde, Youniss ve Damon'a (1992) göre bireyler bir yer ya da nesne hakkında fikir paylaşımı yaparken bunu uzamsal fikirler oluşturarak yapma eğiliminde olmaktadır. Alan yazın incelendiğinde, her ne kadar bireylerin nesnelere ya da yerler hakkındaki fikir paylaşımları uzamsal düşünceler çerçevesinde gerçekleştiği görülse de bu düşünce yapısının bireyin sahip olduğu uzamsal yeteneğe etkilendiği görülmektedir. Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip bireyler bir şeyin görsel ya da fiziksel özelliklerini tanımlarken genel olarak diğer birey odaklı, allosentrik atıflar ile tanımlamalarda bulunduğu görülürken, düşük uzamsal yeteneğe sahip bireylerin kendini merkeze alan, egosantrik bir bakış açısı ile atıflar kullandıkları görülmektedir (Schober, 2009). Bu nedenle, matematik derslerinde uzamsal kavramların öğretiminde ve uzamsal görevler gerçekleştirirken, öğrencilerin egosantrik bakış açısı ile yapılan tanımlamalardan allosentrik bakış açısına ilerlemeleri için diğer öğrenciler ile aralarındaki etkileşimlerin incelenmesi ve tanımlamalarda kullandıkları stratejilerin geliştirilmesi önemli görülmektedir (Galati & Avraamides, 2012).

2. Uzamsal Yetenek ve İlgili Tanımlar

Bireylerin nesnelere konumları, dönüşümleri, zihinsel görselleştirme ile görsel ve fiziksel özelliklerini tanımlamak için sergiledikleri düşünme stillerini açıklamaya çalışan uzamsal yeteneğe yönelik alanyazında farklı tanımlar ve terminolojilere rastlanmaktadır. Uzamsal düşünme (NRC, 2006; Yakimanskaya, 1991), uzamsal his (Tartre, 1990), uzamsal akıl yürütme (Battista, 2007; Clements & Battista, 1992; NRC, 2006), ve uzamsal biliş (Sjölander, 1998) bunlardan bazılarıdır. Uzamsal yetenek, “yapılandırılmış görsel imgeleri oluşturma, saklama, geri çağırma ve dönüştürme yeteneği” olarak tanımlanmaktadır (Lohman, 1996, s.100). Uzamsal düşünme, bireyin problemleri çözmek amacıyla nesnelere mekansal temsillerini oluşturmak ve manipüle etmek için kullandığı bir bilişsel aktivite olarak tanımlanmıştır (Yakimanskaya, 1991). Diğer yandan, Battista (2007) uzamsal akıl yürütmeyi “uzamsal nesnelere, imgeleri, ilişkileri ve dönüşümleri görebilme, inceleyebilme ve bunlar üzerinde düşünebilme yeteneği” olarak tanımlamıştır (s. 843). Ayrıca, NRC (National Research Council [Ulusal Araştırma Konseyi], 2006) uzamsal düşünme ve akıl yürütmeyi birleştirerek “nesnelere ve bireyin, zihinsel veya fiziksel olarak, uzaydaki yerini ve hareketlerini içeren” bir düşünme stili ve akıl yürütme tarzı olarak tanımlamaktadır (s. 3). Bunların dışında, NCTM (National Council of Teachers of Mathematics [Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi], 2000) uzamsal hissi, “bir bireyin çevresindeki ortamın içindeki nesnelere için sezgisel bir his” olarak

tanımlamış ve uzamsal düşünme tarzının duyu ve algılama ile ilişkisine vurgu yapmıştır. Son olarak, uzamsal kavrama ya da biliş ise bireyin üç boyutlu uzaydaki uzamsal görevler içinde nesnelere ilişkilerini ve yönelimlerini ele almasını sağlayan bir beceri olarak tanımlanmıştır (Sjölinder, 1998). Kısaca bu tanımların özü, bir nesneyi döndürme, dönüştürme veya zihinde canlandırma ve özelliklerini zihinsel olarak manipüle etme yeteneği gibi ortak fikirleri anlatmaktadır.

Uzamsal yetenek genel bir tanım çerçevesinde incelendiğinde, Gardner'ın (1983) çoklu zeka teorisinde tanımladığı görsel-mekansal zeka kapsamında dört temel beceriyi kapsar: oluşturma, saklama, geri çağırma ve dönüştürme.

Oluşturma: Bu, bireylerin zihinlerinde nesnelere, ortamların veya soyut kavramların görsel temsillerini yaratabilme yeteneğidir (Kosslyn, Thompson & Ganis, 2006). Bu beceri, yaratıcılık ve yenilikçi düşünce gerektiren alanlarda önemli olmakla beraber matematik derslerindeki uzamsal kavramların zihinde yeniden oluşturulması için de önemlidir.

Saklama: Zihinsel olarak oluşturulan görsel imgeleri hatırlama ve zihinde tutma yeteneği, görsel hafızanın bir yönüdür ve özellikle detayları hatırlama gerektiren durumlarda kritik rol oynar (Goldstein & Vanhorn, 2008). Bu yönüyle, uzamsal kavramların zihinde soyutlanması ve tanımlarla ilişkilendirilmesi olarak matematik derslerinde önemli bir yer tutar.

Geri Çağırma: Daha önce zihinde oluşturulan veya karşılaşılan görsel bilgileri hafızadan geri getirme becerisi olarak tanımlanır. Matematik kavramlarının öğrenilmesi, zihinde saklanmasından sonra uzamsal düşüncenin ortaya çıkmasında ve problem çözme süreçlerinde kullanılması için gerekli bir beceri olarak karşımıza çıkar (Sternberg & Sternberg, 2017).

Dönüştürme: Zihinsel olarak oluşturulan imgeleri manipüle etme becerisi, örneğin bir nesneyi zihinde döndürme veya yeniden boyutlandırma, uzamsal düşünmenin karmaşık bir yönünü temsil eder (Lohman, 1996).

Uzamsal yeteneğin önemi birçok araştırmada ortaya çıkarılmıştır (Battista, 1990; Clements & Battista, 1992; Maier, 1996; Olkun, 2003). NRC (2006) uzamsal yeteneğin bireylerin görsel ve uzamsal nesnelere tanımlama ve problem çözme süreçlerinde anahtar rol oynadığını belirtmektedir. Yukarıda da bahsedildiği gibi bireyler günlük hayatta bile bir yer tarif ederken, herhangi bir nesne ya da konum hakkında konuşurken ve görsel tanımlamalar yaparken uzamsal yetenekleri çerçevesinde bu görüşlerini karşı tarafa aktarmaktadır (Galati & Avraamides, 2012). Bu açıdan bakıldığında, yalnızca matematik dersinde değil günlük hayatta da uzamsal yetenek önemlidir. Bu kapsamda ülkemiz de dahil olmak üzere birçok ülkede matematik

öğretim programlarında uzamsal yeteneğin gelişiminde kilit rol oynayacak kazanımların yer aldığı görülmektedir (Clements & Battista, 1992; MEB, 2018). Uzamsal yeteneğin bireylerin aktif olduğu öğrenme etkinlikleri ile geliştirilebildiği birçok araştırmada ifade edilmektedir (Battista, Wheatley & Talsma, 1982; Embretson, 1987; Maier, 1996; NCTM, 2000). Ayrıca, öğrencilerin kendi ve başkalarının eylemleri ve etkileşimleri hakkında anlayış geliştirebilmeleri için öğrenme sürecinin merkezinde olmaları gerekmektedir (Park, 2012). Bu gibi öğrenme etkinliklerinde ise her ne kadar öğrenciler birey olarak görevin merkezinde yer alsın da başkalarının eylemlerini gözleme ve onların bakış açılarını da deneyimleyerek egosantrik bakış açısından allosantrik bir bakış açısına yönelmelerinin sağlanması için diğer öğrencilerle rekabet yerine işbirliği yapmaları teşvik edilmelidir (Park, 2012).

3. Uzamsal Yetenek ve İşbirlikli Öğrenme

Vygotsky (1978) öğrenmenin, ortak hedeflerle bir görevi işbirlikli yollarla tamamlamak için birlikte çalışarak gerçekleştiğini savunur. Bu tür öğrenme grupları ile öğrenciler, bireysel görevlerdeki öğrenmelerinden daha fazla sorumluluk alırlar (Gilbert & Driscoll, 2002; İslim, 2018).

İşbirlikli öğrenme, öğrencilerin gruplar halinde çalıştıkları, karşılıklı anlayış arayışında buldukları, sorunları çözdükleri, görevleri yerine getirdikleri veya anlamlar aradıkları çeşitli yaklaşımları kapsayan bir şemsiye terim olarak kullanılır. Vygotsky (1978), Dewey (1938) ve Piaget (1951) teorilerinden etkilenmiştir. Smith ve MacGregor'a (1992) göre, işbirlikli öğrenme öğrencilere küçük gruplar halinde çalışma, durumları karşılıklı olarak keşfetme veya ortak bir hedef için ürünler oluşturma fırsatları sunar. Bireylerin kendi dışındaki bireyler ile ortak bir anlayış geliştirebilmesi için anahtar rol oynayan bir çerçevedir (Daniels & Walker, 2001). Öğrenci merkezli bir yaklaşım olup, öğretmen merkezli ders anlatımı yerine öğrencilerin gruplar şeklinde aktif keşfine dayanır (Smith & MacGregor, 1992). Bu nedenle, temel olarak öğrenme sorumluluğu grup üyeleri arasında paylaşılır ve belirli bir kişiye ait olmaktan çıkar (Panitz, 1999). Dolayısıyla, öğretim merkezli yaklaşımlardan öğrenci merkezli yaklaşımlara bir geçişi temsil eder. Bu öğrenme ortamlarında, öğretmenler işbirlikli ortamlarda öğrenciler için zihinsel deneyimler tasarlayan rehber olarak görev yaparlar (Smith & MacGregor, 1992). Dillenbourg (1999), işbirlikli öğrenme ortamını "iki veya daha fazla kişinin birlikte bir şeyler öğrendiği veya öğrenmeye çalıştığı" öğrenme ortamı olarak tanımlamıştır (s.1). İşbirlikli öğrenme ortamı, görev özellikleri, öğrencilerin özellikleri, grup içindeki çeşitlilik ve öğrenciler arasındaki etkileşim gibi faktörlerle öğrencilerin öğrenmesine etki eden bir yaklaşımdır (Panitz, 1999). Her şeyden önce, işbirlikli ortamlarda öğrenme

aktif ve yapıcı bir süreç olarak ilerleyerek öğrencilerin gruplar içindeki ortaklarıyla birlikte yeni bilgiler, fikirler veya beceriler öğrenmek için aktif olarak çalışmalarını ve önceden bildikleri kavramlar üzerine öğrenmelerini oluşturmalarına imkan oluşturmayı sağlar (Smith & MacGregor, 1992). Böylece, işbirlikli ortamlarda, öğrenciler sadece öğretmenden yeni öğrenimler alan rolden çıkarak, bilgilerini birlikte inşa ettikleri ve aktif olarak öğrenmenin merkezinde oldukları bir role geçiş yaparlar.

İşbirlikli matematik öğrenme ortamlarında, öğrencilerin öğrenimi, bu ortamdaki bağlamlar ve görevler tarafından etkilenmektedir. Bu nedenle, öğrencileri aktif öğrenme sürecine dahil etmek için, öğrencilerin ilgilendiği bağlamlar ve görevler önem kazanmaktadır. Zorlu ve eğitici matematiksel görevler, öğrencilerin dikkatini çekerek işbirlikli öğrenmeye olan ihtiyacı ortaya çıkarabilir (Smith & MacGregor, 1992). Böylece, tüm öğrenciler sunulan sorular, problemler, görevler veya diğer bağlamlar için uzak ve pasif gözlemciler olmak yerine çevrenin aktif katılımcıları haline gelir. Öğrencilere bu fırsatları içeren görevler çerçevesinde kavramları incelemelerini, pratik yapmalarını ve keşfetmelerini teşvik etmek ise üst düzey akıl yürütme becerileri ve problem çözme becerilerini kullanmada ve geliştirmede yardımcı olmaktadır (Smith & MacGregor, 1992). İşbirlikli öğrenme ortamlarında öğrenciler, benzer matematiksel görev veya bağlam içinde çalışsalar bile birden fazla perspektife, farklı deneyimlere ve çeşitli anlayış düzeylerine sahip olduklarını fark etmeye başlayarak, bu farklı fikirleri, yetenekleri, bakış açılarını veya deneyimlerini yaptıkları çalışmalarına aktarma fırsatına sahip olmaktadır (Lai, 2011; Smith & MacGregor, 1992). Böylece, kendi dışındaki bireylere deneyimlerinden örnekler ve farklı bağlantılarla öğrenmeye katkıda bulunma fırsatını elde ederler (Davidson & Major, 2014). Dolayısıyla, öğrenciler arasındaki işbirliği, düşük başarı gösteren öğrenciler dahil olmak üzere öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde güçlü etkilere sahip olarak, ortamlardaki öğrenmelerine katkıda bulunmaktadır (Lai, 2011). Uzamsal yetenek açısından ise bireylerin farklı bakış açıları ile benzer kavramları, nesneleri konumları görme ve tanımlama fırsatı ortaya çıkar. Vygotsky'nin (1978) "Konuşarak öğrenme" dediği gibi, işbirlikli öğrenme ortamları öğrencilere birbirleriyle konuşma fırsatı sağlayarak sözel etkileşimler oluşturmalarını ve uzamsal konular hakkında konuşmaları için öğrenme fırsatı sunar. Başka bir ifadeyle, grup içinde tartışmalar, ortaklara yapılan açıklamalar ve sorulan sorular, öğrencilerin düşüncelerine fayda sağlamanın yanı sıra uzamsal kavramlara yönelik dışsal bir bakış açısı geliştirmeye de destek olur (Davidson & Major, 2014). Böylece, öğrenme görevlerde veya bağlamlarda karşılıklı katılımlarla sosyal bir etkinlik haline gelerek günlük hayatta ele alınan uzamsal kavramların gelişmesine de fırsat

tanır. Bu karşılıklı etkileşimler, öğrencileri daha farklı bir anlayışa ve yeni bilgilerin oluşturulmasına yönlendirerek, öğrenciler kendi öğrenmelerini ve diğerlerinin öğrenmelerini en üst düzeye çıkarmaktan sorumlu hale gelmelerine neden olur (Panitz, 1999).

Uzamsal yeteneğe yönelik öğrenme ortamları tasarlanırken, öğrencilerin geometrik nesnelere ve şekiller içeren, materyaller ve teknoloji araçları ile iki boyut ve üç boyut arasında geçişler yapabilecekleri, uzamsal kavramları analiz ederek perspektif ve ortografik projeksiyonlarını oluşturabilecekleri bağlamlar barındıran öğrenme etkinlikleri ile çalışmalarını gerektiği NCTM (2000) tarafından belirtilmektedir. Benzer şekilde Maier (1996), Brown ve Wheatley (1997), Olkun (2003) ve Sundberg (1994) tarafından da uzamsal yetenek için öğrencilerin somut materyaller kadar sanal materyalleri de barındıran teknoloji araçlarını kullandıkları öğrenme etkinliklerine dahil edilmesinin önemli olduğu belirtilmektedir. Somut materyaller sınıf ortamlarında kullanılmaya uygun ve bulunabilirliği yüksek araçlar olmasına ve etkinliği farklı araştırmalarla ortaya çıkarılmasına rağmen öğrenciler için farklı ve çeşitli bağlamlar oluşturmaya yönelik şekiller oluşturmada kısıtlılıklara sahiptir. Çoğu somut materyal katı ve sabit yapıda olması nedeniyle öğrencilere farklı şekiller sağlamayı zorlaştıran yapıda olmaktadır. Bu noktada teknoloji araçlarının ders ortamlarına dahil edilmesi öğrencilere dinamik ve etkileşimli materyaller sağlamada etkili olmaktadır. Öğretmenler, problem tabanlı içeren kağıt-kalem etkinlikleri, tartışma tabanlı durumlar veya teknoloji tabanlı materyaller aracılığıyla da öğrencilere işbirlikli bir öğrenme ortamı sağlayabilir.

4. Uzamsal Yetenek ve Teknoloji Destekli İşbirlikli Öğrenme

Teknoloji Destekli İşbirlikli Öğrenme, bireylere işbirlikli öğrenme fırsatları sağlamak için teknolojinin kullanılmasını ifade etmektedir (Lipponen, 2002). Matematik öğretiminde teknoloji kullanımı kavram öğretiminde somut gösterimler sağlamada ve kavramların gerçek hayat ile ilişkilendirilmesinin kolaylaştırılmasında etkili ve yararlı bir ortam oluşturmaktadır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin kendi kavram anlamlarını oluşturmalarına ve matematiği öğrenmenin yanında yapabilmelerine de yardımcı olmaktadır (Tutkun, Güzel, Köroğlu & İlhan, 2012), çünkü matematik eğitiminde teknoloji kullanımı, okul matematiğinde yer alan kavramların ediniminde öğrencilerin akıl yürütmelerini ve matematiksel düşünme yeteneklerini kullanabilecekleri araçlar sağlamaktadır (Tall, 1998). Farklı bir ifadeyle, öğrenme ortamlarında kullanılan teknoloji araçları, öğrencilerin matematiksel kavramları kapsamlı bir şekilde kavramalarına katkıda bulunmaktadır. Bu araçlar, öğrencilere kavramları algılama yoluyla – “görsel ve işitsel materyaller aracılığıyla bilgiyi

arak”, düşünce yoluyla – “bu kavramlar üzerine derinlemesine düşünerek”, ve eylem yoluyla – “görsel nesnelere veya sembollerini aktif olarak manipüle ederek”, kavramların somutlaştırılmasını ve içselleştirilmesini sağlamaktadır (Tall, 1998). Ancak, teknoloji kullanımının faydalarının tam anlamıyla gerçekleşebilmesi için öğretmen desteği ve rehberliği kritik bir öneme sahiptir.

Teknoloji araçlarının öğretim ortamlarına olumlu etkiler oluşturması için teknolojinin derslerde bilinçli ve stratejik kullanımı önemli olmaktadır (Dick & Hollebrands, 2011). Bu nedenle, öğrencilerin ana öğrenme hedeflerine odaklanmalarını sağlamak ve dikkat dağıtıcı unsurları ortadan kaldırmak için öğretmenlerin rehberliği gereklidir. Öğretmenler, teknoloji entegrasyonunu planlarken öğrencilerin öğrenme süreçlerini desteklemek ve onları yönlendirmek için stratejiler geliştirmeli ve böylece, teknolojinin matematik öğretimi ve öğreniminde etkin bir araç olarak işlev görmesini sağlayacak ortamlar tasarlamalıdır. Ülkemizde uygulanan Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını ve uygulamalarını desteklemek için teknoloji entegrasyonunun önemini vurgulamaktadır MEB (2018).

Matematik kavramlarının farklı temsillerinin görselleştirilmesi ve bu temsiller arasındaki ilişkilerin incelenmesini kolaylaştıracak teknolojik araçların kullanımının öğrencilerin matematiksel düşünme yeteneklerinin gelişiminde etkili olduğunu gösteren çalışmalar teknoloji destekli öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarında ve uygulamalarında olumlu etkileri olduğunu ortaya koymaktadır (Clements, Sarama & DiBiase, 2003). Kastberg ve Leatham (2005), Nelson, Christopher ve Mims (2009), Pierce ve Stacey (2010) ve Suh ve Moyer (2007) gibi araştırmacıların yürüttüğü çalışmalar, teknoloji araçlarının bilinçli ve stratejik kullanımının, matematiksel prosedürlerin ve becerilerin yanı sıra problem çözme, akıl yürütme ve gerekçelendirme yeteneklerini de destekleyebileceğini göstermiştir. Ayrıca, teknoloji destekli ortamların öğrencilere, sanal öğeler kullanarak matematiksel kavramları ve nesnelere içindeki veya aralarındaki ilişkileri keşfetmeleri ve tanımlamaları için dijital bir ortam sunduğu da görülmektedir (Thomas & Holton, 2003). Bu bulgular, öğretmenlerin matematik derslerinde teknoloji entegrasyonunu stratejik olarak dahil etmeleri gerektiğini göstermektedir. Bunun yanında teknoloji destekli ortamların işbirlikli ve aktif öğrenme süreçlerini desteklemek için de önemli fırsatlar oluşturması ile matematiksel bilgi ediniminde hem işlemsel hem de kavramsal öğrenme aktivitelerinin tasarlanabilmesi ile sezgisel öğrenme, örüntü keşfetme, kavramları keşifler ile araştırma ve varsayımları test etme gibi farklı öğrenme ortamlarının birleştirilmesi

mümkün olmaktadır (Masino, 2011; Zbiek, Heid, Blume & Dick, 2007). Böylece, bu öğrenme ortamlarında, zengin etkileşim modları sağlanarak, sanal nesnelerin manipülasyonuna ve rutin hesaplamaların ötesinde aktif keşfe olanak tanınmaktadır (Tall, 1998).

Dinamik geometri yazılımları gibi araçlar, özellikle uzamsal kavramların incelenmesinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Hohenwarter ve Jones (2007) ile Tall (1998) bu tür yazılımların, matematiksel kavramların sembolik ve görsel temsillerini aynı anda sunarak ve bu temsiller arasında anlık etkileşimler sağlayarak aktif keşiflere imkan tanıdığını belirtmiştir. Teknoloji araçlarında sanal nesnelere ile aktif bir etkileşim, öğrencilerin merakını ve matematiğe olan motivasyonunu artırarak, öğrenme sürecinde keşifler yapmalarını ve matematiksel akıl yürütme becerilerini geliştirmelerini de destekleyerek, bulguları ve gözlemleri hakkında konuşmalarına imkan tanımaktadır (Drijvers, 2012). Ancak, işbirlikli öğrenme ortamlarında teknoloji araçları kullanılırken bazı zorluklar da ortaya çıkabilmektedir.

Günümüz öğretim ortamlarında kullanılan çoğu teknoloji aracı kendine has kullanım tarzına ve yöntemine sahip olmakta ve çoğunlukla fare, klavye ya da dokunmatik panel ile kullanımı gerektiren nitelikte olmaktadır. Teknoloji araçları ile matematiksel kavramlarla etkileşim sırasında öğrencilerin zaman zaman matematiksel kavramlardan ziyade teknoloji araçlarının nasıl kullanılması gerektiğine odaklanmak zorunda kaldıkları görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin kavramla etkileşime geçmek yerine cihazlarla olan etkileşimlerine odaklanmalarına yol açabilmekte ve bu da öğretim ortamlarında teknolojinin asıl faydalarından yararlanmak yerine dikkat dağıtıcı unsurların ortaya çıkmasına neden olabilmektedir (Tall, 1998). Bu nedenle, bu tip sorunlar barındıran araçlar ile teknoloji entegrasyonu sırasında öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel kavramları algılama, düşünme ve eylem yoluyla anlamalarını dikkatli bir şekilde desteklemesi gerekmektedir.

Öğretmenler, bu teknoloji araçlarının etkili bir şekilde kullanılmasını sağlamak için öğrencileri doğru yönlendirmeli ve onların bu araçlara aşırı bağımlı olmadan matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarına yardımcı olmalıdır. Ancak yine de teknoloji destekli ortamların geleneksel kullanımında, üç boyutlu uzamsal kavramları temsil etmeye çalışırken genellikle iki boyutlu ekranlara bağlı kalınması nedeniyle uzamsal gösterimler ve deneyimler üç boyutlu nesnelerin iki boyutlu projeksiyonları ile oluşturulan temsiller gerçekleştirilir. Bu durum ise üç boyutlu nesnelerin sanal ortamlarda sınırlı bir şekilde yansıtılmasına neden olur. Bu tip

kullanımda, üç boyutlu nesnelerin iki boyutlu perspektif ya da ortografik projeksiyonlar ile temsil edilmesi nedeniyle aç, mesafe veya derinlik gibi özelliklerinin doğru bir şekilde korunamaması özellikle küçük yaştaki ya da uzamsal yeteneği nispeten düşük olan öğrenciler için olumsuz etkilere neden olmaktadır (Alcaniz vd., 2010). Her ne kadar ekranda oluşan bu projeksiyonları herhangi bir açıdan görmek, fare ve klavye gibi girdi araçları kullanarak etkileşimli manipülasyon ile mümkün olsa da öğrencilerin matematiksel kavramdan çok teknoloji aracını kullanmaya odaklanmasına neden olarak öğrenmenin önünde bilişsel bir engel oluşmasına neden olabilmektedir (Alcaniz vd., 2010; Accascina & Rogora, 2006). Ayrıca, işbirlikli öğrenme ortamlarında teknolojinin klasik kullanımı ile sağlandığı durumlarda genellikle yüz yüze etkileşim yerine çevrimiçi veya sadece sözlü ekran etkileşimi oluşmaktadır. Diğer bir ifadeyle, teknolojinin klasik yöntemlerle kullanımının baskın olduğu öğrenme ortamlarında bireyler kendi bağımsız ekranlarındaki görünümüler çerçevesinde bir bakış açısı geliştireceği için işbirlikli öğrenme ortamlarındaki sözsüz iletişim ve fiziksel etkileşim gibi bazı etkileşim modları gizil kalabilir. Fiziksel modeller veya materyallerin derslerde kullanımı bu açıdan ön plana çıkıp bu eksikliği kapatsa da önceki bölümde de bahsedildiği gibi onların da kendine has bazı olumsuz yönleri bulunmaktadır. Fiziksel modeller ve materyaller, öğrencilere doğal eylemlerle etkileşim olanağı sunarken, katı ve sabit yapılardan dolayı fiziksel özelliklerini dinamik olarak değiştirmek her zaman mümkün olmamaktadır. Bu ikilem karşımıza şu soruyu çıkarmaktadır: “Dijital ekranlarda sunulan üç boyutlu nesnelere daha gerçekçi bir şekilde temsil etmek ve bu sanal nesnelere etkileşimi doğal yollarla gerçekleştirebilmek için nasıl bir öğrenme aracına ihtiyacımız var?”

5. Uzamsal Yetenek ve Artırılmış Gerçeklik Destekli İşbirlikli Öğrenme

Günümüzde, öğrenme deneyimleri yeni teknolojilerin gelişimiyle dönüşmektedir ve öğrenciler artık sadece klavye, fare ya da dokunmatik panel ile sınırlı kalmadan dijital içerikle etkileşimde bulunabilmektedirler. Özellikle Sanal ve Artırılmış Gerçeklik teknolojilerinin hızla yeni uygulamalarda ön plana çıkmasıyla birlikte, eğitim alanında hızla yaygınlaşması kaçınılmaz hale gelmiştir. Artık sınıf içi uygulamalarda da karşımıza çıkan Artırılmış Gerçeklik (AR) teknolojisi sayesinde, öğrenciler klasik teknoloji etkileşiminde olduğu gibi fare, klavye ya da dokunmatik panele ihtiyaç duymadan el, kol ve vücut hareketlerini kullanarak buldukları fiziksel dünya içerisinde sanal nesnelere ile doğal eylemlerle etkileşime girmesi mümkün hale gelmiştir. Sanal Gerçeklikten farklı olarak AR, gerçekliği tamamen sanallaştırıp değiştirmek

yerine, gerçek dünya görünümelerini sanal nesnelere birleştirerek gerçekliği korumaktadır (Azuma, 1997). Bu teknoloji, gerçek dünyadaki yerleri sanal grafiklerle bütünleştirmekte ve bu sayede öğretim ortamlarını yenilikçi bir şekilde zenginleştirmektedir (Azuma, 1997; Billingham & Kato, 2002). Böylece, bu teknoloji ile öğrencilerin gerçek sınıf ortamından kopmadan sanal nesnelere öğrenmelerine imkan tanınmaktadır. Ayrıca, sanal nesnelere farklı bir öğrenme ortamı oluşturabileceğimiz AR teknolojilerinde etkinliklerde sunulan uzamsal kavramlara ait nesnelere aynı anda ve aynı yerde diğer öğrenciler tarafından görülebildiği, incelenebildiği ve kullanılabildiği için işbirlikli bir öğrenme ortamı sağlamada teknolojinin klasik kullanımına nazaran daha etkili görülmektedir (Özçakır & Çakıroğlu, 2021, 2022). Bu kapsamda, AR teknolojisi tabanlı bir öğrenme ortamı öğrencilere çok kullanıcıya öğrenme deneyimleri sunarak ve öğrenciler arasında paylaşılan sanal bir işbirlikli bilgi ağı oluşturur (Park, 2012).

Kaufmann (2011), öğrencilerin AR ile bir nesnenin etrafında aktif olarak yürüyebileceklerini ve bu durumun öğrencinin konumu ile nesne arasında uzamsal bir ilişki kurduğunu ve bu ortamların uzamsal konuların öğreniminde potansiyel başarının artışında anahtar bir unsur olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, Shelton (2003) ve Hedley (2003) AR teknolojisinin, öğrencilere üç boyutlu uzamsal kavramlarla neredeyse iç içe bir deneyim sunarak gerçek dünyada sanal nesnelere daha gerçekçi bir şekilde deneyimleme fırsatı sağladığını ifade etmişlerdir (Resim 1). AR teknolojileri ile bireyin bulunduğu fiziksel ortam içerisinde üç boyutlu sanal uzayda çalışmak mümkün hale geldiği için geleneksel yöntemlere kıyasla karmaşık uzamsal problemleri ve nesnelere arasındaki veya içindeki ilişkileri daha iyi ve daha hızlı anlama sağlanabilmektedir (Kaufmann, Schmalstieg & Wagner, 2000). Bu yönleriyle AR, öğretim ve öğrenim için benzersiz avantajlar sunan bir teknoloji aracı haline gelmektedir.



Resim 1. Artırılmış gerçeğin farklı cihazlarda kullanımı

AR teknolojileri, gerçek ortamlarda sanal unsurlarla gerçekliği taklit ederek öğrenme ortamları için yenilikçi bir deneyim sunmaya yardımcı olur. Bu sayede, AR teknolojileri, Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı oluşturmada teknolojinin klasik bağlamda kullanımından daha doğal ve somut materyallerle çalışılan işbirlikli öğrenmeye benzer etkileşimler sunabilir. Örneğin, bir AR yazılımının kullanıldığı bir öğrenme ortamı, sadece sözlü etkileşimleri değil, aynı zamanda işaret, jest ve bakış gibi sözsüz etkileşimleri ve diğer yüz yüze etkileşim modlarını da destekleyebilir (Matcha & Rambli, 2011), çünkü öğrenciler AR yazılımı üzerinden gerçek fiziki ortamı da görebilirler, böylece görevler sırasında birbirlerini de görerek devam edebilirler. Öğrenciler somut nesnelere yapılan etkinliklerdeki gibi sanal nesneyi etrafında döndürebilirler, hareket ettirebilirler ya da kendileri sanal nesne etrafında hareket edebilir. Bu etkileşim, bireyin normal fiziki ortamda da gerçekleştirdiği tanıdık ve sezgisel bir etkileşim şeklidir ve herhangi bir özel beceri gerektirmez (Shelton & Hedley, 2004). Diğer bir ifadeyle, gerçek dünyada, bir birey bir nesnenin diğer tarafını görmek için nasıl bir etkileşim sergiliyorsa aynı etkileşim yöntemini AR destekli ortamda da sergileyebilir; nesneyi döndürür veya etrafında yürür veya üzerindeki detayları görmek için daha yakına getirir (Shelton & Hedley,

2004). Ayrıca, AR teknolojisi, kullanıcıların kendi görüşlerini kontrol etmelerine ve her kullanıcının incelenen sanal unsurlar için farklı bir bakış açısına sahip olmalarına olanak tanır. Bu nedenle, bu özellik grup çalışmalarında pasif gözlemciler olmayı ortadan kaldırır ve öğrenme ortamının yetkisini geleneksel işbirlikli öğrenme ortamında olduğu gibi grup üyeleri arasında paylaşır (Szalavari, Schmalstieg, Fuhrmann & Gervautz, 1998). Öğretmen, AR destekli ortamlarda da benzer şekilde zorlayıcı ve oyunlaştırılmış görevler sağlayarak ve gerektiğinde gerekli bilgileri vererek ortamda rehber olabilir. Ayrıca kendi sahip olduğu cihazıyla herhangi bir gruba anında dahil olabilir.

Yapılan çalışmalar, AR teknolojilerinin, uzamsal konuların öğretiminde işbirlikli ortamlarda sanal nesnelere ile etkileşimlerde ve öğrenciler arası etkileşimlerde doğal bir ortam sağladığını göstermiştir (Billinghurst & Dünser, 2012). Öğrenciler, gerçek ortamda varmış gibi sanal nesnelere etrafında hareket edebilmeleri sayesinde hem sanal nesnelere hem de grup üyeleri ile etkileşimlerini devam ettirebilmektedirler. Böylece, doğal ortamlarda olduğu gibi sosyal etkileşimleri korunarak gerçek ve sanal ortamlar arasında sorunsuz bir etkileşim sağlanır (Billinghurst & Dünser, 2012; Kaufmann, Schmalstieg & Wagner, 2000).

AR destekli işbirlikli öğrenme ortamlarının özellikleri Özçakır ve Çakıroğlu (2021) çalışmasında “Etkileşimler”, “Aktif Öğrenme Süreci” ve “Öğretmenin Aktarıcı Rolü” şeklinde tanımlanmıştır. Etkileşimler: AR destekli işbirlikli öğrenme ortamı, öğrencilerin bu ortama kolay ve hızlı bir şekilde uyum sağlamalarını sağlamak için gerçek dünyayı taklit eden doğal etkileşim yollarını desteklemelidir (Park, 2012). Benzer şekilde, Winn ve Bricken (1992), bir AR ortamında sanal nesnelere etkileşimin sezgisel yollarla olduğunu ifade ederek öğrenciler sanal nesnelere gerçek nesnelere gibi ellerinde tutma, işaret etme, bakış atma ve diğer doğal yollarla etkileşimde bulunmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Bu nedenle, bu ortamlarda öğrenciler, sanal nesnelere ve birbirleriyle etkileşim kurarak sorunları çözmek için birbirlerine yardımcı olmak için birbiriyle konuşma, jest, bakış ve sözsüz ipuçları kullanarak iletişim kurmalarına imkan tanınmalıdır (Billinghurst & Kato, 2002; Smith & MacGregor, 1992; Vygotsky, 1978). AR arayüzü içindeki bu etkileşimler, öğrencilerin birbirlerini görebilerek ve doğal bir şekilde işbirliği yaparak bir nesneyi keşfetmelerini sağlayacak şekilde etkileşimlerle veya bir nesnenin etrafında yürümek gibi fiziksel ve doğal etkileşim yollarını destekleyerek sağlanabilir (Szalavari vd., 1998).

Aktif Öğrenme Süreci: AR destekli öğrenme ortamında öğrenciler, pasif gözlem yerine aktif katılımı uzamsal şekiller hakkında fikir oluşturabilecekleri aktif bir öğrenme sürecine dahil edilmelidir (Smith & MacGregor, 1992; Sundberg, 1994). AR destekli öğrenme etkinlikleri içinde aktif katılım, zorlu görevler, oyunlaştırılmış görevler ve bakış açısının bağımsızlığı aracılığıyla sağlanarak öğrenme gruplarındaki bireylerin aktif bir şekilde sürece dahil edilmesi için, öğrenme ortamının, öğrencilerin gerekli bilgileri işleyip sentezleyebilmelerine imkan tanıyıcı bazı zorlu görevlere ihtiyacı vardır, böylece kavramları ezberlemek ve tekrarlamaktan ziyade işlemleri ve tartışmaları sağlanabilir (Smith & MacGregor, 1992). AR destekli öğrenme ortamlarında, uzamsal nesnelere bireysel bakış açısı gelişmesi için de yenilikçi süreçler içererek her öğrencinin çevrede serbestçe hareket etme, denetleme ve incelenen sanal nesnelere için kendi bağımsız bakış açısını seçme fırsatına sahip olmalıdır. Bu nedenle, AR öğrenme ortamının kontrolü belirli bir öğrenciye ait olmamalı ve böylece her öğrencilerin sürecin aktif katılımcısı olmalıdır. Bu bileşen öğrenme ortamında öğrencilerin pasif gözlemci olmalarını ortadan kaldırır (Szalavari vd., 1998).

Öğretmenin Aktarıcı Rolü: Öğretmenler AR destekli öğrenme ortamlarında, gerekli bilgi veya görevleri sağlayarak öğrenme süreci içinde öğrencilerle diyalog kurarak ve işbirliği yaparak öğrenmeye arabuluculuk yapmalıdır. Öncelikle, AR arayüzü, öğretmenin mevcut öğrenme durumlarına uygun işbirlikli çalışma fırsatları sağlayarak yeni bilgileri önceki bilgilere bağlama amacıyla uzamsal görevleri yönetmesine ve belirlemesine sağlar (Billinghurst & Dünser, 2012). Ayrıca, AR destekli etkinlikler, öğretmenin öğrencilerin ilerlemesi hakkında çalışmaları hakkında geri bildirimlerle anında bilgi sağlamasını direk olarak gruplara anlık dahil olabilmesi ile sağlamaktadır (Wu, Lee, Chang & Liang, 2013). Diğer teknoloji araçlarında bu durum her zaman mümkün olmamaktadır. Klasik masaüstü kullanımda öğretmen yalnızca öğrencinin ekranını takip etmeyle yetinmek zorunda kalırken AR ortamlarında kendi kişisel cihazıyla öğrenme etkinliğinin o anki durumuna dahil olabilir.

Sonuç olarak, bu özelliklerden çıkarımla AR destekli bir işbirlikli öğrenme ortamının, teknolojinin klasik anlamda kullanımı içeren işbirlikli öğrenme ortamlarının ve somut materyallerin kullanımını merkeze alan işbirlikli öğrenme ortamlarının üstün özelliklerini bir arada sunmayı sağladığı görülmektedir. Somut materyallerin kullanımını içeren öğrenme etkinliklerinin en önemli özelliği olan doğallık, AR destekli öğrenme ortamına, sanal nesnelere fiziksel ortamda oluşturulması ile gerçek etkileşimleri taklit etmesi ile aktarılmaktadır. Bu sayede, Kaufmann'ın (2004) da belirttiği gibi öğrenciler bu ortamda sanal nesnelere doğal etkileşimlerde bulunabilmektedir.

Bunların dışında teknolojinin klasik şekilde kullanılmasında da ortaya çıkan önemli fırsatlardan olan etkileşimli ve dinamik nesnelere AR destekli işbirlikli öğrenme ortamlarında da yer almaktadır. Bu açıdan düşünüldüğünde AR destekli işbirlikli öğrenme ortamlarının her iki öğrenme ortamının da güçlü yönlerini içerdiği görülmektedir.

6. Kaynakça

- Accascina, G., & Rogora, E. (2006). Using Cabri3D diagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1), 11-22.
- Alcañiz, M., Contero, M., Pérez-López, D. C., & Ortega, M. (2010). Augmented Reality Technology for Education. *New Achievements in Technology Education and Development*, 247-256.
- Azuma, R. T. (1997). A survey of augmented reality. *Presence-Teleoperators and Virtual Environments*, 6(4), 355-385.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 47-60.
- Battista, M. T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. In F. K. Lester, Jr. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Charlotte NC: Information Age Publishing.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H. & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education* 13(5), 332-340
- Billinghurst, M., & Dünser, A. (2012). Augmented reality in the classroom. *Computer*, 45(7), 56-63.
- Billinghurst, M., & Kato, H. (2002). Collaborative augmented reality. *Communications of the ACM*, 45(7), 64-70
- Brown, D. L., & Wheatley, G. H. (1997). Components of Imagery and Mathematical Understanding. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19(1), 45-70.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In Grouws D.A. (Ed.), *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 420-463). New York: Macmillan.
- Clements, D. H., Sarama, J., & DiBiase, A. M. (Eds.). (2003). *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Routledge.
- Daniels, S. E., & Walker, G. B. (2001). *Working through environmental conflict: The Collaborative Learning approach*. Westport, CT: Praeger.
- Davidson, N., & Major, C. H. (2014). Boundary crossings: Cooperative learning, collaborative learning, and problem-based learning. *Journal on Excellence in College Teaching*, 25(3&4), 7-55.
- Dewey, J. (1938). *Experience and education*. New York, NY: Kappa Delta Pi. (Republished by Collier, 1963).
- Dick, T. P., & Hollebrands, K. F. (2011). *Focus in high school mathematics: Technology to support reasoning and sense making*. Reston, VA: NCTM.

- Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by ‘collaborative learning?’ In P. Dillenbourg (Ed.), *Collaborative-learning: Cognitive and Computational Approaches* (pp.1–19). Oxford: Elsevier.
- Drijvers, P. (2012). Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn’t). In *12th International Congress on Mathematical Education, Seoul*.
- Embretson, S. E. (1987). Improving the measurement of spatial aptitude by dynamic testing. *Intelligence* 11(4), 333-358
- Galati, A., & Avraamides, M. N. (2012). Collaborating in spatial tasks: Partners adapt the perspective of their descriptions, coordination strategies, and memory representations. In C. Stachniss, K. Schill, & D. Uttal (Eds.) *Lecture Notes in Artificial Intelligence: Spatial Cognition*, 7463, (pp. 182–195). Heidelberg: Springer.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. New York: Basic Books.
- Gilbert, N., & Driscoll, M. (2002). Collaborative knowledge building: A case study. *Educational Technology Research and Development*, 50(1), 59–79. doi:10.1007/BF02504961
- Goldstein, E. B., & Vanhorn, D. (2008). *Cognitive psychology: Connecting mind, research, and everyday experience* (Vol. 59). Belmont, CA: Thomson Wadsworth.
- Hedley, N. (2003). Empirical evidence for advanced geographic visualization interface use. International Cartographic Congress: Cartographic Renaissance, Durban, South Africa.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Islim, O. F. (2018). Technology-supported collaborative concept maps in classrooms. *Active Learning in Higher Education*, 19(2), 131-143.
- Kastberg, S., & Leatham, K. (2005). Research on graphing calculators at the secondary level: Implications for mathematics teacher education. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 5(1), 25–37.
- Kaufmann, H. (2004). *Geometry education with augmented reality*. Unpublished doctoral dissertation, Vienna University of Technology, Vienna, Austria.
- Kaufmann, H., Schmalstieg, D., & Wagner, M. (2000). Construct3D: a virtual reality application for mathematics and geometry education. *Education and information technologies*, 5(4), 263-276.
- Kosslyn, S. M., Thompson, W. L., & Ganis, G. (2006). *The case for mental imagery*. Oxford University Press.
- Lai, E. R. (2011). Collaboration: A literature review. *Pearson Research Report*.

- Lipponen, L. (2002). Exploring foundations for computer-supported collaborative learning. In *Proceedings of the conference on computer support for collaborative learning: Foundations for a CSCL community* (pp. 72-81). International Society of the Learning Sciences.
- Lohman, D. F. (1996). Spatial ability and g. In I. Dennis & P. Tapsfield (Eds.), *Human abilities: Their nature and measurement* (pp. 97-116). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Maier, P. H. (1996). Spatial geometry and spatial ability—How to make solid geometry solid. In *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics* (pp. 63-75).
- Matcha, W., & Rambli, D. R. A. (2011). Preliminary investigation on the use of augmented reality in collaborative learning. In *International Conference on Informatics Engineering and Information Science* (pp. 189-198). Springer Berlin Heidelberg.
- Masino, M. (2011). *Instructional Television in Distance Learning: An Evaluation of an Introduction to Computer Course Given Via Television*. Germany: Lambert Publishers
- MEB. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara, Türkiye: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Curriculum And Evaluation Standards For School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Research Council. (2006). *Learning to think spatially: GIS as a support system in the K-12 curriculum*, Washington, DC: National Academies Press.
- Nelson, J., Christopher, A., & Mims, C. (2009). TPACK and web 2.0: *Transformation of teaching and learning*. *Tech Trends*, 53(5), 80–85.
- Olkun, S. (2003) Making Connections: Improving Spatial Abilities with Engineering Drawing Activities, *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 1-10.
- Ozcakir, B., & Cakiroglu, E. (2021). An Augmented Reality Learning Toolkit for Fostering Spatial Ability in Mathematics Lesson: Design and Development. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 9(4), 145-167.
- Ozcakir, B., & Cakiroglu, E. (2022). Fostering spatial abilities of middle school students through augmented reality: Spatial strategies. *Education and Information Technologies*, 27(3), 2977–3010. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10729-3>
- Panitz, T. (1999). Collaborative versus cooperative learning: Comparing the two definitions helps understand the nature of interactive learning. *Cooperative Learning and College Teaching*, 8(2).

- Park, H. (2012). Virtual Worlds as a Learner Centered Environments for Spatial Reasoning. In *Handbook of Research on Practices and Outcomes in Virtual Worlds and Environments* (pp. 479-490). IGI Global.
- Piaget, J. (1951). *The psychology of intelligence*. London, UK: Routledge and Kegan Paul.
- Pierce, R., & Stacey, K. (2010). Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 1–20.
- Schober, M.F. (2009). Spatial dialogue between partners with mismatched abilities. In K.R. Coventry, T. Tenbrink, & J.A. Bateman (Eds.), *Spatial language and dialogue* (pp. 23-39). Oxford: Oxford University Press
- Sjölander, M. (1998). Spatial cognition and environmental descriptions [online]. *Towards a Framework for Design and Evaluation of Navigation in Electronic Spaces*.
- Shelton, B. E. (2003). *How augmented reality helps students learn dynamic spatial relationships* [Doctoral dissertation, University of Washington]. Seattle.
- Shelton, B. E., & Hedley, N. R. (2004). Exploring a cognitive basis for learning spatial relationships with augmented reality. *Technology, Instruction, Cognition and Learning*, 1(4). 323-357.
- Smith, B. L., & MacGregor, J. T. (1992). What is collaborative learning? In Goodsell, A. S., Maher, M. R., and Tinto, V. (Eds.), *Collaborative Learning: A Sourcebook for Higher Education*. National Center on Postsecondary Teaching, Learning, & Assessment, Syracuse University.
- Sternberg, R. J., and Sternberg, K. (2017). *Cognitive Psychology*, 7th Edn. Belmont, CA: Wadsworth/Cengage Learning.
- Suh J., & Moyer, P. S. (2007). Developing students' representational fluency using virtual and physical algebra balances. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26(2), 155–173.
- Sundberg, S. E. (1994). *Effect of spatial training on spatial ability and mathematical achievement as compared to traditional geometry instruction* (Unpublished doctoral dissertation). University of Missouri, Kansas City.
- Szalavári, Z., Schmalstieg, D., Fuhrmann, A., & Gervautz, M. (1998). “Studierstube”: An environment for collaboration in augmented reality. *Virtual Reality*, 3(1), 37-48.
- Tall, D. (1998). Information Technology and Mathematics Education: Enthusiasms, Possibilities & Realities. In C. Alsina, J. M. Alvarez, M. Niss, A. Perez, L. Rico, A. Sfard (Eds), *Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education*, Seville: SAEM Thales, 65–82.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.

- Thomas, M. O., & Holton, D. (2003). Technology as a tool for teaching undergraduate mathematics. In: *Second international handbook of mathematics education* (pp. 351-394). Springer Netherlands.
- Tutkun, O. F., Güzel, G., Köroğlu, M., & İlhan, H. (2012). Bloom's Revised Taxonomy and Critics on It. *The Online Journal of Counseling and Education - July 2012*, 1(3), 23-30.
- Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. *Readings on the development of children*, 34-41.
- Winn, W., & Bricken, W. (1992). Designing virtual worlds for use in mathematics education: The example of experiential algebra. *Educational Technology*, 32, 12-19.
- Wu, H.K., Lee, S.W., Chang, H.Y., Liang, J.C. 2013. Current status, opportunities and challenges of augmented reality in education. *Computers & Education*, 62(3), 41-49.
- Yakimanskaya, I. S. (1991). *The Development of Spatial Thinking in School Children*. Edited and Translated by Patricia S. Wilson and Edward J. Davis. Vol. 5 of Soviet Studies in Mathematics Education. Reston, Va. National Council of Teachers of Mathematics.
- Youniss, J., & Damon, W. (1992). Social construction and Piaget's theory. In H. Beilin & P. Pufall (Eds.), *Piaget's theory: Prospects and possibilities* (pp. 267-286). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education: The perspective of constructs. In F. Lester (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 1169-1207). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

