

## Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme<sup>1</sup>

Sibel Bilgili<sup>2</sup>

Alper Çiltaş<sup>3</sup>

### Özet

Matematiksel modelleme alanındaki akademik çalışmalarda son yıllarda görülen artış matematik derslerinde matematiksel modellemenin kullanımına olan ilgi ve ihtiyacı artırmıştır. Dolayısıyla matematiksel modellemenin öğrenme ortamına etkili bir şekilde taşınması, bireylerin gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ele almaları ve çözümler üretmeleri adına, matematiksel modellemenin ne şekilde ele alındığını bilmek önem arz etmektedir. Matematiksel modellemenin ele alınışı sürecinde farklı perspektifler ve benimsenen yaklaşımlar, matematik öğretimine de farklı yansımaktadır. Farklı bakış açıları, matematiksel modelin tanımını, matematiksel modellemenin hedeflerini, modelleme etkinliklerini, araştırma odaklarını ve matematiksel modellemeyi kullanma amaçlarını da farklılaştırmaktadır. Bu bölümde öğrenme ortamlarında matematiksel modellemenin hangi amaçla kullanıldığı, kullanım amacına uygun olarak matematiksel modelleme yeterliklerine etkisi, bu amaca uygun olarak oluşturulan öğrenme ortamında matematiksel modelleme yeterliklerinin nasıl değerlendirileceği ve öğrenme ortamlarında bulunması gereken özellikler farklı çalışmalardan derlenerek sunulmuştur. Ayrıca matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik öğrenme ortamı hazırlanırken bu zorlukların üstesinden gelebilmek adına, önceden bilinmesi öğrenci ve öğretmenler açısından istenen hedeflere ulaşabilmek adına faydalı olacaktır. Karşılaşılabilecek bu zorluklar alanyazına dayalı olarak sunulmuştur.

1 Bu çalışma sorumlu yazarın doktora tezinden üretilmiştir.

2 Dr.Arş.Gör., Atatürk Üniversitesi, sibel.bilgili@atauni.edu.tr, 0000-0003-3611-0482

3 Prof., Atatürk Üniversitesi, alperciltas@atauni.edu.tr, 0000-0003-1024-5055

## Matematiksel Modelleme Yaklaşımları

Türkiye’de yürürlükte olan mevcut ilkököl, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programı kapsamında matematik adına, 21. yüzyıl becerilerinin kazandırılması önem arz etmekte ve bu kapsamda öğrenme sürecindeki öğrenci ve öğretmen rolleri de değişiklik göstermektedir. OECD (2013) bu becerileri yıllara göre kıyasladığında ise karmaşık günlük yaşam sorunlarını çözenin ilk sırada olduğunu belirtmektedir. Bu sebeple öğretmenlerin öğrencilere günlük yaşam sorunlarını içeren problemleri sunması ve birlikte çözmeleri önem taşımaktadır.

Baykul’a (2003) göre matematik, bilimde olduğu kadar günlük hayattaki sorun ve problemlerin çözülmesinde kullanılan önemli araçlardan biridir. Bu öneminden dolayı matematik, okul öncesinden yükseköğretime kadar her aşamada yer almaktadır ancak öğrenciler tarafından sadece okulda öğretilen bir ders olarak düşünülmektedir. Bu sebeple matematik eğitiminin en önemli amacının “öğrencilerin günlük yaşamdaki problemlere matematiksel bir tutum geliştirmeleri” olmalıdır (Doruk, 2010). Çünkü matematiği birileri tarafından yapılandırılmış, önceden hesaplanmış bir ders olarak vermektense, matematiği bir günlük yaşam etkinliği olarak göstermek onu daha başarılı kılacaktır (Van Amerom, 2002). Yani günlük hayatta karşılaşılan durumları matematikselleştirmek, matematiği okuldaki ders olmaktan çıkarıp matematiğin daha işlevsel bir hal almasını sağlayacaktır. Gravemeijer ve Doorman’a (1999) göre matematikselleştirme, kişilerin günlük yaşam deneyimleri ile matematik arasında kopukluk olmadığını anlamalarını sağlayacaktır; Arcavi’ye (2002) göre de günlük ve akademik matematik arasında bir köprü olarak kullanılabilecektir. Günlük hayat durumlarını matematikselleştirme ifadesi ise matematiksel modelleme kavramını akla getirmektedir.

Matematiksel modelleme gerçek dünya ile matematik dünyası arasında çift yönlü bir dönüşüm sürecidir (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Bu dönüşüm sürecinde gerçek yaşamdaki karmaşık bir durum incelenir ve modelleme etkinlikleriyle de gerçek yaşam ile matematik arasında bir köprü oluşturulur (Berry & Houston, 1995; Bukova-Güzel, 2015; Hıdıroğlu, 2012; Lingefjärd, 2006). Yani matematiksel modelleme, gerçek yaşamla bağlantılı bir problem durumunun matematiksel terimlere ve matematiksel bir çözüme çevrilip yine gerçek yaşamda yorumlandığı bir süreçtir (Blum & Leib, 2007; Kaiser & Schwartz, 2006; Lesh & Doerr, 2003). Bu sebeple matematik öğretmenlerinin, gerçek dünya içinde yerleştirilmiş matematiği görüp öğrencilerinin çevrelerine ait unsurları matematiksel modelleme etkinlikleri için birer problem durumuna dönüştürebilmeleri önemlidir.

(Bonotto, 2001; Ramos-Rodriguez, Fernandez-Ahumada & Morales-Sato, 2022). Bu süreç temel alınarak matematik eğitiminde matematiksel modelleme kullanımı farklı bakış açıları ile ele alınmıştır (Blomhøj, 2009; Greer, 1997; Gravemeijer, 1999; Lesh, Doerr, Carmona & Hjalmarsen, 2003; Kaiser & Sriraman, 2006). Bu bakış açılarından matematiksel modellemeye araç olarak yaklaşıma (Örneğin; Cınıslıoğlu, 2017; Çıltaş, 2011; Işık, 2016; Lesh & Doerr, 2003; Sağırılı, 2010) ve amaç olarak yaklaşıma (Örneğin; Aydın-Güç, 2015; Biccard & Wessels, 2011; Blum & Borromeo Ferri, 2009; Blum & Leiß, 2007; Borromeo-Ferri, 2006; Çakmak-Gürel, 2018; Galbraith & Stillman, 2006; Maaß, 2006; Şen-Zeytun, 2013) uygun çalışmalar çok sayıdadır. Matematiksel modellemeyi matematiği öğretmek için bir araç olarak ele alan bakış açısına göre; matematiksel modelleme süreci, öğrencilerin kendi matematiksel bilgi ve modellerini oluşturup geliştirmek için kullanılabilir bir öğretim aracıdır (Erbaş vd., 2014). Bunun için önemli matematiksel kavramlar ve fikirler, sezgiselden formele doğru, tarihsel gelişimine de uygun bir şekilde oluşturulan problemler ve gerçek yaşam durumları aracılığıyla öğretilmelidir (Lesh & Doerr, 2003). Matematiksel modelleme amaç olarak yaklaşan yani, matematik öğretiminin amacının öğrencilerin gerçek yaşam durumları ile ilgili problemleri çözmek için ihtiyacı olan modelleme becerilerini elde etmesini ve bu becerileri kullanabilmesini sağlamak olarak ele alan çalışmalar da mevcuttur (Örneğin; Aydın- Güç, 2015; Blomhøj & Jensen, 2007; Blum, 2002; Crouch & Haines, 2004; Çakmak-Gürel, 2018; Galbraith & Stillman, 2006, Haines & Crouch, 2001; Izard, Haines, Crouch, Houston & Neill, 2003; Lingefjard, 2002; Lingefjard & Holmquist, 2005; Şen-Zeytun, 2013).

Her iki bakış açısı da matematiksel modellemeyi formüleleştirme, matematikselleştirme, çözüm oluşturma, yorumlama ve değerlendirme gibi döngüsel durumları ele alan bir süreç olarak ele alır (Stillman, 2012). Bu anlamda her iki yaklaşım için de matematiksel modelleme süreci önemlidir. Bu sebeple ilk olarak matematiksel modelleme sürecinde bireylere yaşatılması gereken süreçler ve bu süreçlerin gerçekleşmesi için gerekli yeterlikler belirlenmelidir. Tablo 1'de matematiksel modelleme yeterlikleri ile matematiksel modelleme sürecinin birlikte ele alınması verilmiştir.

**Tablo 1. Matematiksel Modelleme Süreci ve Yeterlikleri**

<b>Matematiksel Modelleme Süreci</b> (Bilgili, 2022)	<b>Matematiksel Modelleme Yeterlikleri</b> (Blum & Kaiser,1997, akt. Maaß, 2006)
1.Problemi analiz etme basamağı	A. Gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliği
2.Kavramsal model oluşturma basamağı	
3.Matematikselleştirme basamağı; matematiksel model oluşturma basamağı	B. Gerçek modelden bir matematiksel model oluşturma yeterliği
4.Modelin geçerliliği basamağı; matematiksel çözüm geliştirme basamağı	C. Oluşturulan matematiksel model ile matematiksel problemleri çözüme yeterliği
5.Modeli doğrulama basamağı; yorumlama ve iletişim basamağı	D. Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama yeterliği
6.Yansıma	E. Çözümü doğrulama yeterliği

Maaß (2006) çalışmasında matematiksel modelleme sürecinin olumlu gerçekleşmesi ve bireylerin süreçlerdeki geçişleri sağlayabilmeleri için, bazı yeterlik ve alt yeterliklerin olması gerektiğini belirtmiştir. Blum ve Kaiser (1997) ise matematiksel modelleme süreçleri arasındaki geçişler için matematiksel modelleme yeterliklerini ortaya koymuşlardır (akt. Maaß, 2006). Bunlar;

- Gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliği,
- Gerçek modelden bir matematiksel model oluşturma yeterliği,
- Oluşturulan matematiksel model ile matematiksel problemleri çözüme yeterliği,
- Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda yorumlama yeterliği,
- Çözümü doğrulama yeterliği

şekindedir. Bu yeterliklerin yaşatılması durumunda matematiksel modelleme sürecinin de iyi şekilde tamamlanacağını ifade eden Aydın-Güç (2015), bu yeterliklerin geliştirilmesi için öğrenme ortamlarının uygun hale getirilmesini de dile getirmiştir.

Henning ve Keune (2007), matematiksel modelleme sürecinin uygulanıp, yeterliklerin nasıl geliştirileceğine yönelik farklı görüşler olduğunu belirtmiştir. Bu konuyu bütüncül yaklaşımla ele alan çalışmalar olduğu gibi (Blomhøj & Jensen, 2007), bu konuya mikro-düzeyde bakan araştırmacılar da mevcuttur (Crouch & Haines, 2004; Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı & Baş, 2014).

Mikro-düzeydeki yaklaşımda öğrenme ortamı bazı alt yeterliklere göre oluşturulurken; bütüncül yaklaşımda öğrenme ortamı tüm yeterliklere göre düzenlenir. Ayrıca alan yazında, her iki yaklaşımın aynı anda bir öğrenme ortamında kullanıldığı karma yaklaşımdan da söz edilmektedir (Aydın-Güç, 2015; Aydın-Güç & Baki, 2016; Blomhøj & Jensen, 2003; Blomhøj, 2007; Çakmak-Gürel, 2018).

Bütüncül yaklaşımda bütünün, parçaların toplamına eşit olmadığı kabul edilmekte ve bireyin, bilgileri parça parça edinmesinin ötesinde resmi bütün olarak görmeleri gerektiğine odaklanılmaktadır (Babacan, 2014). Bu sebeple bütüncül ortamlarda matematiksel modelleme durumları verilip bireylerin tüm yeterliklere yönelik deneyim kazanmaları ve tüm yeterliklerini geliştirmeleri amaçlanmaktadır. Yani bütüncül yaklaşıma göre bir matematiksel modelleme etkinliği boyunca modelleme sürecinin tamamının yaşanması ve modelleme yeterliklerinin tamamının işe koşulması gerekmektedir (Aydın-Güç, 2015).

Mikro-düzeyde yaklaşım sergileyen çalışmalarda, oluşturulan öğrenme ortamlarında matematiksel modelleme yeterlikleri tek tek ele alınmaktadır. Yani, verilen matematiksel modelleme durumu ile belli yeterlik ve alt yeterliklerin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Şöyle ki, verilen etkinlik ile modelleme durumuna dair tüm yeterliklerin değil, örneğin değişkenlerin belirlenmesi alt yeterliğin geliştirilmesi isteniyorsa sadece değişkenleri belirlemeleri beklenmektedir. Dolayısıyla, her bir yeterlik ayrı ayrı etkinliklerle ele alınarak geliştirilmektedir. Bu yaklaşımda tüm yeterlikleri ayrı ayrı deneyimleyerek kazanmış bireylerin, bu yeterlikleri bütün haline getirerek matematiksel modelleme sürecini tamamlamada kullanması beklenmektedir (Aydın-Güç, 2015; Aydın-Güç & Baki, 2016). Crouch ve Haines (2004), matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi için mikro-düzey yaklaşımın gerekli olduğuna; örneğin gerçek modelden matematiksel modele geçiş yeterliğini ele alan bir öğrenme ortamında kişilerin bu yeterliklerini geliştirebileceklerini ifade etmektedir. Uluslararası alan yazında mikro-düzey yaklaşımı benimseyen çalışmalar genellikle aynı araştırmacılar tarafından yapılmaktadır (Crouch & Haines, 2004; Haines & Crouch, 2001; Izard vd, 2003). Bu araştırmacıların dışında Tong, Loc, Uyen ve Giang (2019), bir lisenin 10.sınıfında öğrenim gören 46 öğrenci ile mikro-düzeyde hazırlanmış bir öğrenme ortamında sinüs ve kosinüs teoremlerini 6 adet matematiksel modelleme etkinlikleri ile öğretmiş ve öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinde ilerleme yaşandığını kaydetmiştir. Etkinlik uygulama sürecinin grup çalışması şeklinde ilerlediği ve üç aşamada gerçekleştirildiği bu çalışmada, ilk olarak,

- Gerçek yaşam sorunundaki farklı değişkenler belirlenir ve arasında sözel ilişkiler kurulur.
- Gerçek yaşam problemleri matematiksel problemlere çevrilir.
- Sorunları gidermek için matematiksel problemler çözülür.

İkinci olarak,

- Grup içerisinde çözüm değerlendirilir ve tartışılır.

Son olarak ise,

- Gruplar çözümlerini birer temsilci ile ifade eder.
- Öğretmen (rehber) gerekli dönütleri verir.
- Bu son aşama ile bilgi genelleştirilir ve modelleme yeterlikleri kademeli olarak geliştirilir.

Etkinlik uygulama sürecinin tamamlanmasının ardından öğrencilerin sinüs ve kosinüs teoremlerini mikro-düzeyde hazırlanan öğrenme ortamında kademeli olarak öğrendikleri ve buna bağlı olarak da matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştiği görülmüştür.

Türkiye'deki alan yazında ise mikro-düzey yaklaşımı benimseyerek öğrenme ortamı oluşturup, öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik bir çalışma Bal ve Doğanay (2014) tarafından yapılmıştır. Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemiş; değişkenlerin belirlenmesi, modelin oluşturulması ve modelin çözülmesi durumlarında yetersiz olduklarını tespit etmişlerdir. Ardından üç aşamalı eylem planı oluşturularak matematiksel modelleme basamaklarını ayrı ayrı ele almışlardır. Mikro-düzey yaklaşımı benimseyerek oluşturdukları öğrenme ortamında eylem planlarının tamamlanmasının ardından, öğretmen adaylarının değişkenlerin belirlenmesi, modelin oluşturulması ve modelin çözülmesindeki başarılarının arttığı görülmüştür.

Bütüncül yaklaşımla oluşturulan öğrenme ortamlarında amaç, bireylerin matematiksel modelleme sürecinin tüm basamaklarından geçmesine imkan sağlamaktır. Buna rağmen oluşturulan öğrenme ortamları birbirlerinden farklılık göstermektedir. Alan yazın incelendiğinde bütüncül yaklaşıma uygun olarak hazırlanan öğrenme ortamının,

- Teorik bilgi odaklı,
- Matematiksel modelleme basamaklarını takip etme odaklı,
- Serbest matematiksel modelleme etkinlikleri odaklı

olarak üç farklı şekilde tasarlandığı görülmektedir (Aydın-Güç & Baki, 2016). Öncelikle teorik bilgi odaklı oluşturulan öğrenme ortamları birçok araştırmacı tarafından oluşturulmuş ve genel olarak bu öğrenme ortamları serbest matematiksel modelleme etkinlikleri şeklinde desteklenmiştir. Bazen de teorik bilgi odaklı oluşturulan öğrenme ortamları, matematiksel modelleme basamaklarını takip etme odaklı şeklinde desteklenmiş veya herhangi bir teorik bilgi verilmeden sadece ya matematiksel modelleme basamaklarını takip etme odaklı ya da serbest matematiksel modelleme etkinlikleri odaklı ortamlar oluşturulmuştur. Oluşturulan bu öğrenme ortamlarının tamamında matematiksel modelleme sürecinin başarıyla tamamlandığı ve matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimine olumlu katkısı olduğu sonucuna varılmıştır (Ata-Baran, 2019; Aydoğan-Yenmez, 2017; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Bukova-Güzel, 2011; Çiltaş, 2015; Deniz, 2014; Deniz & Akgün, 2018; Galbraith & Clatworthy, 1990; Huang, 2011; İncikabı, 2020; Kaiser & Maaß, 2007; Korkmaz, 2014; Maaß, 2006; Özdemir & Üzel, 2013; Perk, 2019; Stillman, Galbraith, Brown & Edwards, 2007; Tekin-Dede & Yılmaz, 2013).

Brand (2014) çalışmasında, bütüncül ve mikro-düzey yaklaşımların matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimine olan etkisini incelemiştir. 377 dokuzuncu sınıf öğrencisinin yer aldığı projede öğrencilerin bir kısmı bütüncül yaklaşıma uygun eğitim almış; diğer kısmı da mikro-düzey yaklaşıma uygun eğitim almıştır. Yeterliklere tek tek bakıldığında basitleştirme/matematikselleştirme alt yeterliği için, bütüncül yaklaşıma uygun eğitim alan grubun mikro-düzey yaklaşıma göre eğitim alan gruptan anlamlı düzeyde daha başarılı oldukları ortaya konmuştur. Çalışma sonucunda her iki yaklaşımda zayıf ve güçlü yönleri olduğu ancak, bütüncül yaklaşıma uygun olarak oluşturulan öğrenme ortamının öğrenciler üzerinde daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

Bütüncül ve mikro-düzeydeki yaklaşıma göre tasarlanan bir matematiksel modelleme durumu Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2. Matematiksel Modelleme Etkinliğinde Bütüncül ve Mikro-Düzy Yaklaşım Arasındaki Fark**

SALINCAK PROBLEMİ (Hıdroğlu, 2012)	
Bütüncül Yaklaşım	Mikro-düzy Yaklaşım
Salıncakta sallanan bir insanın sallanırken ki potansiyel enerjisindeki değişimi matematiksel olarak ifade ederek açıklayınız. Video ve animasyonlardan istediğiniz ölçüde faydalanarak sallanırken ki hareketin ortaya çıkardığı sonuçları gerekçeleriniz ile birlikte ayrıntılı bir şekilde ifade ediniz. (Problemlerle birlikte probleme ilişkin birer tane animasyon ve video verilmiştir)	Salıncakta sallanan bir insanın sallanırken ki potansiyel enerjisindeki değişimi etkileyen unsurlar nelerdir? Bunları en etkiliden en etkisize doğru sıralayınız ve bunu gerekçelendiriniz. (Problemlerle birlikte probleme ilişkin birer tane animasyon ve video verilmiştir)

Tablo 2 incelendiğinde, bütüncül yaklaşıma göre tasarlanan problem durumunda, tüm modelleme sürecini ve dolayısıyla da tüm modelleme yeterliklerini ortaya koyacak bir çözüm süreci oluşturulmak istenmiştir. Mikro-düzy yaklaşımda ise parçalı (kısmi) bir anlayış ile problem durumu oluşturulmuştur. Modelleme etkinliğinin çözüm süreci için de bütün yeterliklerden ziyade, daha çok “gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı bir model oluşturma yeterliği” dikkate alınmıştır.

Alan yazında bütüncül ve mikro-düzy yaklaşımlar için negatif ve pozitif yönlerin mevcut olduğu yer almaktadır (Brand, 2014). Mikro-düzy yaklaşım için geleneksel öğrenme yöntemleri ile benzerlik göstermesi sebebiyle yetersiz olduğuna özellikle dikkat çekilmektedir (Blomhøj & Jensen, 2003; Çakmak-Gürel, 2018). Bütüncül yaklaşımın tüm yeterlikleri dahil ederek süreci tamamlaması, mikro-düzy yaklaşımın ise belli yeterlikleri ele alarak daha geleneksel bir tavır sergilemesi, bütüncül yaklaşımı daha değerli kılmaktadır (Çakmak-Gürel, 2018). Ancak bütüncül yaklaşımın negatif yönü ise; kişilerin modeli çözerken sayısal bir sonuca ulaşınca süreci bitirme eğiliminde olmalarıdır (Çakmak-Gürel, 2018). Bu sebeple alan yazında her ne kadar bütüncül yaklaşımın daha etkili olduğu belirtilse de, her iki yaklaşımın da öğrenme ortamına dahil edilip, aralarında denge kurulmasını öneren görüşler de mevcuttur (Blomhøj & Jensen, 2003; Çakmak-Gürel, 2018; Aydın-Güç, 2015; Aydın-Güç & Baki, 2016). Bununla birlikte her iki yaklaşımı ele alarak kısmi destekli bütüncül yaklaşımla bir öğrenme ortamı tasarlayan Çakmak-Gürel (2018) ise özellikle doğrulama yeterliği için olumlu bir etki elde edilmediği sonucuna ulaşmıştır. Kaiser ve Brand (2015) ise bütüncül yaklaşım ile tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin



tüm modelleme yeterliklerinin geliştirmesinin yanı Çakmak-Gürel'in (2018) aksine özellikle yorumlama ve doğrulama yeterliğinde büyük bir farklılık meydana getirdiğini belirlemiştir. Brand'ın (2014) çalışmasında özellikle basitleştirme/matematikselleştirme alt yeterliğinde bütüncül yaklaşımla eğitim alan grubun kısmi yaklaşımla eğitim alan gruptan anlamlı şekilde daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Bütüncül yaklaşım dikkate alınarak oluşturulan öğrenme ortamlarına ait çalışmaların sonuçları incelendiğinde, bu ortamlarda genel olarak matematiksel modellemenin gerektirdiği tüm zorluklarla mücadele ederek tüm yeterliklerin teşvik edildiği dolayısıyla bu bağlamda en etkili öğrenme ortamlarının bütüncül yaklaşımla sağlanabileceği varsayılmaktadır (Grünewald, 2012).

Mikro-düzey ve bütüncül yaklaşımla tasarlanan öğrenme ortamlarının sonuçları incelendiğinde, her iki yaklaşıma göre tasarlanan öğrenme ortamlarında da öğrencilerin matematiksel modellemeye yönelik bazı zorluklar yaşadıkları ve bazı yeterliklerinin de beklenen düzeyde gelişmediği vurgulanmaktadır. Bu sebeple matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik öğrenme ortamı hazırlanırken bu zorlukların üstesinden gelebilmek adına, önceden bilinmesi önem arz etmektedir.

### **Matematiksel Modelleme Sürecinde Karşılaşılan Zorluklar**

Matematiksel modelleme sürecinde yaşanan zorlukları belirlemeye yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde Blum (1996), bu zorlukları üç kategoriye ayırmış ve bunların “öğrenci kaynaklı, öğretmen kaynaklı ve materyal kaynaklı” olduğunu ifade etmiştir.

- Öğrenci kaynaklı zorluklar: Öğrenciler için matematiksel modelleme problemleri standart hesaplamalardan farklı olduğundan, hem çözümleri hem yorumlaması zorlayıcı olarak değerlendirilir (Blum & Niss, 1991).
- Öğretmen kaynaklı zorluklar: Öğretmenlerin matematiksel modellemeye bakış açıları, onları matematiksel modellemeyi uygulama konusunda isteksiz kılmaktadır (Törner, 2002). şöyle ki, değişen öğretim programları, ders süresinin kısıtlı oluşu, matematiksel modellemenin hem oluşturulmasının hem de uygulanmasının zaman alıcı oluşu, öğrenci profili ve beklentileri, matematiksel modellemeyi gerekli görmedikleri şeklindeki etkenler, öğretmen kaynaklı zorluklar olarak ele alınmaktadır. Schmidt (2011) ise bu zorluklar içerisinde yer alan modellemeye yönelik inançlar ve zaman sorunu için, verilen bir yıllık eğitimin dahi önemli ölçüde etki etmediğini ifade ederek,

matematiksel modellemenin kullanılabilirliği için en önemli faktörün öğretmen eğitimleri olduğunu belirtmiştir.

- Materyal kaynaklı zorluklar: Genel olarak dersin amacına uygun etkinliğin belirlenememesi veya oluşturulamaması gibi etkenler materyal ile ilgili zorluklar olarak ele alınmaktadır (Schmidt, 2011).

Blum (1991), matematiksel modellemenin öğrenme ortamına entegrasyonuna yönelik zorluklar olduğunu ifade etmiş ve bu zorlukları gidermeye yönelik çözüm önerileri oluşturmuştur. Matematik öğretimin başlı başına yoğun olduğunu, matematiksel modelleme için yeterli zaman olmadığını ifade eden Blum (1991), zaten matematiksel modellemenin matematiğin içinde olma zorunluluğu olmadığını ve farklı disiplinlerde (örneğin, sosyal bilimler, spor konuları gibi) ele alınabileceğini belirtmiştir. Öğrenciler açısından ise matematiksel modellemenin karmaşık ve zorlu yapıda olması ve sonuçların yorumlanması gerekliliği, modellemeyi daha az öngörülebilir kılmaktadır. Bunun çözümü olarak da sadece belirli zor konular için (türev gibi) değil, günlük yaşamda daha kullanılabilir problem örneklerinin (büyüme hızı, oranı veya vergi oranları gibi) seçilmesinin öğrenci açısından daha olumlu olacağını söylemektedir.

Maaf (2007), düşük başarılı öğrenciler için matematiksel modelleme problemleri geliştirmiş ve öğrencilerin problemleri çözerken matematiksel modelleme basamaklarına yönelik zorluklar yaşadıklarını belirtmiştir. Bu zorluklar ise,

- Durumu anlama: Öğrenciler problemde yazılanları anlamadı veya anlayamayacak kadar hızlı okudu.
- Model oluşturma: Öğrenciler ilgili değişkenleri belirleyemedi veya arasındaki ilişkiyi belirleyip bir model kuramadı.
- Matematiksel modelde çalışma: Öğrenciler yeterli matematik bilgisine sahip olmadığından, bazı problemler çözülemedi.
- Yorumlama: (Interpretation mistakes) Öğrenciler araştırmacı tarafından ifade edildiğinde, daha kolay problemlerin sonuçlarını yorumladı.
- Doğrulama: Öğrenciler sonuçları çoğunlukla doğrulamadı.
- Yön duygusu: Öğrencilerin bazıları, amaçsızca ne yapacağını bilmeden işlem yaptı.
- Tartışma: Öğrenciler, matematikte bunu yapmaya alışkın olmadıklarından dolayı kendi yöntem ve cevaplarını ifade etmede zorlandı.

- Tahmin etme: Öğrencilerin bazıları gerçeğe uygun olmayan veya çok basit tahminlerle problemi çözmeye çalıştı.
- Vazgeçme: Öğrencilerin bazıları problemi çözerken zorlandıklarında hemen çözmeyi bıraktı.

Son iki zorluğun araştırmacı desteği ile aşıldığını ifade eden Maaß (2007), modellemenin öğretim sürecine entegrasyonu ve belirlenen zorlukların göz önünde bulundurulması ile başarılı öğrencilerin yanı sıra, düşük başarılı öğrencilerin de matematiksel modelleme problemlerini çözebileceğini göstermiştir.

Bilgili ve Çıltaş (2019), ortaokul ve lise matematik öğretmenlerinin matematiksel modellemeye yönelik görüşlerini aldıkları çalışmalarında matematiksel modellemenin derslerde kullanılabilirliği ile ilgili yönelttikleri soruya, ilköğretim matematik öğretmenleri, matematiksel modellemenin bireysel ilgi gerektirdiğini ancak kalabalık sınıfların buna imkan vermediğini ifade etmişlerdir. Ayrıca modeli somut materyal olarak düşündüklerinden dolayı, okullarında yeterince matematiksel model bulunmadığını da dile getirmişlerdir. Ortaöğretim matematik öğretmenleri ise, matematiksel modelleme etkinliğini uygularken çok fazla zaman harcadıklarını ancak öğretim programının yoğunluğunun buna yeterince imkan vermediğini belirtmişlerdir. Ayrıca uygulanan etkinliğin kimi zaman derslerini daha karmaşık bir hale getirdiğini ve öğrencilerin anlamada zorlandıklarını söylemişlerdir. Bu bulgular ise Akgün, Çıltaş, Deniz, Çiftçi ve Işık'ın (2013) ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıklarını tespit etmek amacıyla yaptıkları çalışma bulguları ile benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmenleri ile görüşmeler ve gözlemler yapılmış, çalışma bulgularında ise öğretmenlerin, öğretim programının yoğun olmasından dolayı zaman sıkıntısı yaşadıkları ve matematiksel modellemenin de zaman alıcı olmasından dolayı derslerinde kullanamadıkları ortaya konulmuştur.

Bazı araştırmalarda öğrenci, öğretmen adayı veya öğretmenlerin matematiksel modelleme basamaklarındaki geçişlerde zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Alan yazında yer alan çalışmaların bazılarında (Biccard & Wessels, 2011; Galbraith & Stillman, 2006; Özdemir & Üzel, 2013) problemi anlama, değişkenleri belirleme, matematikselleştirme, matematiksel çözüm oluşturma, yorumlama ve doğrulama gibi matematiksel modelleme basamaklarının hemen hepsinde zorluklar yaşandığı belirlenmiştir. Bazı çalışmalarda ise öğrenci veya öğretmen adaylarının, problem durumunu anlama ve değişkenleri belirlemede zorluk yaşamadığı (Bukova-Güzel, 2011; Ji, 2012) model oluşturma, modeli çözmeye, çözümleri yorumlama

ve doğrulama basamaklarında zorluk yaşadıkları (Biccard & Wessels, 2011; Bukova-Güzel, 2011; Ji, 2012; Kertil, 2008; Türker vd., 2010) tespit edilmiştir.

Eric vd. (2012), ilköğretim 5.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemeye çalıştıkları araştırmalarında, gerçek yaşam problemini varsayımlarla matematiksel bir probleme dönüştürmede zorluklar yaşadıklarına, bunun giderilmesinin de öğretmen eğitimi ile mümkün olacağına dikkat çekmektedirler. Benzer şekilde Bukova-Güzel (2011) de matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme etkinlikleri oluşturma ve çözme yaklaşımlarını tespit etmeyi amaçladığı araştırmasının bulgularında, öğretmen adaylarının problemi anlama basamağında başarılı olduklarını fakat yorumlama ve doğrulama basamaklarında zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Kotze (2018) ise, 50 kişiden oluşan biyomedikal öğrencileri ile matematiksel modelleme problemi çözmüş ve problemi anlama basamağı dışında diğer basamaklarda zorluklar yaşadıklarını ifade etmiştir. Biembengut ve Hein (2013), 105 öğretmene matematiksel modelleme kursu vermiş ve süreçte yaşadıkları zorlukları belirlemişlerdir. Temel zorluğun deneyim eksikliği olduğu belirtilen çalışmada, öğretmenlerin yorumlama ve doğrulama basamaklarında da zorluklar yaşadıkları belirtilmiştir.

Mischo ve Maaß (2012), 6.sınıfta öğrenim gören 959 öğrenci ile gerçekleştirdikleri araştırmalarında, kişisel faktörleri de ele alarak matematiksel modelleme zorluklarını belirlemişlerdir. Bu zorluklar ise bu araştırmada ortaya konulan matematiksel modelleme basamakları ile ilişkilendirilerek Tablo 3’de sunulmuştur.

*Tablo 3. Matematiksel Modelleme Basamakları ile Mischo ve Maaß (2012)’in Oluşturduğu Kişisel Faktörlere Bağlı Olarak Tespit Edilen Zorluklar Arası İlişki*

Matematiksel modelleme basamakları	Kişisel faktörlere bağlı olarak tespit edilen zorluklar
1. Problemi analiz etme	Kelime anlama
2. Kavramsal model oluşturma	Genel bilgi
3. Matematikselleştirme ve matematiksel model oluşturma	Matematiksel yeterlik
4. Modelin geçerliği ve çözme	Matematiksel yeterlik
5. Modeli doğrulama	Matematiksel yeterlik, kelime anlama
6. Yorumlama ve iletişim	Matematiksel yeterlik

Tablo 3’de yer alan kişisel faktörlere bağlı olarak tespit edilen zorluklar aşağıdaki gibi açıklanmıştır.

- Kelime anlama: Modelleme probleminde sunulan talimatı veya durumu anlayabilmelidir.
- Genel bilgi: Modelleme probleminde genel olarak gerekli tüm bilgiler yer almaz. Bu sebeple bireyler, sunulan durumu basitleştirmeli, genel bilgileri ile eksik bilgileri tahmin edebilmelidir.
- Matematiksel yeterlik: Matematiksel değişkenler ve sayısal ilişkilerle elde edilen modeli, alana özgü bir yeterlik ile matematiksel modele dönüştürebilmeli ve bu matematiksel modeli çözüp, yorumlayabilmelidir.

Mischo ve Maaß’ın (2012) belirlediği zorluklar incelendiğinde, bireylerin matematiksel modelleme basamaklarından geçebilmesi için yani, matematiksel modelleme problemini çözebilmesi için; problemde ifade edilen durumu anlayabilmesi, tahminlerde bulunabilecek düzeyde genel bilgi sahibi olması ve matematikselleştirme yapabilmek, model oluşturup çözebilmek ve çözümü yorumlayabilecek matematiksel bilgisinin olması gerektiği görülmektedir.

Araştırmalardan da görüldüğü gibi matematiksel modelleme öğretimine yönelik oluşturulacak öğrenme ortamlarında, matematiksel modellemenin öğrenme ortamlarına entegre edilmesindeki zorlukların ve matematiksel modelleme basamaklarındaki geçişlerde yaşanan zorlukların göz önünde bulundurulması, matematiksel modelleme sürecinin başarıyla tamamlanabilmesi açısından önem arz etmektedir. Şöyle ki, matematiksel modelleme yaklaşımına uygun olarak oluşturulan öğrenme ortamı için süreçte yaşanması olası zorlukları bilmek, öğrenme ortamının daha verimli hazırlanabilmesi açısından önemlidir.

Hazırlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesinde nelere dikkat edilmesi gerektiğinin belirlenmesi de gerekli görülmektedir. Bu sebeple farklı çalışmalarda matematiksel modelleme yeterliklerinin nasıl değerlendirildiği incelenmiştir.

### **Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi**

Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak *mikro-düzeyde yaklaşım* ve *bütüncül yaklaşım* olmak üzere iki değerlendirme yaklaşımı olduğu görülmektedir.

Crouch, Davis, Haines, Izard, Houston, Neill gibi araştırmacılar mikro-düzeyde yaklaşıma dayalı olarak hazırlanan öğrenme ortamlarında matematiksel modelleme yeterliklerini değerlendirmişlerdir. Bu araştırmacılar çoktan seçmeli bir test hazırlayarak, 1991 yılından 2005 yılına kadar geçen sürede geçerlik ve güvenilirlik çalışmalarını tamamlamışlardır. Bu testin Türkçeye uyarlaması ise Kertil (2008) yapmıştır. Yurt dışında ve yurt içinde birçok araştırmacı (Ör: Frejd & Ärleback, 2011; Fu & Xie, 2013; Kaiser, 2007; Kertil, 2008) bu testi kullanarak, öğrencilerin modelleme yeterliklerinin seviyesini mikro-düzey yaklaşımı temel alarak ortaya koymuştur (Çakmak-Gürel, 2018). Kertil (2008), öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasında matematiksel modelleme etkinlikleri çözüm sürecini nitel olarak ele almış ve aynı zaman da matematiksel modelleme yeterliklerini değerlendirme testi ile de nicel olarak değerlendirme yapmıştır. Çalışma sonucunda matematiksel modelleme yeterliklerinden hedefi belirginleştirme, formülleştirme ve gerçek yaşam durumu ile karşılaştırarak kontrol etme yeterliklerinin gözlemler ve testten elde edilen sonuçlarla farklı olduğu, diğer yeterliklere yönelik sonuçların ise her iki değerlendirme yönteminde de paralel olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adayları testten bu yeterliklere yönelik puan almalarına rağmen, etkinlik çözümlerinde bu yeterlikler gözlemlenememiştir.

Bütüncül yaklaşıma dayalı olarak oluşturulan öğrenme ortamlarında matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesinde tüm alt yeterlikler aynı anda ele alınmaktadır. Dolayısıyla matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesinde de bu süreçte kazanılan yeterliklerin tamamının ele alınması söz konusudur. Bu sebeple bütüncül yaklaşımla oluşturulan öğrenme ortamlarında bireylerin tüm matematiksel modelleme sürecinden geçmesini sağlayacak matematiksel modelleme etkinlikleri üzerinde gerçekleştirdikleri çalışmalar (Plath, Leiss & Schwippert, 2014; Schwarz & Kaiser, 2007; Sekerak, 2010) değerlendirilmektedir.

Matematiksel modelleme yeterlikleri değerlendirilirken matematiksel modelleme basamaklarında beklenen durumu ne ölçüde gerçekleştirebildikleri, bazen de alt yeterliklerin ne kadarını sergiledikleri üzerinde durulmuştur (Aydın-Güç, 2015; Bal & Doğanay, 2014; Biccand, 2010; Bukova-Güzel & Uğurel, 2010; Bukova-Güzel, 2011; Hıdıroğlu vd., 2014). Örneğin, Bukova-Güzel ve Uğurel (2010), öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerini, matematiksel modelleme etkinliklerine verdikleri yazılı çözümler ile incelemişlerdir. Değerlendirme sürecinde “*problemi anlama, değişkenleri ve değişkenler arasındaki ilişkilere yönelik matematiksel kavramları ortaya çıkarma, matematikselleştirme, matematiksel model oluşturma ve çözüme, çözüm sonuçlarını yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama*” şeklinde olan matematiksel modelleme basamakları ele alınmıştır. Öğrenci cevapları

matematiksel modelleme sürecinde yer alan her basamak için 0-3 arası dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilmiştir. Hıdıroğlu vd. (2014) ise araştırmalarında, öğrencilerin verilen bir matematiksel modelleme etkinliğine çözüm yaklaşımlarını Borromeo-Ferri (2006) ve Berry ve Houston (1995) tarafından ifade edilen matematiksel modelleme basamaklarını dikkate alarak üç düzeyli puanlama anahtarı oluşturmuş ve buna göre değerlendirmiştir. Aydın-Güç (2015) de, matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimine yönelik yaptığı araştırmada bütüncül öğrenme ortamları tasarlamış, öğretmen adaylarının grup çalışması yaparak modelleme problemlerini çözmelerini istemiştir. 14 haftalık süreçte öğretmen adaylarının gelişimleri izlenmiş ve çalışma sonucunda ise öğretmen adaylarının modellemeye ilişkin yeterlik ve alt yeterliklerinin gelişiminde öğrenme ortamının olumlu etkisi olduğu belirlenmiştir.

Matematiksel modelleme yeterliklerini değerlendirmeye yönelik, Ludwig ve Xu (2008) ve Huang (2011) düzey değerlendirmesini tanımlamışlardır. Bunun için öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri üzerinde yapmış oldukları çalışmaları gözlemlemiş ve bu bağlamda hangi düzeyde olduklarını belirlemişlerdir. Ludwig ve Xu (2008), modelleme yeterliklerini altı düzeyde ele almıştır (akt. Bukova-Güzel, 2015):

- Düzey 0: Öğrenci problem durumunu anlamamış ve probleme ilişkin herhangi bir şey yazmamıştır.
- Düzey 1: Öğrenci sadece verilen gerçek durumu anlamış ama durumu anlamlandıramamış ya da herhangi bir matematiksel fikirle ilişkilendirememiştir.
- Düzey 2: Problem durumunu anlamlandıran öğrenci yapılandırma veya sadeleştirme ile gerçek bir model oluşturmuş ama matematiksel bir probleme transfer edememiştir.
- Düzey 3: Öğrenci oluşturduğu modeli, matematiksel bir probleme dönüştürebilmiş ancak matematik dünyası içerisinde çalışmamıştır.
- Düzey 4: Matematiksel bir probleme dönüştürdüğü modeli, matematik dünyası içerisinde çalışmış ve sonuçlara ulaşabilmiştir.
- Düzey 5: Matematiksel modelleme sürecini tamamlayan öğrenci, matematik probleminin çözümünü verilen durum ile ilişkilendirmiş ve doğrulayabilmiştir.

Matematiksel modelleme yeterliklerini, alt yeterlikler kapsamında değil de bir bütün olarak ele alan Ludwig ve Xu'nun (2008) belirlediği düzeyler birçok çalışmada kullanılmış ve cinsiyet, sınıf ve farklı ülkeler gibi



değişkenlere bağlı olarak öğrencilerin matematiksel modelleme yeterlik düzeyleri karşılaştırılmıştır.

Henning ve Keune (2007) da, bütüncül yaklaşımla ele aldıkları matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimine yönelik seviye odaklı bir açıklama yapmış ve “yeterlik düzey modeli” olarak tanımlamışlardır. Bu modelde,

- Seviye 1: Matematiksel modellemeyi tanıma ve anlama,
- Seviye 2: Bağımsız modelleme,
- Seviye 3: Matematiksel modellemeye üst-yansıtma

şeklinde üç seviyeyi ele almışlardır. Bu yaklaşımla, öğrencilerin modelleme yeterliklerinin düzeyi belirlenmiştir. Bu değerlendirme ise matematiksel modelleme yeterliğinin değerlendirilmesinde veya tanımlanan yeterliklerin düzeyinin belirlenmeye çalışıldığı araştırmalarda kullanılmıştır. Ayrıca Henning ve Keune (2007), aynı çalışmasında öğrencilerin modelleme sürecindeki davranışlarını, beceri, tutum ve yeteneklerini de tanımlamayı amaçlamıştır.

Matematiksel modelleme yeterlikleri değerlendirilirken, daha çok matematiksel modellemenin bilişsel boyutu üzerinde durulmuştur. Ancak matematiksel modelleme farklı duyuşsal etkenleri de içerir. Matematiksel modellemenin en önemli özelliği, rutin problemlerden daha fazla günlük hayat ilişkisi oluşturması ve matematik ile gerçek yaşam arasında bir köprü kurmasıdır. Bu sayede matematiksel modelleme etkinlikleri bireyleri matematik öğrenmeye motive eder ve gerçekleştirdiği çözümün günlük hayatta işe yarar olduğunu görmesi ise matematiğe yönelik ilgisinin artmasını sağlar (Dost, 2019). Bu anlamda örneğin Biccard (2010), 7.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimlerini bilişsel yeterlikler (anlama, basitleştirme, matematiksel çalışma, doğrulama, yorumlama, sunma ve tartışma), meta-bilişsel yeterlikler (resmi olmayan bilgiyi kullanma, planlama ve izleme, yön duygusu) ve duyuşsal yeterlikler (matematik hakkındaki inançlar) olmak üzere üç boyutta incelemiştir. Çalışma sonucunda duyuşsal yeterlikler kapsamında, matematiğin doğası, kullanılabilirliği, öğretmenin rolü gibi durumlarda olumlu yönde değişiklik olduğu; meta-bilişsel yeterlikler kapsamında, etkinliğe iki farklı bakış açısının olduğu tespit edilmiştir. Bunlar, çözüm sürecindeyken bir sonraki adımda ne yapması gerektiğini bilenler ve çözüme ulaşmak için her yolu deneyenler şeklindedir. Bilişsel yeterlikler kapsamında ise, ilk etkinlikten itibaren hemen hemen bütün öğrencilerin yeterliklerinin gelişim gösterdiği ifade edilmiştir. Ayrıca Biccard ve Wessels (2011), matematiksel modelleme etkinliği ile



çalışma yapan öğrencilerin matematiğe olan inançlarının geliştiğini; Maaf (2006) ise matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencileri motive ettiğini belirtmiştir. Matematiksel modelleme bilişsel yeterlik ve duyuşsal yeterliklerin yanı sıra grup içinde kendini ifade etme, tartışma, matematiksel iletişim kurma gibi sosyal yeterliklerin gelişimini de sağlar. Kaiser (2007), öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözerken özellikle grup içerisinde çalışma becerisi ve tartışarak karar almaları, kararlara bağlı olarak çözümler oluşturmaları ve matematiği kullanarak iletişim kurmaları gibi beceriler elde ederek sosyal yeterliklerini geliştireceklerini ifade etmektedir. Rutin problemlerden farklı olarak, matematiksel modelleme problemlerinde çözüme ulaşmaları yeterli olmayıp, çözümü sunarak çözümlerin tartışılması gerekmektedir. Dolayısıyla bireylerin tartışma yeterlikleri de gelişme gösterecektir (Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010). Sevinç ve Melek (2020) ise, matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinliği çözerken bireysel ve grup olarak gelişimlerini incelemiş ve matematiksel modelleme etkinliklerinin 21.yüzyıl becerileri içerisinde yer alan ekip çalışması ve ortak ürün geliştirme becerisini olumlu etkilediği sonucuna varmıştır. Doerr ve Årlebäck (2015) da benzer şekilde çalışmalarında “akıl birliğinin” hem grup hem de bireysel yeterliklerin gelişimine önemli katkı sağladığını öne sürmüştür.

Bütün bu çalışmalar göz önüne alındığında matematiksel modelleme yeterliklerini tek boyutlu olarak ele almanın, onun karmaşık yapısına uygun olmadığını savunan çalışmalar olduğu görülmektedir (Örn., Blomhoj & Kjeldsen, 2010; Stillman, Blum & Biembengut, 2015; Rensaa, 2011). Ancak bu çalışmada öğretmenlerin geliştirilmesi amaçlanan matematiksel modelleme yeterlikleri, bilişsel yeterlikler olup süreçte bilişsel yeterliklerin değerlendirilmesi yapılmıştır.

Stillman, Blum ve Biembengut (2015), matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik yapılan çalışmaları incelemiş ve bütüncül ve analitik olmak üzere iki düzeyde sınıflandırmıştır. Bu sınıflandırmada bütüncül yaklaşım, çok boyutlu bir çerçevede puanlama şeklinde, analitik yaklaşım ise yeterlik seviyelerinin belirlenmesi, yeterlik davranışlarının tanımlanması ve nitel tanımlanma şeklinde belirlenmiştir (Tablo 4).

Tablo 4. Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Sınıflandırılması

Yaklaşım	Özellikler	Ölçütler	Örnek çalışmalar
Bütüncül	1. Sekiz bağımlı matematik yeterliğinden biri olan modelleme yeterliği	Bir yeterliliğin kalitesi üç boyutlu bir yaklaşımla değerlendirilir (kapsam derecesi, etki yarıçapı, teknik seviye)	Niss (2003), Blomhøj & Jensen (2006), Niss & Højgaard (2011).
	2. Yeterlik göstergelerinin tanımlanması - öğrencilerin modelleme döngüsünde geçişlerle ilgili alt yeterlikler açısından modelleme davranışlarının tanımlanması	Her alt-yeterliğe ait çoktan seçmeli sorular	Haines & Izard (1995), Haines vd. (2001), Houston & Neil (2003), Izard vd. (2003)
Analitik	3. Süreç ve sosyal odaklı alt yeterlikler dahil olmak üzere modelleme döngüsüne bağlı alt yeterliklerle, ayrıntılı bir modelleme yeterlik konseptinin geliştirilmesi	Yeterlik seviyesi	Maaß (2006), Kaiser (2007), Henning & Keune (2007), Blum (2011)
	4. Üst biliş ile modelleme yeterliklerinin birleşimi	Nitel tanımlama	Stillman & Galbraith (1998), Stillman (2004), Galbraith vd. (2007), Stillman vd. (2010)

Alanyazında yapılan bu çalışmalar göz önüne alındığında, öğrencilerin matematiksel modelleme döngüsünün tüm basamaklarında genel olarak başarısız oldukları ve matematiksel modelleme yeterliklerine sahip olmadıkları görülmektedir. Bu durumda bahsi geçen modelleme yeterliklerin geliştirilmesi için öğrenme ortamında bulunması gereken özellikler tespit edilmiştir.

### Öğrenme Ortamında Bulunması Gereken Özellikler

Eğitimin teknolojiden, teknolojinin eğitimden etkilendiği mevcut sistemde, öğrenme ortamına taşınmayan ve teknolojiden uzak kalmış öğretim

algısının başarıyı olumsuz etkileyeceği gerçeği (Erdemir, Bakırcı & Eydurhan, 2009) de göz önüne alınmış ve öğrenme ortamında teknoloji desteği olması gerektiği düşünülmüştür. Zaten Schönbrodt, Wohak ve Frank (2022) matematiksel modelleme için dijital araçlarla ilgili yaptıkları çalışmalarında öğrenme ortamında teknolojik araçların kullanımının, öğrencilere tanıtılacak etkinlik sayısının çokluğunu sağlamasının yanı sıra, günümüz sorunlarına erişim için de kaçınılmaz olduğunu ortaya koymuştur.

Eğitimde bilgisayar ve teknolojinin kullanımının zorunlu olduğu günümüzde başlangıçta sadece sınıf ortamında kullanılan araç gereçle sınırlı olan eğitim teknolojisi, bugün teknolojik sistem, askeri eğitim, tıp, öğrenci yetiştirme gibi birçok alandaki eğitimi kapsamaktadır. Zaten bilimde, endüstride ve araştırmada gerçek dünya sorunları teknolojilerin yardımı ile ele alınır ve çözülür. Bu nedenle dijital araçlardan yararlanarak günlük hayat probleminin çözümünün gerçekleştirilmesi çözüm ile günlük hayat arasındaki ilişkinin yorumlanmasında bütünlüğü sağlar (Siller & Greefrath, 2010). Bu anlamda, son zamanlarda yeni ve modern teknolojiyle birlikte gündeme gelen sanal gerçeklik (virtual reality), artırılmış gerçeklik (augmented reality) gibi uygulamalar, eğitim yöntemlerine farklı bir bakış açısı getirmiştir.

Son yıllarda teknolojik gelişmelerin eğitim ortamlarına entegrasyonu ile ilgili çalışmalar yoğunluk kazanmış ve öğretim teknolojilerinin öğrenme ortamlarındaki yeri de giderek artmıştır (Akkuş & Özhan, 2017; Alkan, 2005). Öğrenme ortamlarında birden fazla öğretim yöntemi ile ders yapılmasına ek olarak materyal kullanımı; dolayısıyla da dijital araç ve gereç kullanımı kaçınılmaz bir hal almıştır (Seferoğlu, 2006). Akpınar'a (2003) göre, öğrenme ortamında kullanılacak resim, animasyon ve videolar, öğrencilerin bilgiyi keşfetme konusunda uygun stratejiler geliştirmesini, birbirleriyle etkileşim kurmasını (tartışma ortamı şeklinde), değişkenler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını sağlayarak modellemeyi kolaylaştırabilecek ve somut ve soyut ifadelerin ilişkilendirilmesine yardımcı olabilecektir (Hıdıroğlu & Hıdıroğlu, 2016). Etkileşim düzeyi yüksek olan dijital araç ve gereçler ise, öğrencilere problem oluşturma, çözme, durumları yeniden tanımlama, model oluşturma, ilişkileri yeniden keşfetme gibi fırsatlar sunmaktadır (Baki, 2002).

Günümüz matematik öğretim programı “Matematiksel yetkinlik ve bilim/teknolojide temel yetkinlikler” ve “Dijital yetkinlik” ile öğrencilerin iş bilgi iletişim teknolojilerini güvenli ve eleştirel şekilde kullanma bilgi, beceri ve davranışlara sahip yetkin bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Ayrıca “bilgiyi problem çözme sürecinde kullanabilen, farklı disiplinlere uygulayabilen, varsayımda bulunabilen, genelleme yapabilen, analitik düşünebilen,

karşılaşılan problemleri matematiksel akıl yürütme ile modelleyebilen, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilen” insana ihtiyaç duyulmaya başlandığı da açıkça ifade edilmektedir. Bu ihtiyaçlara binaen 2004 yılından itibaren öncelikle ilköğretimde, ardından da ortaöğretimde yapılandırmacılığa dayalı öğretime geçilmiştir. Yapılandırmacı yaklaşım için en uygun pedagojik etkinlikler deney, tartışma, proje gerçekleştirme, gerçek yaşam problemlerini çözme gibi faaliyetlerdir. Bu faaliyetlerin gerçekleştirilmesinde aktif öğrenci katılımının yer alması, öğrencilerin bireysel veya grup olarak varsayımlarda bulunması ve sonuçlara ulaşması ise öğrencileri isteklendirmektedir (Erbaş & Demirer, 2015). Ayrıca yapılandırmacı yaklaşımda etkili bir öğrenme ortamının oluşturulabilmesi için teknolojik imkanların bu ortama dahil edilmesi gerekmektedir (Jonassen, Carr & Hsiu-Ping, 1998). Bu teknolojik imkanlardan olan sanal gerçekliğin ve artırılmış gerçekliğin müfredatın beklentisi doğrultusunda öğrenciye aktif katılım, yaparak yaşayarak öğrenme gibi fırsatlar sunmasından dolayı, önemi hızla artmaktadır.

Sanal gerçeklik, gerçek dünyanın dijital ortama taşındığı, üç boyutlu gerçek modellerden oluşan ve birey etkileşimine dayalı olarak tasarlanan ortamlardır. Sanal öğrenme ortamları bireylere gerçek dünyada ulaşılması veya yapılması zor durumlar için deneyim elde etme fırsatı verirken, soyut kavramların da somutlaştırılmasını sağlamaktadır (Bakas & Mikropoulos, 2003). Artırılmış gerçeklik ise sanal gerçekliğin bir türevi olarak ifade edilmekte (Azuma, 1997) ve gerçek dünyada bulunan nesnelerin, sanal nesnelerle etkileşime girdiği bir sanal ortam olarak tanımlanmaktadır (Zhu, Owen Li & Lee, 2004).

Sanal gerçekliğin eğitimde kullanımına yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde daha çok Kimya eğitimi, Coğrafya eğitimi gibi alanlarda yoğunlaştığı görülmektedir (Manseur, 2005). Ayrıca öğrenme ortamlarında kullanımının motivasyonu, sosyal beceri ve iletişimi artırdığına ve öğrenmeyi olumlu etkilediğine yönelik çalışmalar (Çavaş, Huyugüzel-Çavaş & Taşkın-Can, 2004; Halvorson, Ewing & Windisch, 2011; Harris & Rea, 2009; Heid & Kretschmer, 2009; Holmberg, 1997; Mishra, 2009; Özdiç, 2010) bulunmaktadır.

Çavaş vd. (2004) eğitimde kullanılan sanal gerçeklik ortamlarını incelemiş ve gruplandırmıştır:

- Etkileşim: Sanal gerçeklik ortamlarında öğrenci nesnelerle etkileşim içerisinde ve onları çeşitli açılardan inceleme ve gözlemleme şansına sahiptir.

- Öğrencinin dikkatini toplama: Yapılan çalışmalar incelendiğinde sanal gerçeklik ortamlarında öğrenciler, öğrenilmesi beklenen konuya tamamen odaklanabilmişlerdir.
- Öyküsel esneklik: Sanal gerçeklik ortamlarında problem durumları öyküsel bir özellik taşımaktadır.
- Deneysel oluşu: Sanal gerçeklik ortamlarında öğrenciler gerçekleştirdikleri etkinlikler sayesinde deneyim kazanabilmektedir.
- Duyulara önem vermesi: Sanal gerçeklik ortamlarında bulunan ses, ışık, görüntü, etkileşim gibi durumlardan dolayı öğrencilerin birden fazla duyusunu harekete geçirerek kalıcılığı artırmaktadır.

Artırılmış gerçeklik ile sınıf içerisinde kullanılan geleneksel yöntemleri karşılaştırma şeklinde yapılan çalışmalar (Freitas & Campos, 2008; Kerawalla, Luckin, Seljeflot & Woolard, 2006; Lave & Wenger, 1991; Pérez-López & Contero, 2013; Squire & Jan, 2007) artırılmış gerçekliğin öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştırdığını ve daha fazla dikkatlerini çektiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca artırılmış gerçeklik çalışmalarının eğitim alanındaki uygulamaları incelendiğinde; genel olarak teknolojinin günlük hayatla ilişkilendirildiği etkinlikler öne çıkmaktadır (Quarles vd., 2008 akt. Karal & Abdüsselam, 2015).

Alanyazın incelemesi sonucunda, matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik oluşturulacak öğrenme ortamının da şu özellikleri sağlaması gerektiği düşünülmektedir:

- Matematiksel modelleme yeterliklerinin bütüncül yaklaşımla ele alınması gerektiği düşünüldüğünden dolayı, öğrenme ortamında bu yeterlikleri ortaya çıkarmayı sağlayacak yönergelerle öğretmenlerde bu bilişsel sürecin oluşması sağlanmalıdır.
- Matematiksel modelleme etkinlikleri seçilirken bütüncül yaklaşımdan dolayı etkinliklerin bütün yeterlikleri ortaya çıkarmaya elverişli olması gerektiği düşünülmektedir. Ayrıca matematiksel modelleme ile ilk defa tanışacak bireyler olması göz önünde bulundurularak etkinlikler, basitten karmaşığa doğru sıralanmalıdır.
- Gerçek yaşam ile matematik dünyası arasında köprü kurulmasına olanak sağlayacak sınıf dışı uygulamaları içeren etkinlikler de öğrenme ortamında yer almalıdır.
- Matematiksel modellemenin öğrenme ortamına taşınması ile ilgili zorluklarda yer alan “matematiksel modelleme etkinliklerinin karmaşık yapıda olması” onu daha az kullanılabilir kılmaktadır. Bu sebeple

seçilen etkinliklerin karmaşıklığından ziyade açık ve farklı kademelerde kullanılabilir yapıda olması gerekmektedir. Ayrıca alanyazında bireylerin matematiksel modelleme basamakları arasındaki geçişlerde zorluklar yaşadıkları ifade edilmektedir. Dolayısıyla bireylere matematiksel modelleme süreçlerine yönelik deneyimler yaşatmak önemlidir. Böylece her alt süreç için belirlenen zorlukların ortadan kaldırılmasına olanak sağlanacağı düşünülmektedir.

- Öğrencilerin motivasyon ve ilgilerini artırmak için etkinliklerle birlikte günlük hayata dair senaryo, video, haber gibi durumlara ek olarak somut materyal kullanımı ile öğrenme ortamı dikkat çekici bir hale getirilmelidir. Ayrıca günümüz teknolojisini de dahil ederek birden çok duyu organını öğrenme sürecine katmanın kalıcılığın yanı sıra derse olan ilgiyi de artıracığı düşünülmektedir.
- Matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm süreçlerinde bireysel ve grup çalışmalarının olmasına, çalışma sonuçlarının sunulmasına, oluşturulan modellerin tartışılmasına öğrenme ortamında yer verilmelidir.

## KAYNAKÇA

- Akgün, L., Çıltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z., & Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-33.
- Akkuş, İ., & Özhan, U. (2017). Augmented reality applications in mathematics and geometry education. *Inonu University Journal of the Graduate School of Education*, 4(8), 19-33.
- Akpınar, Y.(2003). Öğretmenlerin yeni bilgi teknolojileri kullanımında yükseköğretimin etkisi: İstanbul okulları örneği, *The Turkish Online Journal of Educational Technology (TOJET)*, 2(2), 79-96.
- Alkan, C. (2005). *Eğitim teknolojisi*: Anı Yayıncılık.
- Arcavi, A. (2002). The everyday and the academic in mathematics. Brenner, M.E. and Moschkovich, J.N. (Ed.). *Everyday and Academic Mathematics in the Classroom*, (s. 12-29). Virginia: National Council of Teacher of Mathematics. <https://doi.org/10.2307/749962>
- Ata-Baran, A. (2019). *Matematiksel modellemeye dayalı bir öğretim deneyinde sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlıklarının ve duyuşsal alan özelliklerinin incelenmesi*. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 544416).
- Aydın-Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 381105).
- Aydın-Güç, F., & Baki, A. (2016). Matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme ve değerlendirme yaklaşımlarının sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(3), 621-645.
- Aydoğan-Yenmez, A. (2017). Teknolojinin matematiksel modelleme sürecine etkileri. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, (26), 602-646.
- Azuma, R. (1997). A survey of augmented reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6, 355-385.
- Babacan (2014). *Dokuzuncu sınıf İngilizce dersi öğretim programının bütüncül eğitime göre değerlendirilmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 431417).
- Bakas, C. & Mikropoulos, T. A. (2003). Design of virtual environments for the comprehension of planetary phenomena based on students' ideas. *International Journal of Science Education*, 25, 949-467.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretmenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: BİTAV-Ceren Yayın Dağıtım.

- Bal, A. P., & Doğanay, A. (2014). Sınıf öğretmenliği adaylarının matematiksel modelleme sürecini anlamalarını geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14 (4), 1363-1384.
- Baykul, Y. (2003). *İlköğretimde Matematik Öğretimi: 1-5 Sınıflar için*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Berry, J., & Houston K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners*. Unpublished Master Thesis, Stellenbosh University, Stellenbosh.
- Biccard, P., & Wessels D. C. J. (2011). Documenting the development of modelling competencies of grade 7 mathematics students. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 375- 383). New York: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2\\_37](https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_37).
- Biembengut, M.S., & Hein, N. (2013). Mathematical modeling: Implications for teaching. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. 481-490
- Bilgili, S. (2022). *Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 765372)
- Bilgili, S., & Çiltaş, A. (2019). Similarity and differences in visuals in mathematical modeling of primary and secondary mathematics teachers. *International Journal of Eurasia Social Sciences*. 10(35). 334-353.
- Blomhøj, M. (2007). Developing mathematical modelling competency through problem based project work - experiences from roskilde university. *Philosophy and Science Teaching Conference*.
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling - Categorising the TSG21 papers. In M. Blomhøj & S. Carreira (Eds.), *Mathematical Applications and Modelling in The Teaching and Learning of Mathematics*. 1-17. Roskilde University: Department of Science, Systems and Models, IMFUFA.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applica-*



- tions in *Mathematics Education*. 45-56. New York: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3)
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching - A review of arguments and instructional aspects. In M. Niss, W. Blum, and I. Huntley (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (ss. 10-29). England: Ellis Horwood.
- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im mathematikunterricht – trends und perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, 23, 15-38
- Blum, W. (2002). Applications and modelling in mathematics education - Discussion document. ICMI Study 14: *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171. <https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1) 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do teachers deal with modeling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. 222–231. Chichester: Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects. State, *Trends and Issues in Mathematics Instruction. Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Bonotto, C. (2001). How to connect school Mathematics with students' cut-of-school knowledge. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(3), 75-84. <https://doi.org/10.1007/BF02655698>
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86 – 95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Brand, S. (2014). Effects of a holistic versus an atomistic modelling approach on students' mathematical modelling competencies. In C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of The Joint Meeting of PME 38 And PME-NA 36*, Vol. 2 (pp. 185-191). Vancouver, Canada: PME.
- Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30(1), 19-36. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrq015>
- Bukova- Güzel, E. (2015). *Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme*. (1.baskı). Ankara: Pegem.

- Cinislioğlu, B. (2017). *Matematiksel modelleme yöntemi ile doğrusal denklemler konusunun öğretiminin ortaokul üçüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarısına etkisi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 480360)
- Crouch, R., & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: Transitions between the real world and mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), 197-206. <https://doi.org/10.1080/00207390310001638322>
- Çakmak-Gürel, Z. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi. Doktora Tezi.
- Çavaş, B., Huyugüzel Çavaş, P., & Taşkın Can, B. (2004). Eğitimde sanal gerçeklik. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(4), 110-116.
- Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmenleri adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 301126)
- Çiltaş, A. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme etkinliği oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Route Educational and Social Science Journal*, 2(4), 332-344. <https://doi.org/10.17121/ressjournal.415>
- Deniz, D. & Akgün, L. (2018). Matematiksel modellemenin matematik öğretmeni adaylarının matematik, matematiğin öğretimi ve öğrenimine yönelik inançları üzerindeki etkisinin incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(18). 19-25.
- Doerr, H., & Ärleback, J. B. (2015) Fostering students' independence in modelling activities. *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Charles University in Prague, Faculty of Education; ERME*, pp.855-861.
- Doruk, B. K. (2012). İletişim Becerisinin Gelişimi İçin Etkili Bir Araç: Matematiksel Modelleme Etkinlikleri . *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi* , 1(1) , 1-12 .
- Dost, Ş. (2019). *Matematik Eğitiminde Modelleme Etkinlikleri*. (1. Baskı) Ankara: Pegem
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.
- Erbaş, Ç., & Demirel, V. (2015). Mobil artırılmış gerçeklik uygulamalarının incelenmesi ve eğitimsel açıdan değerlendirilmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(3), 802-813.

- Erdemir, N., Bakırcı, H. ve Eyduran, E. (2009). Öğretmen adaylarının eğitimde teknolojiyi kullanabilme özgüvenlerinin tespiti. *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, 6(3), 99-108.
- Eric, C. C., Dawn, N. K., Wanty, W., and Seto, C. (2012). Assessment of primary 5 students' mathematical modelling competencies. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 35(2), 146-178.
- Freitas, R., & Campos, P. (2008). SMART: a System of Augmented Reality for Teaching 2 nd grade students. In *Proceedings of the 22nd British HCI Group Annual Conference on People and Computers: Culture, Creativity, Interaction*, 2, 27-30. British Computer Society.
- Frejd, P., & Ärlebäck, J. B. (2011). First results from a study investigating Swedish upper secondary students' mathematical modelling competencies. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 407–416). Springer: New York.
- Fu, J., & Xie, J. (2013). Comparison of mathematical modelling skills of secondary and tertiary students. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice. international perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 165-173). New York: Springer. doi: 10.1007/978-94-007-6540-5\_14
- Galbraith, P., & Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models – Meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 137-163.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*. 38(2), 143-162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*. 1(2), 155-177. [https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102\\_4](https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102_4)
- Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-129. <https://doi.org/10.1023/A:1003749919816>
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classroom: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7, 293- 307. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00006-6](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00006-6)
- Grünewald, S. (2012). Acquirement of modelling competencies – First results of an empirical comparison of the effectiveness of o holistic respectively an atomistic approach to the development of (metacognition) modelling

- competencies of students. *12th International Congress on Mathematical Education Program*. COEX, Seoul, Korea.
- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 20(3), 129-138. <https://doi.org/10.1093/teamat/20.3.129>
- Halvorson, W., Ewing, M., & Windisch, L. (2011). Using Second Life to teach about marketing in Second Life. *Journal of Marketing Education*, 33, 217-228.
- Harris, L. and Rea, A. (2009) Social networks: The future of marketing for small business. *Journal of Business Strategy*, 30, 24-31.
- Heid, S., & Kretschmer, T. (2009). LLL3D's contribution to teaching and learning with 3-D MUVES in higher education. *British Journal of Educational Technology*, 40(3), 568-571.
- Henning, H., & Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. In W. Blum, P.L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modeling and applications in mathematics education (ICMI 14)* (pp. 225–232). New York: Springer.
- Hidroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve Düşünme Süreçleri Üzerine Bir Açıklama*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Hidroğlu, Ç. N., & Özkan Hidroğlu, Y. (2016). *Modelleme yaklaşımlarına bütüncül bir bakış ve yeni bir öğrenme modeli önerisi: HTTM modeli ve kuramsal temeli*. Ö. Demirel & S. Dinçer (Eds), Eğitim bilimlerinde yenilik ve nitelik arayışı, (ss. 1109-1142) içinde. Ankara: Pegem Akademi.
- Holmberg, B. (1997). Distance education theory again. *Open Learning: The Journal of Open, Distance and e-Learning*, 12(1), 31-39.
- Huang, C. H. (2011). Assessing the modelling competencies of engineering students. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(3), 172-177.
- Işık, N. (2016). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilkökul 4. sınıfta sayılar öğrenme alanına ilişkin zorluk algısı ve başarıya etkisi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 430676)
- Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K., & Neil, N. (2003). Assessing the impact of teachings mathematical modeling: Some implications. In S. J. Lamon, W. A. Parker, and K. Houston (Eds.), *Mathematical Modelling: A Way of Life*. 165-177. Chichester: UK:Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099549.4.165>
- İncikabı, S. (2020). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine ve öğretim deneyimlerine yansımalarının araştırılması*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 625340).

- Ji, X. (2012, July). A quasi-experimental study of high school students' mathematics modelling competence. *12. International Congress on Mathematical Education*. Korea: Seoul.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling Education, Engineering And Economics*. 110-119. Chichester: Horwood. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.3.110>
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom problems and opportunities. *New ICMI studies series*, 10, 99.
- Kaiser, G., & Schwartz, B. (2006) Mathematical modeling as a bridge between school and university. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 196 – 208. <https://doi.org/10.1007/BF02655889>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310. doi: 10.1007/BF02652813
- Kaiser, G., Schwarz, B., & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 433- 444). New York: Springer. doi: 10.1007/978-1-4419-0561-1\_37.
- Karal, H., & Abdüsselam, S.M. (2015) *Artırılmış Gerçeklik* (Ed. Akkoyunlu, B. İşman, A. Odabaşı, F. H.). Eğitim Teknolojileri, Ankara, 150-174
- Kerawalla, L., Luckin, R., Seljeflot, S., & Woolard, A. (2006). "Making it real": exploring the potential of augmented reality for teaching primary school science. *Virtual Reality*, 10(3-4), 163-174
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 221516).
- Korkmaz, H. (2014). *An investigatoin of prospective secondary mathematics teachers' thinking about mathematical modeling and pedagogy of modeling throughout a modeling course*. Doktora Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Kotze, H. (2018). Competencies in mathematical modelling tasks: An error analysis. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(8). 1-12.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. NY: Cambridge University Press.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003). Foundations of model and modelling perspectives on mathematic teaching and learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modelling Perspectives on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving*. 3-33. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 211–233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9680000>
- Lingefjård, T. (2002). Mathematical modeling for preservice teachers: a problem from anesthesiology, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 117-143. <https://doi.org/10.1023/A:1021122431218>
- Lingefjård, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM- Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 38(2), 96-112. <https://doi.org/10.1007/BF02655884>
- Lingefjård, T., & Holmquist, M. (2005). To assess students' attitudes, skills and competencies in mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 123-133. <https://doi.org/10.1093/teamat/hri021>
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among chinese and german students. *Journal for Didactics of Mathematics*, 31 (1), 77-97.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt Für Didactik Der Mathematic*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Maaß, K. (2007). Modelling tasks for low achieving students – first results of an empirical study. In D. Pitta-Pantazi, and G. Philippou (Eds.), *Proceedings of The Fifth Congress of The European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2120-2129).
- Manseur, R., 2005, Virtual reality in science and engineering education, *35th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference*, Indianapolis.
- Mischo, C., & Maaß, K. (2012). Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on performance in mathematical modelling. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(7), 3-19
- Mishra, S. (2009). *Virtual worlds*. In S. Mishra (Ed.), *E-Learning* (pp. 110-113). New Delhi: Indira Gandhi National Open University.
- Özdemir, E., & Üzel, D. (2013). A case study on teacher instructional practices in mathematical modeling. *The Online Journal of New Horizons in Education*, 3(1), 1-14.
- Özdingç, F. (2010). *Üç boyutlu çok kullanıcı sanal ortamların oryantasyon amaçlı kullanılması*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara
- Perez-López, D. P., & Contero, P. (2013). Delivering educational multimedia contents through an augmented reality application: A case study on its impact on knowledge acquisition and retention. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 12(4), 19-28
- Perk, E. (2019). Fonksiyonlar konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin meslek lisesindeki öğrenci başarısına etkisi. (Yüksek lisans



- tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 556108).
- Plath, J., Leiss, D., & Schwippert, K. (2014). Characteristics of comprehension processes in mathematical modelling. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl, and D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (6, pp. 198). Vancouver, Canada: PME.
- Ramos-Rodríguez, E., Fernández-Ahumada, E., & Morales-Soto, A. (2022). Effective teacher professional development programs. A case study focusing on the development of mathematical modeling skills. *Education Science*. 12(2). <https://doi.org/10.3390/educsci12010002>
- Rensaa, R. J. (2011). A task based two-dimensional view of mathematical competency used to analyse a modelling task. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 19 (2), 37-50.
- Sağırılı, M. Ö. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin orta-öğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 279272).
- Schmidt S. J. (2011) From objects to processes: A proposal to rewrite radical constructivism. *Constructivist Foundations* 7(1), 1-9 & 37-47. <http://constructivist.info/7/1/001>
- Schönbrodt, S., Wohak, K., & Frank, M. (2022). Herramientas digitales para la modelización matemática colaborativa en línea. *Modeling in Science Education and Learning*. 15(1), 151-174.
- Schwarz, B., & Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling in school-experiences from a project integrating school and university. In D. Pitta-Pantazi, and G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2180-2189).
- Seferoğlu, S.S. (2006). *Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı* (1.baskı). Ankara: Pegem.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2), 105-112.
- Sevinç, Ş., & Melek, Z. (2020). Investigation of individual and group development of prospective mathematics teachers in modeling activity. *Başkent University Journal Of Education*. 7(1), 1-19.
- Siller, H. S., & Greefrath, G. (2010). *Mathematical modelling in class regarding to technology*. In Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, S. and Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2136-2145). France: Lyon.

- Squire, K. D., & Jan, M. (2007). Mad city mystery: Developing scientific argumentation skills with a place-based augmented reality game on handheld computers. *Journal of Science Education and Technology*, 16(1), 5-29.
- Stillman, G. (2012). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt? *12th International Congress on Mathematical Education Program*. COEX, Seoul, Korea. [https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME12/www.icme12.org/upload/submission/1923\\_F.pdf](https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/Conferences/ICME/ICME12/www.icme12.org/upload/submission/1923_F.pdf) sayfasından 10.01.2022 tarihinde edinilmiştir.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In J. Watson & K. Beswick, (Eds.). *Mathematics: Essential research, essential practice* (pp. 691-700). Australia: Merga.
- Şen-Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 341056).
- Tekin-Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Tong, D. H., Loc, N. P., Uyen, B. P., & Giang, L. T. (2019). Developing the competency of mathematical modelling: A case study of teaching the cosine and sine theorems. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(11), 18-37
- Törner, G. (2002). Mathematical beliefs - a search for a common ground. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* 73-94. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Türker, B., Sağlam, Y., & Umay, A. (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4622-4628. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.740>
- Van Amerom, B. (2002) *Reinvention of early algebra* - Developmental research on the transition from arithmetic to algebra. Utrecht: CD-b Pres.
- Zhu, W., Owen, C., Li, H. & Lee, J.-H. (2004). Personalized in-store e-commerce with PromoPad: an augmented reality shopping assistant. *Electronic Journal for E-commerce Tools and Applications*, 1(3), 1-19.