

Genişletici Politikalarda Mekansal Etkiler

Sinan Yıldırım

Genişletici Politikalarda Mekansal Etkiler

Sinan Yıldırım



Published by

Özgür Yayın-Dağıtım Co. Ltd.

Certificate Number: 45503

📍 15 Temmuz Mah. 148136. Sk. No: 9 Şehitkamil/Gaziantep

☎ +90.850 260 09 97

📞 +90.532 289 82 15

🌐 www.ozgurayinlari.com

✉ info@ozgurayinlari.com

Genişletici Politikalarda Mekansal Etkiler

Spatial Effects in Expansionary Policies

Sinan Yıldırım

Language: Turkish

Publication Date: 2023

Cover design by Mehmet Çakır

Cover design and image licensed under CC BY-NC 4.0

Print and digital versions typeset by Çizgi Medya Co. Ltd.

ISBN (PDF): 978-975-447-653-8

DOI: <https://doi.org/10.58830/ozgur.pub159>



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0). To view a copy of this license, visit <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>
This license allows for copying any part of the work for personal use, not commercial use, providing author attribution is clearly stated.

Suggested citation:

Yıldırım, s., (2023). *Genişletici Politikalarda Mekansal Etkiler*. Özgür Publications.

DOI: <https://doi.org/10.58830/ozgur.pub159>.

License: CC-BY-NC 4.0

Bu kitap, "Mekânsal Panel Veri Ekonometrisi: Avrupa'da Kamu Harcamalarının Ekonomik Büyüme Üzerindeki Etkisi" isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

The full text of this book has been peer-reviewed to ensure high academic standards. For full review policies, see <https://www.ozgurayinlari.com/>

 **ÖZGÜR**
YAYINLARI

İçindekiler

Kısaltmalar	v
Giriş	1
1. Mekânsal Ekonometrik Çözümleme	5
1.1. Mekânsal Ekonometriye Giriş	5
1.1.1. Mekânsal Etkileşim	5
1.1.2. Mekânsal Ağırlık Matrisinin Oluşturulması	7
1.1.3. Mekânsal Gecikmeler	12
1.1.4. Mekânsal Bağımlılığın Testi	14
1.2. Mekânsal Regresyonlar	15
1.2.2. Mekânsal Hata Modeli	21
1.2.3. Genel Mekânsal Model	25
2. Panel Veri Çözümlemesi	29
2.1. Panel Veriler	29
2.2. Panel Veriyle Çalışmanın Üstünlükleri ve Zayıflıkları	29
2.3. Panel Veri Regresyon Biçimleri	31
2.3.1. Sabit Etkiler Çözümlemesi	31
2.4. Hausman Sınaması	37
3. Mekânsal Panel Veriler	39
3.1. Havuzlanmış Mekânsal Gecikme Modeli	40
3.2. Havuzlanmış Mekânsal Hata Modeli	42
3.3. Mekânsal Sabit Etkiler Çözümlemesi	43
3.3.1. Sabit Etkili Mekânsal Gecikme Modeli	43
3.3.2. Sabit Etkili Mekânsal Hata Modeli	45
3.4. Mekânsal Rassal Etkiler Çözümlemesi	46
3.4.1. Rassal Etkili Mekânsal Gecikme Modeli	47
3.4.2. Rassal Etkili Mekânsal Hata Modeli	48
3.4.3. Rassal Etkili Genelleştirilmiş Mekânsal Hata Modeli	51

3.5.Mekânsal Panel Çözümleme İçin Sınamalar	52
3.5.1. Lagrange Çarpan Sınamaları	52
3.5.2. Mekânsal Paneller İçin Hausman Sınaması	53
4. Uygulama	55
4.1. Literatür	56
4.2. Veri	59
4.3. Bulgular	60
4.3.1. Panel Veri Çözümlenmeleri	60
4.3.2. Mekansal Panel Veri Çözümlenmeleri	62
4.3.3. Lagrange Çarpan Sınamaları	70
Sonuç	73
Kaynakça	75
Ekler	79

Kısaltmalar

EÇO:	En Çok Olabilirlik
EKK:	En Küçük Kareler
GEKK:	Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
GMM:	Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GSYİH:	Gayri Safi Yurt İçi Hasıla
HUK:	Hükümet Harcamaları
İKO:	İşgücüne Katılım Oranı
KBG:	Kişi Başı Gelir
LÇT:	Lagrange Çarpan Testi
LRT:	Likelihood Ratio Test
RE:	Rassal Etkiler
SE:	Sabit Etkiler
SEKK:	Sıradan En Küçük Kareler
SAR:	Spatial Autoregressive
UGEKK:	Uygulanabilir Genelleştirilmiş En Küçük Kareler

Giriş

Hükümetlerin maliye politikalarında araç olarak kullandıkları kamu harcamalarının ekonomik büyüme üzerindeki etkisi her zaman merak konusu olmuştur. Bu konuda en bilindik husus Wagner yasasıdır. Wagner, kamu harcamalarındaki artışın ekonomik büyümedeki artıştan daha hızlı olduğunu ortaya koymuştur (Wagner, 1880). Yani ekonomik büyümeden kamu harcamalarına doğru bir nedenselliğin varlığı söz konusudur. Ancak bu çalışmada tam tersi yönde nedensellik aranmaktadır. Bağımlı değişken ekonomik büyüme, mekânsal etkileşim de dikkate alınarak kamu harcamaları tarafından açıklanmak istenmektedir.

Klasik iktisatçılar ile Keynesyen iktisatçıların ayrıldığı temel nokta da kamu harcamalarının ekonomik çıktı düzeyi üzerindeki etkisidir. Klasik iktisatçılar, devletin ekonomiye sınırlı müdahalesinden yanadır. Devlet sadece temel işlevlerini yerine getirmeli ve başka bir şeye müdahale etmemelidir. Çünkü Klasiklere göre kamu sektörü hantal çalışmaktadır ve kamu sektörünün piyasaya girişi özel sektörü dışlamaktadır. 1929 Dünya ekonomik kriziyle beraber, para ve maliye politikalarıyla, ekonomik durgunluk süreçlerinin atlatılabildiği görülmüş ve klasik anlayış genel olarak terk edilmiştir. Buna göre devlet, ekonomiye müdahale ederek tam istihdamda olmayan bir ekonomiyi tam istihdam düzeyine taşıyabilir (Keynes, 1936).

Kuşkusuz para talebinin faize duyarlılığının yatırımların faize duyarlılığından yüksek olduğu ekonomilerde, maliye politikaları para politikalarından daha etkin olacaktır. Zaten likidite tuzağı durumunda para politikası etkisizdir. Devlet, maliye politikası araçları olan kamu harcamaları, transfer ödemeleri ve vergiler ile toplam talebi değiştirmek suretiyle enflasyonu düşürme ve tam istihdamı sağlama gibi politikalarını

gerçekleştirmek ister. Bu kitapta sadece kamu harcamalarının milli gelir seviyesine olan etkisi incelenecektir.

Kamu harcamaları, bir arada yaşayan insan topluluğunun ortak ihtiyaçlarını gidermek için yapılan bazı harcamalardır. Bu harcamalar, Maliye Bakanlığı konsolide bütçe harcamalarındaki sınıflandırma ile, kamu nihai mal ve hizmet harcamalarını gösteren cari harcamalar, yatırım harcamaları ve transfer harcamalarıdır. Etüt proje giderleri, tesis onarım giderleri ve makine teçhizat alım ve onarımları yatırım harcamalarına girerken, üretime katkısı bulunmayan ve karşılığında mal ve hizmet alımı yapılmadan ödeme yapılanlar ise transfer harcamalarına girmektedir (Yılmaz & Kaya, 2005). Bu kitapta cari harcamalar olan kamu nihai mal ve hizmet alımı harcamaları ele alınacaktır.

İster kamu harcamalarıyla olsun isterse vergi veya sübvansiyon kanalıyla, genişletici bir maliye politikası ilk olarak kamu harcamaları çarpanı ile milli geliri artırır. Yükselen milli gelir, para talebi işlevi aracılığıyla reel para talebini artıracığından, faiz oranı yükselecektir. Bunun neticesinde yükselen faiz, yatırım fonksiyonu ile tekrar mal piyasasını etkiler. Milli gelir bir miktar düşer ve dengeye ulaşır. Genişletici maliye politikalarının, bir miktar faiz artışına sebep olup bunun da özel sektör yatırımlarını azaltmasına özel sektörü dışlama etkisi denmektedir. Genişletici maliye politikaları, faizlerin düşebileceği en son noktaya geldiği durum olan likidite tuzağı durumunda çıktı düzeyi üzerinde tam etkiye sahipken, klasik iktisatçıların savunduğu yatırım tuzağı durumunda, yani genişletici maliye politikalarının özel sektör üzerinde tam dışlamaya neden olduğu durumda hiçbir etkiye sahip olmayacaktır (Bocutoğlu, 2011).

Ekonomik anlamda çıktı düzeyini artırıcı politikalar yapılmadan önce, çıktı düzeyinin nasıl hesaplandığına da bakılmalıdır. Eğer çıktı düzeyi nominal GSYİH ile hesaplanmaktaysa bu durumda fiyatlar genel seviyesindeki artışlar gerçekte artmamasına rağmen GSYİH düzeyinin arttığı yorumuna neden olabilir. Ancak Reel GSYİH ile yani belli bir yılın fiyatları baz alınarak hesaplanan GSYİH ile yapılan hesaplamalarda, ekonomik büyüme hızı daha gerçekçi hesaplanır. Fakat bu hesaplar ekonominin bütünü için yapılan hesaplardır. Reel GSYİH toplam nüfusa bölünürse, bu durumda kişi başı GSYİH hesaplanır. Toplumsal refahın ölçülmesinde bu şekilde toplumun tamamının değil bireylerin gelirlerine bakılmalı, kişi başı GSYİH hesaplanmalıdır. Bu kitapta kişi başı GSYİH büyümesi kullanılmıştır.

İster panel veri olsun isterse yatay-kesit veri olsun, bir çözümlemede yatay-kesitler birbirlerine yakınlıkları ve uzaklıkları, birbirlerine sınırı olup olmadığı tespit edilebilen coğrafi bölgelerden oluşuyorsa (ülke, il, bölge

gibi) bu durumda mekânsal ekonometrik yöntemlerle çalışma yapılmalıdır. Coğrafi bölgelerin mekânsal etkileşimi parametrelerin mekândan mekâna farklılık gösterdiği mekânsal değişkenlik şeklinde ortaya çıkıyorsa her biri için ayrı model kurulabilir. Fakat mekânsal etkileşim, mekânsal bağımlılık şeklinde ortaya çıkıyorsa kurulacak modellerde mekânsal otokorelasyonu da dikkate almak gerekmektedir. Çünkü eğer birbirine komşu olan birimler, birbirini bir şekilde etkiliyorsa ve bu durum model dışında tutulursa, tahminler tam olarak gerçeği yansıtmayacaktır.

Bu çalışmanın amacı, Avrupa ülkelerinde işgücüne katılım oranı ile hükümet harcamalarının kişi başı Gayri Safi Yurt İçi Hâsıla büyümesi üzerindeki etkilerini mekânsal bağımlılıkları da dikkate alarak belirlemektir.

Birinci bölümde mekânsal ekonometrik yöntemler, yatay-kesit veri için genel anlamda tanıtılmıştır. Mekânsal etkileşim kavramı açıklanmış, mekânsal değişkenlik ile mekânsal bağımlılık kavramlarından bahsedilmiştir. Mekânsal bağımlılığın kullanılan ekonometrik modele dâhil edilmediği fakat modeldeki mekânsal otokorelasyon konusunda bir sonuca varılmasını sağlayan istatistikler tanıtılmıştır. Düzenli ve düzensiz kafes durumları altında sınırlara dayalı kale, fil, vezir, yarıçap komşulukları ve uzaklığa dayalı mekânsal ağırlık matrisleri anlatılmıştır. Sonrasında mekânsal bağımlılığın modellendiği mekânsal gecikme, mekânsal hata ve genel mekânsal model ve bu modellerin olabilirlik fonksiyonları, tahmin yöntemleri ve hipotez testleri anlatılmıştır.

İkinci bölümde, mekânsal panel veri ekonometrisine geçmeden önce anlatılması gerekli görülen panel veri analizinden bahsedilmiştir. Panel veri ile çalışmanın yararları ve sakıncalarından bahsedildikten sonra panel veri çeşitleri ve bunların çözüm yöntemleri ile bunlar arasında tercih yapmak için kullanılan hipotez testleri anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde 1. ve 2. bölümde ön hazırlığı yapılan mekânsal panel veri ekonometrisi anlatılmıştır. Havuzlanmış veri ile mekânsal etkiler gösterildikten sonra mekânsal gecikme ve mekânsal hata modelleri, ardından mekânsal gecikme ve mekânsal hata modellerinin sabit, rassal ve genelleştirilmiş rassal etkili halleri ve bunların hipotez testleri anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde, 21 Avrupa ülkesine ait hükümet harcamalarının yıllık büyümesi, işgücüne katılım oranı ve kişi başı GSYİH büyümesi değişkenleri 1997-2016 döneminin yıllık verisi kullanılarak mekânsal ve mekânsal olmayan panel veri analizleri ile incelenmiştir. Çeşitli istatistiklerle uygun olan model tespit edilmiştir. Ardından tüm bulgular yorumlanmıştır.

Sonuç bölümünde uygulamanın genel hatları anlatıldıktan sonra, amacı, bulguları ve öneriler anlatılmıştır. Avrupa’da ekonomi politikası şekillendirenlere önerilere yer verilmiştir.

Mekânsal Ekonometrik Çözümleme

Mekânsal ekonometrik çözümleme bölümünde mekânsal ekonometrinin kavranmasından, ne için kullanıldığından, mekânsal etkilerin nasıl modellendiğinden, mekânsal ağırlık matrisinin nasıl oluşturabileceğinden ve mekânsal regresyon biçimlerinden bahsedilecektir.

1.1. MEKÂNSAL EKONOMETRİYE GİRİŞ

1.1.1. Mekânsal Etkileşim

Bir ekonometrik regresyon modelinde eğer yatay kesitler kıta, ülke, şehir gibi coğrafi konumlardan oluşmaktaysa ve bu yerleşimlerin regresyon modeli bağımlı değişkeni üzerinde ve/veya hata terimleri varyansı üzerinde birbirine yakınlık durumuna göre bir etkileri varsa; bu durumda bu etkileri göstermek ve modellemek için mekânsal ekonometrik yöntemler kullanılmalıdır.

İlgilenilen mekânsal veri zaman serisi bile olsa mekânsal otokorelasyonu vurgulamak gerekmektedir. Ancak yatay-kesitleri oluşturan mekânların birbirine komşuluk durumu dikkate alınmadıysa bu durumda veri mekânsal olarak tasnif edilse bile mekânsal veri analizinden söz edilemez (Fischer & Wang, 2011).

Mekânsal veri için etkileşim iki türlü meydana gelir: mekânsal bağımlılık ve mekânsal değişkenlik. Komşu mekâna bağlı olarak meydana gelen değişimler mekânsal bağımlılığı gösterir. Mekânsal değişkenlik ise, coğrafi konumlara göre değişen parametreleri ifade eder.

Mekânsal bağımlılık, Anselin'in ifadesiyle bir yerde ne olduğuyla başka bir yerde ne olduğu arasındaki fonksiyondur (Anselin, 1988). Yani mekânsal

bağımlılık, birbirine komşuluğu bulanan mekânlar arasındaki birbirini etkileme durumunu ifade eder.

Mekânlar arası farklılık, hem mekânsal bağımlılık hem de mekânsal değişkenlik durumunda mevcuttur. Ancak mekânsal bağımlılıkta bu farklılık mekânların birbirine komşuluk derecesine bağlıdır ve bu bağ fonksiyonel bir ilişki oluşturur. Mekânsal değişkenlikte ise mekânlar arası farklılık herhangi bir şeye bağlı değildir. i ve j i -inci ve j -inci mekânları göstermek üzere mekânsal bağımlılığı formüle edecek olursak:

$$y_i = f(y_j) \quad , i = 1, \dots, n \quad i \neq j \quad (1.1)$$

Mekânsal bağımlılık genelde iki tür sebepten kaynaklanır: ölçme hataları ve modelleme hatası. Ülkeler, eyaletler vs. gibi mekân farklılıkları ölçme hatalarına yol açabilir. Örneğin istihdamla alakalı bir çalışma yapılırken kişinin yaşadığı şehir baz alındığında, işgücünün mobilitesi dikkate alınmaz.

Modelleme hatası ise sosyo-demografik, ekonomik ve bölgesel aktivitelerden kaynaklanabilir. Bölgesel bilim dalları insan coğrafyasına ve pazar aktivitelerine dayanmaktadır. Dolayısıyla mekânsal etkileşimler ve yayılma etkileri modelleme hatasına sebep olabilmektedir (LeSage J. P., 1999).

Mekânsal bağımlılık, bağımlı değişken üzerindeki mekânsal bağımlılığın modellendiği, mekânsal gecikme ve hata terimlerindeki mekânsal bağımlılığı dikkate alan mekânsal hata modelleriyle ele alınmaktadır (Bell & Bockstael, 2000). Kurulacak herhangi bir modele yapılacak tanımlayıcı testlerle hangi regresyon modelinin kullanılacağına karar verilmektedir.

Mekânsal değişkenlik, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken değerleri üzerindeki etkisini gösteren katsayıların veya regresyon hatalarının mekândan mekâna değiştiğini ve bu değişimin mekânlar arası bir bağıntı içerisinde olmadan rastgele olduğu durumdur. Katsayıların mekândan mekâna değişmesi durumu yapısal durağan olmama durumu şeklinde ifade edilebilir. Formüle dökülecek olursa mekânsal değişkenlik:

$$y_i = X_i \beta_i + \varepsilon_i \quad (1.2)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada i indisi i -inci mekânı, X_i ($1 \times k$) boyutundaki bağımsız (açıklayıcı) değişken vektörünü, β_i parametre matrisini ve ε_i de sıfır ortalamalı sabit varyanslı stokastik hata terimini ifade etmektedir.

Yapısal durağan olmama şeklindeki mekânsal değişkenliğin yanında, mekândan mekâna değişen hata terimleri varyansı da mekânsal değişkenliği gösterir. Örneğin kentsel alanlar farklı yüzölçümü ve şekle sahip olabilir.

Ayrıca farklı mekânlar için farklı nüfus ve farklı gelir seviyeleri mevcuttur. Buna bağlı olarak dışlanmış değişken ya da değişkenler ve spesifikasyon hataları kurulacak denklemin hata terimleri varyansını değiştirebilmektedir. Ekonometrik teoride mekânsal değişkenlik, Anselin'in ifade ettiği gibi değişen parametreler, rastgele katsayılar ve switching regresyon gibi yapısal değişimlerin çeşitli formlarıyla çözümlenebilir (Anselin, 1988).

Mekânsal bağımlılık durumunda yaygın olan bu bağımlılığın kurulan modele dâhil edilmesidir. Böylesi çalışmalarda yaygın olarak kullanılan yöntemler: Mekânsal gecikme, mekânsal Durbin, mekânsal hata modelleri ve genel mekânsal modeldir.

1.1.2. Mekânsal Ağırlık Matrisinin Oluşturulması

Mekânsal veriler nokta veri, jeo-istatistiksel veri, alan verisi ve mekânsal etkileşim verisi diye sınıflandırılabilir. Hastalıklı ağaçların mekânsal analizi nokta veriye, sıcaklıklar ve atmosfer kirliliği jeo-istatistiksel veriye, GSYİH farklılıklarının ülkeden ülkeye analizi alan verisine ve uluslararası karşılıklı ticaret miktarları da etkileşim verisine örnek teşkil edebilir (Fischer & Wang, 2011). Bu durumda nokta veri sıfır boyutluyken; sokakları, caddeleri ve tren yollarını içeren veriler tek boyutlu ve alan verisi iki boyutlu olur (Haining, 2003). Tüm bu mekânsal verilerin birbirlerine olan komşuluk durumu, geleneksel olarak mekânsal ağırlık matrisi ile yapılmaktadır.

Mekânsal ağırlık matrisi niteliksel yakınlık durumunun niceliğe dönüştürüldüğü bir matristir. Moran (1948), mekânları istenilen durum meydana geldiğinde siyah, diğer durumlarda beyaz olarak tanımlamış ve bu niteliksel değişkeni niceliğe dönüştürmek için söz konusu mekânlardan iki tane siyah mekânın birbirine sınırdas olduğu durumda 1 diğer durumlarda sıfır değerini alan bir Q_i değişkeni belirlemiştir. Bu değişkenin, mekânsal ağırlık matrisinde geleneksel olarak kullanılan 0-1 ikili değişkene benzediği görülmektedir.

Moran (1948) tarafından ortaya atılan bu kodlama Cliff ve Ord (1975) tarafından geliştirilmiştir. Cliff ve Ord, mekânsal otokorelasyonun mekânlar arası ikili komşuluklara bağlı olduğunu ve bu komşulukların 0-1 değerleri verilerek gösterilebileceğini belirtmiştir.

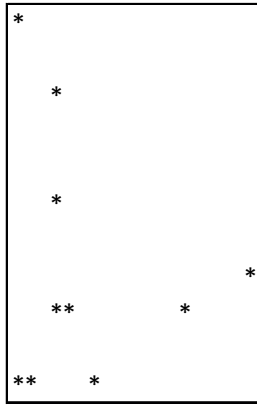
Mekânsal ağırlık matrisi, satır ve sütun sayısı birbirine ve gözlemi yapılan mekân sayısına eşit bir matristir. Her bir satır, ona simetrik olarak karşılık gelen sütunla birlikte bir mekânı temsil etmektedir. Her bir satırın eşleştiği sütundaki değer, iki mekânın ortak komşuluk gözlem değerini ifade etmektedir. Bu şekilde oluşturulan mekânsal matrislerde, komşuluk gözlemleri mekânsal ağırlık matrisinin yapısına göre belirlenir.

Mekânsal ağırlık matrisinin yapısı iyi seçilmelidir. Çünkü bazı durumlarda, mekânsal ağırlık matrisi spesifikasyonu, parametre tahmin metodları seçiminde meydana gelen farklılıklardan daha fazla farklı sonuçlara sebep olabilmektedir (Bell & Bockstael, 2000).

Ekonomik ve sosyal göstergeleri dikkate almadan sadece coğrafi yakınlığa göre oluşturulan mekânsal ağırlık matrisi, sınırlara ve uzaklıklara göre oluşturulabilir.

1.1.2.1. Sınırlara Dayalı Ağırlıklar

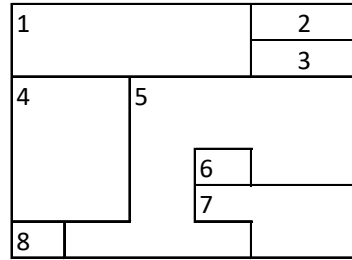
Mekânsal ağırlık matrisi oluşturulurken iki coğrafi mekânın komşu olup olmadıklarını belirleme, birbirlerine sınırı olan komşular için çeşitli şekillerde yapılabilir. Arbia (2006), komşuluk ilişkilerini aşağıdaki şekiller yardımıyla açıklamıştır.



Şekil 1.a

(1,1)	(1,2)			
(2,1)				

Şekil 1.b



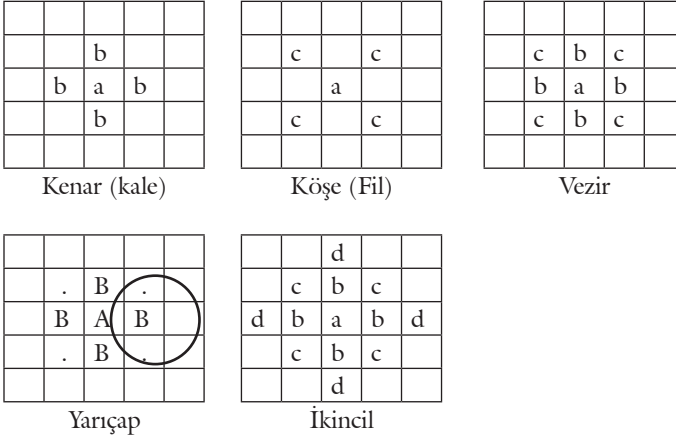
Şekil 1.c

Şekil 1. Nokta Veri, Düzenli ve Düzensiz Kafes Komşuluk İlişkileri

Şekil 1.a da mekânsal veriler nokta şeklinde gözlemlenirken, şekil 1.b düzenli kafesi, şekil 1.c ise düzensiz kafesi örneklendirmektedir. Düzenli kafes durumundaki kenar komşuluğu, köşe komşuluğu, yarıçap komşuluğu ve ikincil komşuluklar şekil 2'de verilmiştir (Anselin, 1988)

Düzenli kafes durumunda, satranç oyunundaki kale, fil ve vezirin hareket yönleri dikkate alınarak sadece kenar komşuluğu durumunda kale (rook) komşuluğu, köşe komşuluğu durumunda fil (bishop) komşuluğu, hem kenar hem köşe komşuluğu durumunda ise vezir (queen) komşuluğu şeklinde adlandırılmıştır. Önceden belirlenen bir yarıçapa sahip daire içerisinde bulunanların komşu sayıldığı durum yarıçap komşuluğudur. İkincil komşuluk durumunda ise birebir sınırdışlık değil, sınırdış olunan komşu

bölgeye komşuluk söz konusudur. Örneğin Şekil 2’de d bölgesi a bölgesinin ikinci derece komşusudur.



Şekil 2. Düzenli Kafes Durumundaki Komşuluklar

Bu yöntemlerden herhangi biriyle oluşturulan ve komşu gözlemlerin 1, diğerlerinin 0 değerini aldığı mekânsal ağırlık matrisi aşağıdaki gibidir (Fischer & Wang, 2011):

$$W_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{herhangi bir tanıma göre } i - \text{nci ve } j - \text{inci bölgeler komşuysa} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases}$$

Bu duruma örnek olarak Akdeniz Bölgesi ele alınabilir. Harf sırasına göre Akdeniz Bölgesi illeri şu şekilde yazılır: 1-Adana, 2-Antalya, 3- Burdur, 4-Hatay, 5-Isparta, 6- Kahramanmaraş, 7-Mersin, 8-Osmaniye. Bu durumda mekânsal ağırlık matrisi aşağıdaki gibi olur:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki matrister 1 numaralı il 4, 6, 7 ve 8 numaralı illerle; 2 numaralı il 3, 5 ve 7 numaralı illerle; 3 numaralı il 2, ve 5 numaralı illerle; 4 numaralı il 1 ve 8 numaralı illerle; 5 numaralı il 2 ve 3 numaralı illerle, 6 numaralı il 1 ve

8 numaralı illerle; 7 numaralı il 1 ve 2 numaralı illerle; 8 numaralı il 1, 4 ve 6 numaralı illerle komşudur. Dikkat edileceği üzere, mekânsal ağırlık matrisi simetriktir. Çünkü Antalya, Isparta'nın komşusuyorsa, Isparta da Antalya'nın komşusu olmalıdır. Bir bölge kendisiyle komşu olamayacağından matrisin köşegen elemanlarının 0 değerini alacağı aşikârdır.

Mekânsal ağırlık matrisi standartlaştırılmak istenirse, satır değerleri satır toplamına bölünmelidir. Standartlaştırmanın amacı tahmin edilmesi zor olan simetrik matrisi asimetrik hale getirmektir. Bu durumda yeni ağırlıklar aşağıdaki gibi hesaplanır (Arbia, 2006, s. 38):

$$w_{ij}^* = \frac{w_{ij}}{\sum_j w_{ij}} \quad (1.3)$$

Bu durumda satır toplamları $\sum_j w_{ij}^* = 1$ olacaktır. Böylelikle ağırlıklandırma işlemi sonucunda tüm komşuların ortalama bir değerine ulaşıldığı yorumlanabilir (Lee, 2002).

Yukarıdaki örnek için standartlaştırılmış mekânsal ağırlık matrisi ise aşağıdaki gibi olur:

$$W_{ij}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

şeklinde olur. Bu standartlaştırma sayesinde daha fazla sayıda komşuya sahip olan coğrafi birim mekânsal etkilerden daha fazla etkileniyormuş gibi görünmez. Toplam mekânsal etki komşulara eşit olarak dağıtılmış olur.

Sadece birbirine sınırı olan birimlerin komşu sayılması, Tobler kanunuyla tam olarak bağdaşmaz (Blommestein & Koper, 1997). Çünkü Tobler'e göre her şey diğer şeylerle ilişkilidir ancak yakın olanlar uzak olanlara göre daha çok ilişkilidir (Tobler, 1970). Bu yüzden karmaşık mekânsal etkileşimleri sınır ağırlıklarına göre daha çok dikkate alan uzaklığa dayalı ağırlıklar geliştirilmiştir.

1.1.2.2. Uzaklıklara Dayalı Ağırlıklar

Ağırlık matrisi oluşturulurken komşu olup olmama durumuna göre niteleyici bir değeri niceliğe çevirmek yerine iki bölgenin birbirine olan uzaklıkları ya da birbirleriyle olan sınırlarının uzaklıkları baz alınarak ağırlık matrisi oluşturulabilir.

Bu matrislere örnek olarak Cliff ve Ord (1973)'un üzerinde durduğu sınır uzunluklarına dayalı ağırlıklardan bahsedilebilir. Bu şekilde ağırlık matrisi sınır uzunluklarına dayalı olduğunda, mekânsal bölgeler aynı sınır uzunluğu toplamına sahip olmadıkça asimetrik olacaktır.

$$W_{ij} = [d_{ij}]^{-a} \cdot [\beta_{ij}]^b \quad (1.4)$$

Burada d_{ij} i-inci ve j-inci bölgeler arası mesafeyi, β_{ij} i-inci bölgenin j-inci bölgeyle olan sınırının i-inci bölgenin tüm sınırları toplamına oranını, a ve b parametreleri ifade etmektedir.

Coğrafi uzaklıkların yanı sıra taşıt yolları ile demiryolları gibi ulaşım araçlarının görece önemini dikkate alan ağırlıklandırmalar da mevcuttur (Bodson & Peeters, 1975):

$$W_{ij} = \sum_j k_j \left\{ \frac{a}{[1 + b \cdot \exp(-c_j d_{ij})]} \right\} \quad (1.5)$$

Burada k_j ulaşım araçlarının görece önemini, d_{ij} mekânsal birimler arası mesafeyi, a , b ve c ise hesaplanması gereken parametreleri göstermektedir. Böylelikle sadece komşular arası mesafe değil, bu komşuların etkileşimine sebep olabilecek ulaşım araçlarının önemi de vurgulanmış olur.

Bütün bu matrisler çeşitlendirilebilir. Ancak sıklıkla kullanılan uzaklığa dayalı ağırlıklar daha basit hesaplanabilen ağırlıklardır. Örneğin bir bölgeye en kısa mesafede olan bölgeye ya da daha önceden belirlenmiş bir mesafe sınırı içerisinde olan bölge/bölgelere de ağırlık verilebilir (Arbia, 2006, s. 37). Örneğin d^* önceden belirlenen mesafe ise:

$$W_{ij} = \begin{cases} 1 & 0 \leq d_{ij} < d^* \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (1.6)$$

veya en yakındaki bölgeye ağırlık verilmek isteniyorsa:

$$d_{ij} = \text{Min}(d_{ik}) \quad \forall i, k \quad (1.7)$$

denilebilir. Böylelikle sadece en yakındaki bölge dikkate alınmış olur. Bu durumda i ve j mekânları birbirine minimum mesafedeyse komşudurlar. Ancak mekanlar arası heterojenlik arttıkça kritik mesafeyi belirlemek zorlaşmaktadır (Fischer & Wang, 2011).

Uzaklık arttıkça, mekânsal etkinin azalacağını belirten mekânsal ağırlıklar da mevcuttur. Bu ağırlıklar aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$W_{ij} = d_{ij}^{-a} a > 0 \quad (1.8)$$

Buradaki a parametresi, mekânlar arası mesafeler arttıkça ağırlığın veya etkinin üssel olarak azalacağını belirten parametredir. Buradaki ağırlık tüm sınırdışlar için kullanılabilirliği gibi sadece d_{ij} nin önceden belirlenmiş mesafe olan d^* den küçük olduğu mekânlar için de kullanılabilir.

Ayrıca, en yakın k tane komşunun 1, diğerlerinin 0 değerini alacağı bir matris de uygulanabilir. Örneğin en yakın 6 tane komşuya 1, diğerlerine 0 değerinin verildiği bir matris gibi. Böylesi durumda tüm satır toplamları aynı değeri alacaktır. Fakat k değerinin nasıl belirleneceği konusunda kesin bir bilgi mevcut değildir (Fischer & Wang, 2011).

Bunların yanında, Öklid mesafe matrisleri de oluşturulabilir. Örneğin Öklid mesafesi ile ölçülen i ve j mekânları arasındaki uzaklığa göre eğer bu ikili aynı bölgede yer alıyorsa 1, aynı bölgenin dışındaysa 0 değerini alan bir w_{ij} değeri kullanılabilir. Ayrıca w_{ij} , nokta veri kullanıldığında örneğin aynı sokak ya da caddede olan i ve j istasyonları için 1, diğerleri için 0 değerini alabileceği gibi aynı sokakta olan i ve j için Öklid mesafesi arttıkça azalan bir değer de alabilir (Pinkse & Slade, 1998).

(1.7) eşitliğinde gösterilen ağırlık nokta veri için düşünüldüğünde, örneğin, aynı sokaktaki birbirine en yakın olan istasyonların 1, diğerlerinin 0 değerini aldığı matrisler de düşünülebilir.

1.1.3. Mekânsal Gecikmeler

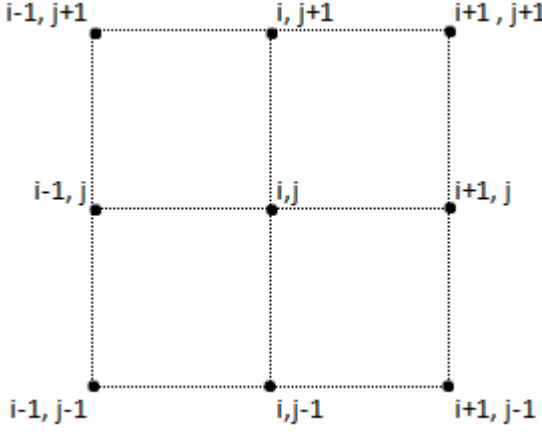
Mekânsal korelasyon ile zaman serilerinde meydana gelen otokorelasyon karşılaştırılmak istenirse, bu ikili arasında 3 temel fark olduğu görülmektedir (Pinkse & Slade, 1998). Birincisi, zaman boyutu tek yönde hareket ettiğinden basit bir serisel otokorelasyon modeli $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$ şeklinde olabilir. Buna karşılık uzayda tek boyutta bile belli bir yön veya sıra yoktur. Bu yüzden mekânsal otokorelasyonu gösteren basit tek boyutlu modelde bile y rassal değişkeni her yönden komşularıyla etkileşim halindedir.

İkincisi, coğrafik alanlardan oluşan bir uzay iki boyutludur. Zaman serilerindeki otokorelasyon ile mekânsal otokorelasyon arasındaki üçüncü fark ise zaman serilerinin genellikle belli bir aralıkla ölçülmesidir (haftalık, aylık gibi). Mekânsal veri ise nadiren düzenli kafes üzerinde ölçülmektedir.

Bu farklılıklar dikkate alındığında, zaman serilerindeki gecikme işlemcisi ile mekânsal gecikmelerin ayırımı yapmak gerekmektedir. Zaman serilerinde gecikme işlemcisi, gözlemi bir dönem ya da daha fazla dönem öncesine gitmek suretiyle hareket ettirir. Örneğin:

$$Y_{t-k} = L^k y \quad (1.9)$$

Burada y serisi k dönem geriye gider ve L , k -ıncı derece gecikme işleticisidir. Fakat mekânlar bazında bakıldığında durum değişmektedir. Çünkü birçok komşu vardır ve hangi veriye geçiş yapılacağı bilinmez. Anselin (1988: 22), düzenli kafes komşuluğu için bu durumu şöyle örneklendirmiştir:



Şekil 3. Düzenli Kafes Durumunda Mekânsal Gecikmeler

Kale komşuluğu durumunda Şekil 3'teki i, j bölgesi $x_{i-1,j}$; $x_{i,j+1}$; $x_{i,j-1}$ ve $x_{i+1,j}$ ile,

Fil komşuluğu durumunda i, j bölgesi $x_{i-1,j+1}$; $x_{i-1,j-1}$; $x_{i+1,j-1}$ ve $x_{i+1,j+1}$ ile,

Vezir komşuluğu durumunda ise bu 8 bölgenin hepsiyle komşu olacaktır. Düzensiz kafes durumunda ise gecikme işleticisinin yönlendireceği gözlemler daha da çoğalacaktır. Her yön için gecikme oluşturulmaya kalkılırsa bu durumda muhtemelen serbestlik derecesinden ötürü gözlem sayısı yetersiz kalacaktır. Bu durumu ortadan kaldırmak için değerlerin ağırlıklı toplamı kullanılır.

$$L^s x = \sum_j w_{ij} x_j \quad \forall j \in J_k \quad (1.10)$$

Burada L , mekânsal gecikme işleticisini, j indisi s mekânsal alanına ait i -inci mekânın komşularını, w_{ij} ise mekânsal ağırlık matrisini ifade etmektedir. Matris olarak gösterim ise aşağıdaki gibi olur:

$$L^s x = W_s x \quad (1.11)$$

1.1.4. Mekânsal Bağımlılığın Testi

Mekânsal bağımlılığı içeren ekonometrik modellerden önce, mekânsal bağımlılığın varlığı için geliştirilen testlerden bahsetmek gerekir. Bunlardan yaygın kullanılanları Geary ve Moran I istatistikleridir.

Geary (1954), mekânsal otokorelasyonun tespiti için komşuluk oranı istatistiğini geliştirmiştir. Komşuluk oranı istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$C = \frac{(n-1)}{2K_1} \frac{\sum_{t \neq t'} (z_t - z_{t'})^2}{\sum_r (z_r - \bar{z})^2} \quad (1.12)$$

K_1 = tüm komşulukların sayısı

\sum_r = Genel toplam

\sum' = Komşu bölgeler toplamı

n = bölge sayısı

z_t = t-inci mekânın gözlem değeri

Regresyon hatalarını mekânsal ağırlık matrisi ile formüle eden, Moran'ın ortaya attığı, Cliff ve Ord (1973)'ün geliştirdiği Moran I test istatistiği:

$$I = h \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \hat{e}_i \hat{e}_j}{\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2} \quad (1.13)$$

şekindedir (Arbia, 2006, s. 91). Burada n gözlem sayısı, $\hat{e}, \hat{e} = y_i - \beta^T x_i$ şeklinde SEKK kalıntılarını, W komşuluk matrisini göstermek üzere w_{ij} i-inci satır j-inci sütun değerini, h normalleştirme katsayısını göstermektedir. Standartlaştırılmış ağırlık matrisi kullanılırsa h katsayısı kullanılmaz. Standartlaştırılmış ağırlık matrisine W^* dersek Moran I istatistiğinin matris gösterimi aşağıdaki gibi olur:

$$I = (\hat{e}^T \hat{e})^{-1} (\hat{e}^T W^* \hat{e}) \quad (1.14)$$

Hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımıyla bu test istatistiği asimptotik olarak normal dağılmaktadır. İstatistiksel olarak anlamlı bulunan bir Moran I istatistiği negatif ise birbirinden uzaklaşan değerlerin, pozitif ise birbirine yaklaşan değerlerin belli bölgelerde yoğunlaştığını (kümelendiğini) gösterir.

Geary ve Moran I istatistikleri mekânsal otokorelasyonu tespit etse de, bu otokorelasyonun varlığı durumunda modele nasıl dâhil edileceğini göstermez. Mekânsal bağımlılığın ekonometrik modellere dâhil edildiği regresyonlar, mekânsal regresyonlar başlığı altında incelenecektir.

1.2. MEKÂNSAL REGRESYONLAR

Bu bölümde mekânsal regresyon çeşitleri tanıtılacaktır. Bağımlı değişken üzerindeki mekânsal etkilerin komşulara ait bağımlı değişkeni nasıl etkilediğini gösteren mekânsal gecikme biçimindeki regresyonlar, hata terimlerinin mekânlara bağlı olarak değişimini modelleyen mekânsal hata modeli, mekânsal gecikme modeli ile mekânsal hata modelini aynı anda barındıran genel model tanıtılacaktır. Daha sonra tahmin yöntemleri ile hipotez testlerine değinilecektir.

1.2.1. Mekânsal Gecikme Modelleri

Bağımlı değişkenin, mekânsal ağırlık matrisiyle çarpılarak regresyon modeline açıklayıcı değişken olarak eklendiği modele mekânsal gecikme modeli adı verilir. Mekânsal gecikme modelleri pür mekânsal gecikme modeli, karma mekânsal gecikme modeli ve mekânsal Durbin model olmak üzere sınıflandırılabilir.

1.2.1.1. Pür Mekânsal Gecikme Modeli

Mekânsal gecikme modelindeki X değişken matrisinin tamamen sıfır olduğu durumda pür mekânsal kendine bağlı (otoregresif) model elde edilir. Bu durumda bağımlı değişkendeki değişimler açıklayıcı değişkenlerle değil, tamamen aynı değişkenin komşu birimlerdeki değerlerine bağlı olarak değişir. Birinci derece komşulukları gösteren matrisle oluşturulmuş birinci derece pür mekânsal kendine bağlı model aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$y = \rho W y + \varepsilon \quad (1.15)$$

$$\varepsilon \sim N(0; \sigma^2 I_n)$$

Burada, W matrisi standartlaştırılmış ağırlık matrisidir. En Küçük Kareler (EKK) yöntemiyle çözüldüğünde ρ parametresinin tahmini aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\rho} = (y' W' W y)^{-1} y' W' y \quad (1.16)$$

Fakat bu çözüm yanlı ve tutarsızdır. EKK yönteminin yansız bir tahmin edici olabilmesi için $E(\hat{\rho}) = \rho$ olmalıdır. Ancak mekânsal gecikme modelinde:

$$E(\hat{\rho}) = E[(y' W' W y)^{-1} y' W' (\rho W y + \varepsilon)]$$

$$= \rho + [(y' W' W y)^{-1} y' W' \varepsilon] \quad (1.17)$$

$E(\hat{\rho}) = \rho$ eşitliği gösterilemediğinden mekânsal gecikme modellerinin Sıradan EKK ile çözümünü yanlı olacaktır. Sıradan EKK (SEKK) yönteminde açıklayıcı değişkene ait X matrisinin örneklemeden örnekleme değişmediği varsayılır. Fakat burada $W y$ terimi, mekânsal bağımlılıktan dolayı örneklemeden örnekleme değişmektedir ve bu terimin açıklayıcı değişken

olarak modelde yer alması SEKK yöntemini yanlış yapmaktadır (LeSage J. P., 1999, s. 45).

Ayrıca, SEKK yönteminin tutarlılığı iki duruma bağlıdır:

$$y_L = Wy \text{ için,}$$

$plim N^{-1} (y_L' y_L) = Q$, Q sonlu ve tersi alınabilen bir matristir.

$$plim N^{-1} (y_L' \varepsilon) = 0$$

Fakat $\rho = 0$ olmadıkça ikinci koşul sağlanamaz.

$plim N^{-1} (y_L' \varepsilon) = plim N^{-1} \varepsilon' W(I - \rho W)^{-1} \varepsilon$ olur. Dolayısıyla mekânsal gecikme modeli için SEKK çözümü tutarlı değildir (Anselin, 1988: 56). Bu yüzden EKK yöntemine alternatif olarak Araç Değişkenleri yöntemi, Genelleştirilmiş Momentler Metodu (GMM) ve En Çok Olabilirlik (EÇO - Maximum Likelihood) yöntemleri uygulanabilir.

Normallik varsayımının sağlanmasının güç olduğu durumlarda Genelleştirilmiş Momentler Metodu EÇO yöntemine tercih edilir (Kelejian & Prucha, 1999). Ayrıca, mekânsal hata otokorelasyonu durumunda özellikle büyük örnekler için EÇO prosedürü çok zahmetli olmaktadır. Hem mekânsal gecikmeyi hem mekânsal hatayı barındıran Genel mekânsal modelde ise $N \times N$ boyutundaki iki tane mekânsal ağırlık matrisi için parametre tahmini daha da zorlaşacaktır. GMM metodu ise büyük örneklem için mekânsal ağırlık matrisinin seyrek veya simetrik olması durumuna bakmadan hesaplama açısından kolaylık sağlar (Das, Kelejian, & Prucha, 2003).

Bu çalışmada EÇO yöntemi üzerinde durulacaktır. EÇO yöntemi, olabilirlik fonksiyonunun değerini en büyük yapacak ρ katsayısına dayanan bir yöntemdir. EÇO fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir:

$$L(y|\rho, \sigma^2) = \frac{1}{2\pi \sigma^2 (\frac{\pi}{2})} |I_n - \rho W| \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (y - \rho Wy)' (y - \rho Wy) \right\} \quad (1.18)$$

(1.18) denklemindeki maksimizasyon problemini basitleştirmek için $\hat{\sigma}^2$ yerine $\frac{1}{n} (y - \rho Wy)' (y - \rho Wy)$ yazılırsa ve logaritmik dönüşüm yapılırsa log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir (LeSage J. P., 1999, s. 46):

$$\ln(L) = -\frac{n}{2} \ln(\pi) - \frac{n}{2} \ln(y - \rho Wy)' (y - \rho Wy) + \ln |I_n - \rho W| \quad (1.19)$$

Sonuç olarak, (1.19) denklemini maksimize eden ρ değeri bulunmaya çalışılır. Pür mekânsal gecikme modelindeki açıklayıcı değişkene farklı bağımsız değişkenler de ilave edilmek istenirse, karma mekânsal gecikme modeli ortaya çıkar.

1.2.1.2. Karma Mekânsal Gecikme Modeli

Verileri coğrafi birimlerden elde edilen bir modelde, bağımlı değişken Y sadece komşu birimlerin Y değerleri ile değil aynı zamanda X bağımsız değişkeni tarafından açıklanıyorsa bu durumda karma mekânsal gecikme modelinden söz edilir.

Karma mekânsal gecikme modelinin sınırlamaları çoktur. Bunlar arasında normallik varsayımının sağlanmasındaki güçlük, mekânsal gecikmeli bağımlı değişkene dayalı bir bağımlı değişkenin aynı zamanda mekânsal gecikmeli bağımsız değişkene de bağlı olabileceği gerçeği, ilişkinin doğrusal olmayabileceği ve hata terimleri ile bağımsız değişkenler arasında var olabilecek değişen varyans sorunu sayılabilir (Pinkse & Slade, 2010).

Arbia, karma mekânsal gecikme modelinin yapısını, olabilirlik fonksiyonunu ve tahmin edilme şeklini şu şekilde açıklamıştır (Arbia, 2006):

$$y_i = \beta^T x_i + \rho \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + u_i \quad (1.20)$$

Burada β , $(k \times 1)$ boyutundaki regresyon parametreleri vektörü, x_i i bölgesine ait $(k \times 1)$ boyutundaki açıklayıcı değişken vektörü, ρ mekânsal gecikme parametresi, w_{ij} standartlaştırılmış veya standartlaştırılmamış komşuluk (ağırlık) matrisi, y_j bağımlı değişkenin komşularının gözlem değerini gösteren gecikmeleri, u_i de Gauss mekânsal rassal alanı ifade etmektedir. (1.20) denkleminin basit bir matris gösterimi ise aşağıdaki gibi olur:

$$y = X\beta + \rho W y + u \quad (1.21)$$

Sistematik olmayan eleman diye tanımlanan $X\beta + u$, ε ile ifade edilirse matris gösterimi:

$$Y = \rho W y + \varepsilon \text{ olur.} \quad (1.22)$$

Burada $\varepsilon = X\beta + u$ şeklindedir. u ise mekânsal beyaz gürültü sürecine sahip hata terimidir. $u \approx N(0; \sigma^2 I_n)$ ve $\varepsilon \approx N(X\beta; \sigma^2 I)$ yeniden formüle edilecek olursa, aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$y = (I - \rho W)^{-1} \varepsilon \quad (1.23)$$

y 'nin beklenen değeri $E(y)$ aşağıdaki gibidir:

$$E(y) = E[(I - \rho W)^{-1} \varepsilon] = (I - \rho W)^{-1} X\beta \quad (1.24)$$

Varyans-kovaryans matrisi:

$$E(yy^T) = V(\sigma^2, \rho) = \sigma^2 (I - \rho W)^{-1} (I - \rho W)^{-T} \quad (1.25)$$

Normal dağılım varsayımı altında, karma mekânsal gecikme modeline ait olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$L(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}) = \quad (1.26)$$

$$(2\pi)^{-n/2} |V(\sigma^2, \rho)|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]^T V^{-1}[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]\right\}$$

Buradan hareketle log-olabilirlik fonksiyonu:

$$l(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}) = \quad (1.27)$$

$$-\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |V(\sigma^2, \rho)| - \frac{1}{2}[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]^T V^{-1}[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]$$

şeklinde yazılır. $V(\sigma^2, \rho)$ matrisinin determinantı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$|V(\sigma^2, \rho)| = |\sigma^2(I - \rho W)^{-1}(I - \rho W)^{-T}| = \sigma^{2n} |(I - \rho W)^{-1}(I - \rho W)^{-T}|$$

$$|(I - \rho W)^{-1}(I - \rho W)^{-T}| = |(I - \rho W)^{-1}| |(I - \rho W)^{-T}|$$

olduğundan,

$$|V(\sigma^2, \rho)| = \sigma^{2n} |(I - \rho W)|^{-2} \quad (1.28)$$

şeklinde yazılabilir. Log-olabilirlik fonksiyonu yeniden düzenlenecek olursa:

$$l(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln (\sigma^{2n} |(I - \rho W)|^{-2}) - \frac{1}{2}[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]^T [\sigma^2(I - \rho W)^{-1}(I - \rho W)^{-T}]^{-1}[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]$$

$$= -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |(I - \rho W)| - \frac{1}{2\sigma^2} [\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]^T (I - \rho W)^T (I - \rho W) [\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta]$$

$(I - \rho W)[\mathbf{y} - (I - \rho W)^{-1}\mathbf{X}\beta] = (I - \rho W)\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta$ olduğundan, log olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır:

$$l(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}) = \quad (1.29)$$

$$-\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |(I - \rho W)| - \frac{1}{2\sigma^2} [(I - \rho W)\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta]^T [(I - \rho W)\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta]$$

σ^2, ρ, β tahminlerini elde edebilmek için, (1.29) eşitliğini maksimize etmek gerekmektedir. Ancak log-olabilirlik fonksiyonundaki β, σ^2 ve ρ parametrelerini maksimize edip en çok olabilirlik tahminlerine ulaşmak çok sayıda doğrusal olmayan parametreden dolayı bu model için mümkün değildir. Anselin, bu sorun için pseudo-olabilirliğe dayalı bir çözüm önermiştir (Anselin, 1988: 181; LeSage J. P., 1999).

Birinci adımda bağımlı değişken y sadece açıklayıcı değişkenler üzerine koşultur:

$$y = X\beta_0 + u_0 \quad (1.30)$$

$$\beta_0, \text{SEKK yöntemiyle tahmin edilir: } \hat{\beta}_0 = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

İkinci adımda mekânsal gecikmeli bağımlı değişken X değişkenleri üzerine koşultur:

$$Wy = X\beta_L + u_L \quad (1.31)$$

$$\beta_L, \text{SEKK yöntemiyle tahmin edilir: } \hat{\beta}_L = (X^T X)^{-1} X^T WY$$

Üçüncü adımda iki indirgenmiş modelin kalıntıları hesaplanır:

$$\hat{u}_0 = y - X\hat{\beta}_0 \quad (1.32)$$

$$\hat{u}_L = Wy - X\hat{\beta}_L \quad (1.33)$$

Dördüncü adımda, hesaplanan kalıntılar(hata terimleri) ile kısmi log-olabilirlik fonksiyonu yeniden yazılır:

$$l(\rho; \hat{u}_0, \hat{u}_L) =$$

$$c(\hat{u}_0, \hat{u}_L) - \frac{n}{2} \ln \left[\frac{1}{n} (\hat{u}_0 - \rho \hat{u}_L)^T (\hat{u}_0 - \rho \hat{u}_L) \right] + \ln(I - \rho W) \quad (1.34)$$

ρ 'nun tahmini $\hat{\rho}$ için bu fonksiyon maksimize edilir. Ardından $\hat{\rho}$ kullanılarak β ve σ^2 şu şekilde hesaplanır:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (\hat{u}_0 - \hat{\rho} \hat{u}_L)^T (\hat{u}_0 - \hat{\rho} \hat{u}_L) \quad (1.35)$$

$$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0 - \hat{\rho} \hat{\beta}_L) \hat{\beta} = (\hat{\beta}_0 - \hat{\rho} \hat{\beta}_L) \quad (1.36)$$

Karma mekânsal gecikme modeli için EÇÖ tercih edilse de literatürde SEKK yönteminin de tutarlılığını koruduğunu iddia eden çalışma mevcuttur. Lee (2002), N sonsuza gittikçe dağınık olmayan mekânsal ağırlık matrisleri için $(1/n)W(I - \rho W)^{-1}$ matrisinin izinin sıfıra yaklaşacağını ve bu yüzden karma mekânsal gecikme modelinin SEKK çözümünün tutarlı olacağını savunmuştur.

EÇÖ yöntemiyle çözüldüğünde mekânsal gecikme katsayısı ρ için sıfır hipotezi $H_0: \rho = 0$ Olabilirlik Oran Testi (Likelihood Ratio Test-LRT) ile test edilir. LR testi, test edilen parametrenin olmadığı kısıtlı olabilirlik fonksiyonu değeri ile kısıtsız olabilirlik fonksiyonu değerlerinden hesaplanır.

Mekânsal gecikmeli denklem için log-olabilirlik fonksiyonu (1.29)'da verilmişti. $\rho = 0$ durumunda log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$l_0(\sigma^2, \beta; y) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} [y - X\beta]^T [y - X\beta] \quad (1.37)$$

Olabilirlik Oran test istatistiği, kısıtlanmamış modelin log-olabilirlik fonksiyonu değerinden sıfır hipotezindeki şekliyle kısıtlanmış denklemin log-olabilirlik fonksiyonu değeri çıkarılarak -2 sayısı ile çarpılınca elde edilir:

$$\text{LRT} = -2[l(\sigma^2, \rho, \beta; y) - l_0(\sigma^2, \beta; y)] \quad (1.38)$$

Log-Olabilirlik fonksiyonları açılacak olursa:

$$\text{LRT} = -2 \left\{ -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |(I - \rho W)| - \frac{1}{2\sigma^2} [(I - \rho W)y - X\beta]^T [(I - \rho W)y - X\beta] + \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \frac{1}{2\sigma^2} [y - X\beta]^T [y - X\beta] \right\} \quad (1.39)$$

Sadeleştirilecek olursa LR test istatistiği aşağıdaki gibi olur:

$$\text{LRT} = \left\{ -2 \ln |(I - \rho W)| + \frac{1}{\sigma^2} [(I - \rho W)y - X\beta]^T [(I - \rho W)y - X\beta] - \frac{1}{\sigma^2} [y - X\beta]^T [y - X\beta] \right\} \quad (1.40)$$

LRT istatistiği asimptotik olarak sıfır hipotezinde test edilen parametre sayısı kadar serbestlik dereceli (Bu durumda mekânsal gecikmenin testinde serbestlik derecesi 1 olur) χ^2 dağılımına sahiptir. Test istatistiği, hesaplanan tablo değerinden büyük çıkarsa $H_0: \rho = 0$ şeklindeki sıfır hipotezi reddedilir ve karma mekânsal gecikme model için mekânsal otokorelasyonun olduğuna karar verilir.

Karma mekânsal gecikme modelindeki açıklayıcı değişkenler, bağımlı değişkeni aynı zamanda mekânsal olarak da etkiliyorsa bu durumda mekânsal Durbin model incelenmelidir.

1.2.1.3. Mekânsal Durbin Model

Mekânsal ağırlık matrisinin hem bağımlı değişken hem de bağımsız değişken(ler) ile etkileşime girdiği ve açıklayıcı değişken olarak regresyon denkleminde katıldığı model Mekânsal Durbin Model olarak tanımlanır. Mekânsal Durbin Model aşağıdaki gibi gösterilir:

$$y = \rho W y + \alpha \iota_n + X\beta + WXQ + \varepsilon \quad (1.41)$$

$$y = (I_n - \rho W)^{-1} (\alpha \iota_n + X\beta + WXQ + \varepsilon) \quad (1.42)$$

$$\varepsilon \sim N(0; \sigma^2 I_n)$$

Burada ι_n ($n \times 1$) boyutundaki sabit terim α 'ya ait vektörü ifade etmektedir. $Z = [\iota_n X W X]$ şeklinde yazılırsa Mekansal Durbin Model

(Spatial Durbin Model-SDM), $Z = [I_n X]$ yazılırsa Karma Mekansal Model veya diğer ifadeyle Mekansal Otoresif Model (Spatial Autoregressive Model-SAR) aşağıdaki gibi elde edilebilir (LeSage & Pace, 2009, s. 46):

$$y = \rho W y + Z \delta + \varepsilon \quad (1.43)$$

$$y = (I_n - \rho W)^{-1} Z \delta + (I_n - \rho W)^{-1} \varepsilon \quad (1.44)$$

$$\varepsilon \sim N(0; \sigma^2 I_n)$$

(1.19) denklemindeki ρ parametresinin bilinen gerçek değeri ρ^* için aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$y - \rho^* W y = Z \delta + \varepsilon \quad (1.45)$$

δ 'nın tahmin edicisi $\hat{\delta}$ aşağıdaki gibi bulunur:

$$\hat{\delta} = (Z' Z)^{-1} Z' (I_n - \rho^* W) y \quad (1.46)$$

Normal dağılım varsayımı altında, mekânsal Durbin modele ait olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$\ln L = - \left(\frac{n}{2} \right) \ln(\pi \sigma^2) + \ln |I_n - \rho W| - \frac{e' e}{2 \sigma^2} \quad (1.47)$$

şeklinde olur. Burada $e = y - \rho W y - Z \delta$ dir. (1.47) eşitliğini maksimize eden değerler hesaplanarak parametreler tahmin edilir.

Eğer (1.42) denkleminde $\rho = 0$ iken $Q \neq 0$ ise, bu durumda mekânsal ekonometrik çözümleme tekniklerine ihtiyaç duyulmadan çözüm yapılabilir. Çünkü SEKK yönteminin tutarlılığını yitirmesine sebep olan mekânsal terim bu denklemde mevcut değildir.

Mekânsal otokorelasyonun, bağımlı ya da bağımsız değişkenler yerine sadece hata terimlerini etkilediği model, mekânsal hata modelidir.

1.2.2. Mekânsal Hata Modeli

Mekânsal bileşenin açıklayıcı değişkenleri ya da bağımlı değişkeni değil, regresyon denkleminin hata terimlerini etkilediği modele mekânsal hata modeli denir. Bu durum, mekânsal etkileşimi açıklayacak değişken(ler)in modelde bulunmamasından veya ölçüm hatalarından kaynaklanıyor olabilir.

Eğer hata terimleri mekânsal otokorelasyonlu ise, bu durumda SEKK yöntemi ile yansız fakat etkin olmayan tahminler ve yanlış standart hatalar elde edilir (Bell & Bockstael, 2000). Bu yüzden SEKK yöntemi yerine EÇO veya GEKK yöntemi kullanılabilir. Mekânsal Hata Modeli, olabilirlik fonksiyonu, hipotez testleri ve Genelleştirilmiş EKK çözümü şu şekildedir (Arbia, 2006):

$$y_i = \beta^T x_i + e_i \quad (1.48)$$

Kalıntı terimi e_i :

$$e_i = \rho \sum_{j=1}^n w_{ij} e_j + u_i \quad (1.49)$$

şekindedir. Burada u_i Gauss mekânsal beyaz gürültü sürecine sahip kalıntılardır. $\rho W = B$ olmak üzere varyans-kovaryans matrisi:

$$V(\rho, \sigma^2) = \sigma^2 (I - B)^{-1} (I - B)^{-T} \quad (1.50)$$

Normal dağılım varsayımı altında, mekânsal hata modeline ait olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$L(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{e}) = (2\pi)^{-n/2} |V(\sigma^2, \rho)|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{e}^T V(\sigma^2, \rho)^{-1} \mathbf{e}\right\} \quad (1.51)$$

(1.48) denkleminde elde edilen $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\beta$ ve (1.50) den elde edilen V yerine yazılırsa olabilirlik fonksiyonu:

$$L(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}, \mathbf{X}) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma^2)^{-n/2} |(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^T [(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}]^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)\right\} \quad (1.52)$$

Buradan log-olabilirlik fonksiyonu elde edilir:

$$l(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}, \mathbf{X}) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2} \ln |(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}| - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^T [(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}]^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) \quad (1.53)$$

σ^2, ρ, β tahminlerini elde edebilmek için, (1.53) eşitliğini maksimize etmek gerekmektedir. Tahmin edilen mekânsal otokorelasyon katsayısının istatistiksel anlamlılığı Olabilirlik Oran Testi (LRT), Anselin'in önerdiği Wald Testi ve Lagrange Çarpın Testi ile test edilebilir (Anselin, 1988). Mekânsal hata katsayısı ρ olmak üzere $H_0: \rho = 0$ sınanır.

Mekânsal Hata Modeli için log-olabilirlik fonksiyonu (1.53)'te verilmişti. $\rho = 0$ için olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$L_0(\sigma^2, \beta; \mathbf{y}, \mathbf{X}) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)\right\} \quad (1.54)$$

Sıfır hipotezi için log-olabilirlik fonksiyonu ise:

$$l_0(\sigma^2, \beta; \mathbf{y}, \mathbf{X}) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) \quad (1.55)$$

şeklinde olur. Bu durumda olabilirlik oran test istatistiği:

$$\text{LRT} = -2[l(\sigma^2, \rho, \beta; \mathbf{y}, \mathbf{X}) - l_0(\sigma^2, \beta; \mathbf{y}, \mathbf{X})] \quad (1.56)$$

(1.53) ve (1.54) denklemleri yerine konulup sadeleştirme yapılırsa:

$$\text{LRT} = -2 \left\{ -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2} \ln |(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}| - \frac{1}{2\sigma^2} (y - X\beta)^T [(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}]^{-1} (y - X\beta) + \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \frac{1}{2\sigma^2} (y - X\beta)^T (y - X\beta) \right\} \quad (1.57)$$

$$= \ln |(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}| - \frac{1}{\sigma^2} (y - X\beta)^T [(I - B)^{-1} (I - B)^{-T}]^{-1} (y - X\beta) + \frac{1}{\sigma^2} (y - X\beta)^T (y - X\beta) \quad (1.58)$$

bulunur. Mekânsal Hata Modeli için Wald Testi aşağıdaki gibidir:

$$WT = \hat{\rho}^2 \left(a + b - \frac{c^2}{n} \right) \quad (1.59)$$

Burada $\hat{\rho}$ mekânsal parametrenin en çok olabilirlik tahmin edicisi, $a = \text{tr}\{[W(I - \hat{\rho}W)^{-1}]^T W(I - \hat{\rho}W)^{-1}\}$, $b = \text{tr}[W(I - \hat{\rho}W)^{-1}]^2$ ve $c = \text{tr}[W(I - \hat{\rho}W)^{-1}]$ dir.

Lagrange Çarpan Test (Lagrange Multiplier Test) istatistiği de aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$L\text{ÇT} = \frac{(y - X\hat{\beta})^T W (y - X\hat{\beta})}{\sqrt{J}\sigma^2} \quad (1.60)$$

Burada $J = \text{tr}[(W + W^T)W]$ dir. Wald ve Lagrange Çarpan testleri de asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir. Test istatistiği, hesaplanan tablo değerinden büyük çıkarsa $H_0: \rho = 0$ şeklindeki sıfır hipotezi reddedilir ve mekânsal hata modeli için mekânsal otokorelasyonun olduğuna karar verilir.

Olabilirlik fonksiyonu yardımıyla en çok olabilirlik tahminleri elde edilebileceği gibi, mekânsal hata modeli için Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Squares-GLS) yöntemi de kullanılabilir.

(1.49) daki eşitlikte $\rho W = B$ denilirse;

$$e = Be + u \quad (1.61)$$

yazılabilir. GEKK tahmin edicisi aşağıdaki gibidir:

$$\text{gekk}(\beta) = (y - \beta X)^{-1} V^{-1} (y - \beta X) \quad (1.62)$$

(1.48) denkleminde yola çıkarak:

$$y_i = \beta^T x_i + e_i \quad (1.63)$$

denklemin her iki tarafından bir sayıyı çıkarmak eşitliği bozmayacağından denklemin her iki tarafından $\mathbf{B}y_i$ çıkarabiliriz. (1.63) eşitliğine göre, eşitliğin sol tarafından $\mathbf{B}y_i$, sağ tarafından $\mathbf{B}(\beta^T x_i + e_i)$ çıkarırsak bu durumda (1.63) denklemi şu şekilde yazılır:

$$y_i - \mathbf{B}y_i = \beta^T x_i - \mathbf{B}\beta^T x_i + e_i - \mathbf{B}e_i \quad (1.64)$$

Bu denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{B})y_i = (\mathbf{I} - \mathbf{B})\beta^T x_i + (\mathbf{I} - \mathbf{B})e_i \quad (1.65)$$

Bu durumda kalıntı (hata) terimlerinin mekânlara bağlılığı giderilerek çözüm yapılabilir. Denklem katsayılarının GEKK tahminleri:

$$\hat{\beta} = [X^T(\mathbf{I} - \mathbf{B})^T(\mathbf{I} - \mathbf{B})X]^{-1}X^T(\mathbf{I} - \mathbf{B})^T(\mathbf{I} - \mathbf{B})y \quad (1.66)$$

şeklinde olur. Burada X ve Y aşağıdaki şekilde düzenlenirse:

$$X^* = (\mathbf{I} - \mathbf{B})X \quad (1.67)$$

$$y^* = (\mathbf{I} - \mathbf{B})y \quad (1.68)$$

çözüm şu şekilde yapılır:

$$\hat{\beta} = [X^{*T}X^*]^{-1}X^{*T}y^* \quad (1.69)$$

$\mathbf{B} = \rho W$ olduğundan, bu çözümdeki sorun ρ katsayısının bilinir olduğunun varsayılmasıdır. Uygulamada bu duruma pek rastlanmaz. ρ katsayısının hesaplanabilmesi için Durbin'in mekânsal süreci uygulanabilir (Arbia, 2006, s. 108):

(1.65) denklemindeki $(\mathbf{I} - \mathbf{B})e_i$ yerine u_i yazılırsa;

$$(\mathbf{I} - \mathbf{B})y_i = (\mathbf{I} - \mathbf{B})\beta^T x_i + u_i$$

veya;

$$(\mathbf{I} - \mathbf{B})y = (\mathbf{I} - \mathbf{B})X\beta + u \text{ yazılabilir.} \quad (1.70)$$

Buradan;

$$y = \mathbf{B}y + X\beta + \mathbf{B}X\beta + u \quad (1.71)$$

şeklinde yazılır. $\mathbf{B} = \rho W$ olduğundan ρ katsayısı bu şekilde tahmin edilebilir.

Mekânsal gecikme ve mekânsal hata modelleri birleştirildiğinde önünde mekânsal ağırlık matrisi olan açıklayıcı değişkenlerin yanında mekânsal ağırlık matrisiyle etkileşime giren hata terimlerini aynı anda barındıran genel mekânsal modele ulaşılmış olur.

1.2.3. Genel Mekânsal Model

Hem bağımlı değişkenin mekânsal ağırlık matrisiyle çarpılmış halini açıklayıcı değişken olarak barındıran, hem de kalıntı (hata) terimlerinin mekânsal otokorelasyona sahip olduğu modele Genel Mekânsal Model adı verilir. Aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Anselin, 1988; Arbia, 2006: 116-120):

$$y_i = \beta^T x_i + \rho \sum_{j=1}^n w_{ij}^{(1)} y_j + e_i \quad (1.72)$$

$$e_i = \lambda \sum_{j=1}^n w_{ij}^{(2)} e_j + u_i \quad (1.73)$$

$$u \approx N(0; \sigma^2 I_n)$$

Daha basit bir matris gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$y = X\beta + \rho W^{(1)}y + e \quad (1.74)$$

$$e = \lambda W^{(2)}e + u \quad (1.75)$$

Mekânsal gecikme ve mekânsal hata modellerinin ayrı ayrı denenmek istendiği bir veri seti için aynı mekânsal ağırlık matrisi kullanılabileceği gibi farklı mekânsal ağırlık matrisleri de kullanılabilir. Dolayısıyla mekânsal gecikme ve mekânsal hata modellerini bünyesinde barındıran genel mekânsal model için de $W^{(1)}$ ve $W^{(2)}$ ağırlık matrislerinin aynı olması gerekmez. Fakat uygulamada bu duruma pek rastlanmaz. Çünkü uygulamaya konu olan yatay kesitlerin komşuluk ilişkileri değişmemektedir.

(1.75) eşitliği, (1.74) denkleminde yerine yazılırsa:

$$y = X\beta + \rho W^{(1)}y + \lambda W^{(2)}e + u \quad (1.76)$$

(1.73) denkleminde e çekilirse:

$$e = y - X\beta - \rho W^{(1)}y \quad (1.77)$$

yazılabilir. Buradan;

$$\begin{aligned} y &= X\beta + \rho W^{(1)}y + \lambda W^{(2)}(y - X\beta - \rho W^{(1)}y) + u \\ &= X\beta + \rho W^{(1)}y + \lambda W^{(2)}y - \lambda W^{(2)}X\beta - \lambda\rho W^{(1)}W^{(2)}y + u \end{aligned} \quad (1.78)$$

$W^{(1)} = W^{(2)}$ olursa,

$$\begin{aligned} y &= X\beta + \rho Wy + \lambda Wy - \lambda WX\beta - \lambda\rho W^2y + u \\ &= X\beta + (\rho + \lambda)Wy - \lambda WX\beta - \lambda\rho W^2y + u \end{aligned} \quad (1.79)$$

şeklinde yazılır. Mekânsal gecikme modelinde olduğu gibi, SEKK yöntemi çözüm için uygun değildir. EÇÖ tahmin edicileri için olabilirlik fonksiyonları bulunur.

(1.74) denkleminde aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$(I - \rho W^{(1)})y = X\beta + e \quad (1.80)$$

(1.75) denklemi yeniden yazılacak olursa:

$$\begin{aligned} e &= \lambda W^{(2)}e + u \\ e - \lambda W^{(2)}e &= u \\ e(I - \lambda W^{(2)}) &= u \\ e &= (I - \lambda W^{(2)})^{-1}u \text{ elde edilir.} \end{aligned} \quad (1.81)$$

(1.81) eşitliği, (1.80) denkleminde yerine yazılırsa:

$$(I - \rho W^{(1)})y = X\beta + (I - \lambda W^{(2)})^{-1}u \quad (1.82)$$

elde edilir. Buradan, kalıntı terimi u ,

$$u = (I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta] \quad (1.83)$$

Normal dağılım varsayımı altında, Genel Mekânsal Model için olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$L(\sigma^2; u) = (2\pi)^{-n/2} |V|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^T V^{-1}u\right) \quad (1.84)$$

u rassal alanının varyans-kovaryans matrisi V nin determinanı:

$|V| = \sigma^{2n}|I| = \sigma^{2n}$ dir. Tersi ise $V^{-1} = \sigma^{-2}I$ olur. Buradan olabilirlik fonksiyonu yeniden yazılabilir:

$$L(\sigma^2; u) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma^{2n})^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}u^T u\right) \quad (1.85)$$

(1.85)'teki olabilirlik fonksiyonunu y cinsinden yazabilmek için Jacob dönüşümü kullanmak gerekir (Anselin, 1988: 62). (1.83)'teki eşitliğin y 'ye göre türevi alınıp determinanı alınırsa Jacob terimi:

$$J = \det(\partial u / \partial y) = |I - \lambda W^{(2)}| |I - \rho W^{(1)}| \quad (1.86)$$

Bu durumda olabilirlik fonksiyonu:

$$L(\rho, \lambda, \sigma^2, \beta; y) = (2\pi)^{-n/2} (\sigma^{2n})^{-\frac{1}{2}} |I - \lambda W^{(2)}| |I - \rho W^{(1)}| \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ (I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta] \right\}^T \left\{ (I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta] \right\} \right\} \quad (1.87)$$

$$l(\rho, \lambda, \sigma^2, \beta; y) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \lambda W^{(2)}| + \ln |I - \rho W^{(1)}| - \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ (I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta] \right\}^T \left\{ (I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta] \right\} \quad (1.88)$$

şeklindedir. (1.88)'te verilen log-olabilirlik fonksiyonunda yüksek mertebeli doğrusal olmayan katsayıların olması, bu fonksiyonun maksimize edilmesini imkânsızlaştırır. Bunun için LeSage bazı parametreler yerine onların tahminlerinin koyulmasını önermiştir (LeSage J. P., 1999, s. 88):

(1.88) denklemindeki β ve σ^2 yerine bunların tahminleri olan $\hat{\beta}$ ve $\hat{\sigma}^2$ kullanılırsa, log-olabilirlik fonksiyonu sadece ρ ve λ parametrelerine göre maksimize edilecektir.

$$\hat{\beta} = [X^T(I - \rho W^{(1)})^T(I - \rho W^{(1)})X]^{-1} X^T(I - \rho W^{(1)})^T(I - \rho W^{(1)})(I - \lambda W^{(2)})y \quad (1.89)$$

$$\hat{e} = (I - \rho W^{(1)})y - X\hat{\beta} \quad (1.90)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{e}^T \hat{e}}{n} \quad (1.91)$$

şeklinde olur. Bu durumda ρ ve λ parametrelerine göre maksimize edilecek log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$l(\rho, \lambda; y) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2 + \ln |I - \lambda W^{(2)}| + \ln |I - \rho W^{(1)}| - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \{[(I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\hat{\beta}]]^T [(I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\hat{\beta}]]\} \quad (1.92)$$

Mekânsal gecikme katsayısı ρ ve mekânsal hata katsayısı λ için sıfır hipotezi $H_0: \rho = \lambda = 0$ Olabilirlik Oran Testi ile test edilir.

Sıfır hipotezinin reddedilememesi durumundaki log-olabilirlik fonksiyonu:

$$l_0(\sigma^2, \beta; y) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} [y - X\beta]^T [y - X\beta] \quad (1.93)$$

şeklindedir. Olabilirlik oran test istatistiği:

$$\begin{aligned} \text{LRT} &= -2[l(\sigma^2, \rho, \lambda, \beta; y) - l_0(\sigma^2, \beta; y)] \quad (1.94) \\ &= -2 \ln |I - \lambda W^{(2)}| - 2 \ln |I - \rho W^{(1)}| + \frac{1}{\sigma^2} \{[(I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta]]^T [(I - \lambda W^{(2)})[(I - \rho W^{(1)})y - X\beta]]\} - \frac{1}{\sigma^2} [y - X\beta]^T [y - X\beta] \end{aligned}$$

olur. İki tane parametre test edildiği için, bu test istatistiği asimptotik olarak 2 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir. Dolayısıyla test istatistiği kritik değerden büyük değilse mekânsal otokorelasyon olduğuna dair yeterli kanıt olmadığına karar verilir.

Panel Veri Çözümlemesi

2.1. PANEL VERİLER

Ekonometrik veriler; yatay kesit veriler, zaman serileri ve panel (karma) veriler şeklinde sınıflandırılabilir. Yatay kesit veriler zamana bağlı olmayan, seçili birimlere ait gözlemlerin sıralandığı verilerdir. Örneğin Türkiye’de 2017 yılına ait il bazlı işsizlik oranları serisi bir yatay kesit veridir. Burada her bir il, bir birimi (yatay kesiti) temsil eder. Zamanın sadece belli bir anına bakıldığı için, bu seri bir zaman serisi değil, yatay kesittir.

Zaman serilerinde ise bir değişkenin zamana bağlı değişimleri vardır. Örneğin Türkiye’de 2000-2015 yılları arasındaki işsizlik oranlarını gösteren seri bir zaman serisidir. Zaman serilerinde dönemler yıllık, üç aylık, bir aylık, iki haftalık, haftalık veya günlük olabilir.

Bir seriyi oluşturan sayılar zamanla alakalı olsa bile zaman serisi olmayabilir. Örneğin bir sınıftaki öğrencilerin doğum yılları serisi zaman serisi gibi görünebilir. Ancak bu seri de bir yatay-kesit veridir. Burada birimler öğrencilerdir. Zamana bağlı bir değişim yoktur.

Panel veriler ise hem yatay kesiti hem de zamana bağlı değişimleri gösterir. Örneğin Türkiye’de 2000-2015 yılları arasındaki il bazlı işsizlik oranları serisi. Burada birimler (yatay kesitler) illerdir ve her il için işsizlik oranları serisi zamana bağlı değişmektedir.

2.2. PANEL VERİYLE ÇALIŞMANIN ÜSTÜNLÜKLERİ VE ZAYIFLIKLARI

Panel veri kullanmanın bazı üstünlükleri ve zayıflıkları vardır. Üstünlükleri sıralanacak olursa (Hsiao, 1986, 2014; Baltagi, 2005):

- 1) Panel veri kullanımı, zaman serilerinde birimler arası değişimlerin kontrolünü sağlar. Eğer panel veri çözümlemesi kullanılmazsa birimler arası etkiler yok sayılır ve sisteme dahil edilmez.
- 2) Panel veriler daha bilgi vericidir. Değişkenler arasında çoklu doğrusal bağıntı sorununa daha az neden olurlar. Daha çok serbestlik derecesine sahiptirler ve daha etkindirler.
- 3) Panel veriler zamana bağlı değişimleri göstermeye daha uygundur. Yatay-kesit veriler böyle durumlarda kullanışlı değildir.
- 4) Panel veriler, yatay kesit verilerde ve zaman serilerinde kolaylıkla anlaşılacak etkileri belirlemede daha üstündür. Örneğin Türkiye’de belli bir ilin işsizlik oranı yıllık ortalama %10 ise, bu durumda her yıl 10 kadından biri işsiz kalmış da olabilir, tüm kadınlar iş hayatına atılıp 9 yılda 1 yıl tümü işsiz kalmış da olabilir. Dolayısıyla böylesi yatay kesit verilerde zamana bağlı değişimleri görebilmek için panel veri kullanmak gerekir. Keza Türkiye’de 2000-2015 yılları arasındaki işsizlik oranları sadece zamana bağlı incelendiğinde yatay kesit olan illerin etkileri göz ardı edilecektir.
- 5) Sadece zaman serisinden veya sadece yatay kesitten oluşan bir modele göre panel veriler, daha karmaşık davranışsal özellik gösteren modelleri inşa ve test etmeye olanak tanır.
- 6) Bireyler, firmalar ve hane halklarından elde edilen mikro panel veriler daha doğru sonuç vermektedir. Çünkü mikro kesitler heterojendir ve bu yüzden hem yatay kesit hem de zaman serisi olarak incelenmelidirler.
- 7) Makro panel veriler, zaman serisi analizinde kullanılan birim kök testlerinde sıklıkla karşılaşılan standart olmayan dağılım problemini ortadan kaldırır.

Panel veri kullanmanın sakıncaları ise şunlardır:

- 1) Tasarım ve veri toplama problemi: Panel veri toplamak için gerekli olan anketlerin tasarımı ve verilerin toplanması problem olabilmektedir.
- 2) Ölçüm hatalarından kaynaklı bozulmalar: Anketlerdeki net olmayan sorular, cevap verenin doğru hatırlayamaması, planlı olarak çarpıtılan yanıtlar, uygun olmayan kişilere soru sorulması, yanlış kaydedilen cevaplar ve anketörün etkisi ölçüm hatalarına neden olabilmektedir.
- 3) Seçim problemleri:
 - a. Tekli seçim: Sadece ilgilenilen duruma sahip örneklerin seçilmesi durumu yani örneği sansürlemek.

- b. Cevaplamama: Katılımın reddedilmesi, evde kimse olmaması gibi sebeplerle olabilir.
- c. Zayıf. Cevapsızlık durumu yatay kesit veride de var olsa bile panel veride daha büyük bir sorundur. Çünkü bir dönem sonra aynı örneğe tekrar tekrar soru sormak gerekecektir. Ölüm, taşınma ve cevaplanma maliyetinin yüksek olabilmesi bu duruma neden olabilmektedir. Cevaplamama ve zayıf durumlarında daha önceki dönemlere ait aynı birimden alınan veriler heba olacaktır.
- 4) Kısa boyutlu zaman serileri. Tipik mikro paneller kısa dönemi kapsayan yıllık verilere sahiptir. Dönemi uzatmak da maliyeti artıracaktır.
- 5) Yatay kesit bağımlılığı: Uzun zaman periyoduna sahip makro panel verilerde dikkate alınmayan yatay kesit bağımlılığı yanlış yorumlamalara yol açabilir.

2.3. PANEL VERİ REGRESYON BİÇİMLERİ

Panel verilerde i -inci birimdeki gözlem sayısı T_i ile gösterilecek olursa, $T_i = T_j$ durumunda dengeli panelden, aksi durumlarda dengesiz panelden bahsedilir. ($i \neq j$) Sadece zamana göre değişen katsayılar ve sadece birimler arası değişen, zaman içerisinde aynı kalan katsayılar durumunda tek yönlü panel veri modelleri, hem birime hem zamana göre değişen katsayılar durumunda ise iki yönlü modeller söz konusu olur.

Bir panel veride iki yönlü model söz konusuysa yani hem zaman hem birim etkisi varsa, bu durumda sabit etkiler için kukla değişkenler ve Within Tahmin edicisi kullanılabilir. Rassal etkiler durumunda ise GEKK ve EÇÖ yöntemleri kullanılabilir. Zaman ve yatay kesit için ne sabit etki ne rassal etki söz konusu değilse bu durumda havuzlanmış EKK ile çözüm yapılabilir.

Tek yönlü regresyon biçimleri de sabit etkiler ve rassal etkiler çözümlenmelidir. Hangisinin en uygun model olduğuna Hausman sınaması ile karar verilebilir.

2.3.1. Sabit Etkiler Çözümlemesi

i indisi i -inci birimi, t indisi zamanı göstermek üzere, y_{it}

$$y_{it} = c_i + x_{it}\beta + u_{it}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.1)$$

$$i = 1, \dots, N$$

şeklinde tanımlanıyorsa sabit etkiler söz konusudur (Wooldridge, 2001: 265). c_i kesme terimini (constant) gösterir ve altında zaman indisi yoktur. Çünkü herhangi bir i biriminde (yatay kesitinde), hangi zaman seçilirse

seçilsin kesme terimi sabittir, sadece birimler arası değişmektedir. Sabit etkiler modelinin bir varsayımı, hata (kalıntı) terimlerinin beklenen değerinin sıfır olduğudur.

$$E(u_{it} | x_i, c_i) = 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

Sabit etkiler modelinin matris gösterimi ise aşağıdaki gibidir (Hsiao, 1986, 2014: 35):

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} c_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ e \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} c_2 + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} c_N + \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Burada,

$$\text{şeklindedir ve } E(u_i) = 0, \quad E(u_i u_i^T) = \sigma_u^2 I_T, \quad E(u_i u_j^T) = 0, \quad i \neq j$$

$\tilde{X} = (d_1, d_2, \dots, d_N, X)$ şeklinde bir tanımlama yapılacak olursa, d_i i birimine ait kukla değişken olmak üzere her i birimine ait sabit terimlere ulaşmak için modele kukla değişkenler ilave edilmiş olur. Bu durumda $y = \tilde{X}\theta + u$ olur. Burada $\theta = (c_1, c_2, \dots, c_N, \beta^T)^T$ şeklindeki katsayı matrisidir.

c_i ve β katsayılarının tahmin edilmesi için kalıntı karelerinin minimize edilmesi gerekir. Yukarıda yer alan varsayımlar sağlandığında SEKK en iyi sapmasız tahmin edicidir (Best Linear Unbiased Estimator-BLUE).

$$S = (y - \tilde{X}\theta)^T (y - \tilde{X}\theta) = \sum_{i=1}^N u_i^T u_i \quad (2.4)$$

Yatay kesitler arttıkça N büyüyecek ve bulunacak olan katsayı tahminlerinin sayısı ve dolayısıyla serbestlik derecesi kaybı artacaktır. Bundan kaçınmak adına sabit etkiler dönüşümü veya diğer bir ifadeyle grup içi dönüşüm (within transformation) yapılabilir (Wooldridge, 2001: 267).

(2.1) denkleminde hareketle, ortalamalar her bir birim için 1'den T anına kadarki gözlemlerin ortalamasını göstermek üzere, yatay-kesit denklemi aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\bar{y}_i = c_i + \bar{x}_i \beta + \bar{u}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.5)$$

$\bar{y}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T y_{it}$, $\bar{x}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T x_{it}$, $\bar{u}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_{it}$ dir. Kesme terimi c_i birim içerisinde sabit olduğundan her birim için ortalaması da kendine eşit olur. (2.1) denkleminin her iki tarafından aynı sayıyı çıkarmak eşitliği bozmayacağından (2.1) denkleminde (2.5) çıkarılır. Bu durumda c_i ortadan kalkar. Çözülmesi gereken denklem (2.6) da verilmiştir.

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{it} &= \ddot{x}_{it}\beta + \ddot{u}_{it}, & t &= 1, \dots, T \\ & & i &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.6)$$

Burada $\ddot{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$, $\ddot{x}_{it} = x_{it} - \bar{x}_i$, $\ddot{u}_{it} = u_{it} - \bar{u}_i$ dir. Tutarlılık için aşağıdaki koşul sağlanmalıdır.

$$E(\ddot{x}'_{it}\ddot{u}_{it}) = E[(x_{it} - \bar{x}_i)^T(u_{it} - \bar{u}_i)] = 0 \quad (2.7)$$

u_{it} ve \bar{u}_i nin x_{it} ve \bar{x}_i ile korelasyonu sıfırdır. Ayrıca

$$E(\ddot{u}_{it} | \ddot{x}_{i1}, \dots, \ddot{x}_{iT}) = 0, \quad (2.8)$$

Sabit etkiler tahmin edicisinin asimptotik özelliklerinin iyi olması için standart rank koşulunu sağlaması gerekmektedir:

$$\text{rank}[\sum_{t=1}^T E(\ddot{x}'_{it}\ddot{x}_{it})] = K \quad (2.9)$$

Bir matriste, elementer satır işlemleri sonucunda elde edilebilecek tüm sıfır değerleri elde edildikten sonra tamamı sıfır değerini taşımayan sütunların sayısını gösteren rank; regresyon denkleminde açıklayıcı değişken tarafında yer alan (kesme terimi dahil) katsayı sayısına (sınıf sayısı) eşit olmalıdır. Aksi halde, matrisin determinanı sıfır çıkar ve tersi alınamaz bir matris haline gelir. Böylesi durumda EKK çözümü yapılamaz. Bu yüzden açıklayıcı değişkenler arasında fonksiyonel ilişki bulunursa veya açıklayıcı değişkenlerden biri veya birkaçı tamamen aynı değerlerden oluşursa bu durumda (2.9) nolu koşul sağlanmaz.

(2.2) ve (2.9) varsayımları altında β nin yansız sabit etkiler tahmin edicisi $\hat{\beta}_{SE}$ aşağıdaki gibidir:

$$\hat{\beta}_{SE} = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \ddot{x}'_{it}\ddot{x}_{it} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \ddot{x}'_{it}\ddot{y}_{it} \right) \quad (2.10)$$

Sabit etkiler çözümlemesindeki serbestlik derecesi kaybindan kaçınmak için rassal etkiler çözümlemesi yapılabilmektedir.

2.3.2. Rassal Etkiler Çözümlemesi

Sabit etkiler çözümlemesinin aksine, rassal etkiler çözümlemesinde kesme terimi yatay kesitler arası ortalama bir değer etrafındadır.

$$y_{it} = \beta_{0i} + \beta_1 x_{1it} + \beta_2 x_{2it} + \dots + \beta_{K+1} x_{Kit} + u_{it} \quad (2.11)$$

$$\beta_{0i} = \beta_0 + c_i \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.12)$$

Burada β_{0i} terimi, $\beta_0 + c_i$ toplamına eşittir. Dolayısıyla, her birim için kendine özgü bir kesme terimi yoktur. Tüm zamanlarda kesme teriminin sabit bir sayı (β_0) olması beklenir. Çünkü rassal etki (c_i)'nin beklenen değeri sıfırdır. Yani c_i , kalıntı terimleri gibi sıfır ortalamalı ve sabit varyanslıdır: $c_i \sim N(0; \sigma_c^2)$ Böylelikle bütün birimler için ayrı ayrı kesme terimi hesaplamak gerekmez, kesme teriminde var olan birimler arası değişim kalıntı terimleri üzerinde gösterilmiş olur.

(2.11) denklemi kalıntılar denklemin sonunda toplanacak şekilde düzenlenirse:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{1it} + \beta_2 x_{2it} + \dots + \beta_{K+1} x_{Kit} + c_i + u_{it} \quad (2.13)$$

(2.13) daha kısa haliyle aşağıdaki gibidir:

$$y_{it} = x_{it}\beta + v_{it} \quad (2.14)$$

$$\text{Burada, } v_{it} = c_i + u_{it} \text{ dir.} \quad (2.15)$$

Rassal etkiler modeli için Genelleştirilmiş EKK (GEKK) çözümünde hata bileşeni v_{it} de içsel bağıntı (otokorelasyon) sorununa yol açabileceğinden uygulanabilir GEKK (Feasible GLS) yönteminin tutarlılığının sağlanması için katı dışsallık varsayımı sağlanmalıdır. Katı dışsallık varsayımı gereği x_i ve c_i değerleri bilindiğinde u_{it} nin sıfır olması beklenir:

$$E(u_{it} | x_i, c_i) = 0 \quad (2.16)$$

Ayrıca, $E(c_i | x_i) = 0$ olduğundan (2.15) e göre,

$$E(v_{it} | x_i) = 0 \text{ olmalıdır.}$$

(2.14) denklemi, tüm zaman dilimleri için yazılacak olursa:

$$y_i = X_i\beta + v_i \quad (2.17)$$

Burada $v_i = c_i j_T + u_i$ dir. j_T ise $T \times 1$ boyutundaki 1'lerden oluşan sütun vektördür. v_i nin varyans matrisi ise aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Omega \equiv E(v_i v_i') \quad (2.18)$$

Bu matris $T \times T$ boyutundadır, pozitif tanımlıdır ve yatay kesitlerdeki örneklemin rassal çekildiği varsayımı gereği tüm i birimleri için aynı değere sahip olmalıdır.

GEKK yönteminin tutarlılığı için (2.3.1.) de bahsedilen genel rank koşulu sağlanmalıdır. Bu durumda rank, katsayı sayısına (sabit terim + bağımsız değişken) eşit olmalıdır:

$$\text{rank}[E(X_i' \Omega^{-1} X_i)] = K \quad (2.19)$$

(2.16) ve (2.19) varsayımları sağlandığında GEKK ve UGEKK (uygulanabilir GEKK) tutarlı olacaktır. Rassel etkiler çözümlemesi, bu varsayımlara ilaveten hata terimleri için bazı varsayımlar gerektirmektedir. Birinci varsayım, hata terimleri varyansının zaman boyutunda sabit olduğudur (Wooldridge, 2001: 258):

$$E(u_{it}^2) = \sigma_u^2, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.20)$$

İkinci varsayım, hata terimlerinde otokorelasyon sorunu olmadığıdır:

$$E(u_{it}u_{is}) = 0, \quad t \neq s \quad (2.21)$$

(2.16) daki varsayım $E(c_i u_{it}) = 0$ olduğuna göre, v_i yi oluşturanların varyans ve ko-varyansları aşağıdaki gibidir:

$$E(v_{it}^2) = E(c_i^2) + 2E(c_i u_{it}) + E(u_{it}^2) = \sigma_c^2 + \sigma_u^2, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.22)$$

$t \neq s$ için kovaryanslar:

$$E(v_{it}v_{is}) = E[(c_i + u_{it})(c_i + u_{is})] = E(c_i^2) = \sigma_c^2 \quad (2.23)$$

(2.16), (2.20) ve (2.21) varsayımlarının geçerli olduğu durumlarda Ω aşağıdaki gibidir:

$$\Omega = E(v_i v_i') = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_u^2 & \sigma_c^2 & \dots & \sigma_c^2 \\ \sigma_c^2 & \sigma_c^2 + \sigma_u^2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & \sigma_c^2 \\ \sigma_c^2 & \dots & \dots & \sigma_c^2 + \sigma_u^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$T \times T$ boyutundaki $j_T j_T'$ matrisinin tüm elemanları 1 olsun. Bu durumda Ω matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Omega = \sigma_u^2 I_T + \sigma_c^2 j_T j_T' \quad (2.25)$$

Normalde GEKK yönteminde Ω matrisi simetrik olduğu için Ω matrisinde hesaplanması gereken $T(T+1)/2$ tane değer olacaktır. Burada ise Ω iki parametreye dayalı hesaplanır: σ_c^2 ve σ_u^2

(2.22) ve (2.23)'ten hareketle t ve s zamanlarına ait hata bileşen terimleri v_{it} ve v_{is} arasındaki korelasyon, gözlenemeyen etki c_i 'nin varyansının hata bileşeni $(c_i + u_{it})$ 'nin varyansına oranlanması ile bulunur (Wooldridge, 2001: 259):

$$\text{Corr}(v_{it}v_{is}) = \frac{E(v_{it}v_{is})}{E(v_{it}^2)} = \frac{\sigma_c^2}{(\sigma_c^2 + \sigma_u^2)} \quad (2.26)$$

olacaktır. (2.26)'da pay ve payda sıfırdan küçük olamayacağından $\text{Corr}(v_{it}v_{is}) \geq 0$ şeklindedir.

UGEKK yönteminin etkinliği için x_i bilindiğinde v_i 'nin varyansı sabit olmalıdır ($v_i = c_i j_T + u_i$):

$$E(v_i v_i' | x_i) = E(v_i v_i') \quad (2.27)$$

(2.20), (2.21) ve (2.27) varsayımlarından hareketle aşağıdaki rassal etki çözümlemesi varsayımları yazılabilir:

$$E(u_i u_i' | x_i, c_i) = \sigma_u^2 I_T \quad (2.28)$$

$$E(c_i^2 | x_i) = \sigma_c^2 \quad (2.29)$$

(2.28) varsayımından hareketle,

$$E(u_{it}^2 | x_i, c_i) = \sigma_u^2, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.30)$$

yazılabilir. (2.30) varsayımı (2.20)'yi de kapsamaktadır. Aynı şekilde (2.21)'i kapsayan aşağıdaki varsayım da yazılabilir:

$$E(u_{it} u_{is} | x_i, c_i) = 0, \quad t \neq s \text{ ve } t, s = 1, \dots, T \quad (2.31)$$

Gözlenemeyen etki c_i 'nin varyansının sabit olduğuna dair (2.29) varsayımı $Var(c_i | x_i) = Var(c_i)$ ile aynıdır.

Koşullu varyansların sabit, koşullu kovaryansların sıfır olduğunu ileri süren (2.30) ve (2.31), daha güçlü varsayımlardır.

UGEKK yöntemi, σ_u^2 ve σ_c^2 'nin tutarlı tahmin edicileri kullanılarak uygulanır:

$$\hat{\Omega} = \hat{\sigma}_u^2 I_T + \hat{\sigma}_c^2 j_T j_T' \quad (2.32)$$

UGEKK yönteminde $T \times T$ boyutundaki pozitif tanımlı $\hat{\Omega}$ matrisini rassal etkiler tahmin edicisinde aşağıdaki gibi kullanır:

$$\hat{\beta}_{RE} = \left(\sum_{i=1}^N X_i' \hat{\Omega}^{-1} X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N X_i' \hat{\Omega}^{-1} y_i \right) \quad (2.33)$$

(2.16) ve rank koşulu (2.19) sağlandığında rassal etkiler tahmin edicisi $\hat{\beta}_{RE}$, N sonsuza giderken ($N \rightarrow \infty$) β 'ya yakınsar. (2.28) ve (2.29) varsayımları olmasa da $\hat{\beta}_{RE}$ tutarlıdır.

(2.28) ve (2.29) varsayımları sağlandığında rassal etkiler tahmin edicisi etkindir. Yukarıdaki tüm varsayımlar altında bilindik UGEKK varyans matrisi geçerlidir.

Rassal etkiler çözümlemesi için $\hat{\sigma}_u^2$ ve $\hat{\sigma}_c^2$ tahmin edilmelidir. $\hat{\sigma}_v^2 = \hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_c^2$ bilindiğine göre $\hat{\sigma}_v^2$ hesaplandığında $\hat{\sigma}_u^2$ ve $\hat{\sigma}_c^2$ daha kolay hesaplanabilir. (2.28) varsayımı altında tüm birimler için $\sigma_v^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T E(u_{it}^2)$ olduğuna göre bu eşitlikten hareketle σ_v^2 için tutarlı

bir tahmin edici hesaplanabilir (Wooldridge, 2001: 260). \hat{v}_{it} havuzlanmış EKK kalıntılarını göstermek üzere:

$$\hat{\sigma}_v^2 = \frac{1}{(NT - K)} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{v}_{it}^2 \quad (2.34)$$

(2.23)'teki $E(v_{it}v_{is}) = \sigma_c^2$ eşitliğinden hareketle σ_c^2 'nin tutarlı bir tahmin edicisi hesaplanabilir. Her birim için aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$\begin{aligned} E\left(\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{s=t+1}^T v_{it}v_{is}\right) &= \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{s=t+1}^T E(v_{it}v_{is}) = \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{s=t+1}^T \sigma_c^2 = \sigma_c^2 \sum_{t=1}^{T-1} (T-t) \\ &= \sigma_c^2 [(T-1) + (T-2) + \dots + 2 + 1] = \sigma_c^2 T(T-1)/2 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Yatay kesitleri de hesaba katarak, havuzlanmış EKK kalıntılarını ve (2.35)'i kullanarak σ_c^2 nin tutarlı tahmin edicisi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\hat{\sigma}_c^2 = \frac{1}{[NT(T-1)/2 - K]} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{s=t+1}^T \hat{v}_{it}\hat{v}_{is} \quad (2.36)$$

$\hat{\sigma}_v^2$ ve $\hat{\sigma}_c^2$ bilindiğinde $\hat{\sigma}_u^2$, $\hat{\sigma}_u^2 = \hat{\sigma}_v^2 - \hat{\sigma}_c^2$ şeklinde hesaplanır. UGEKK yöntemini kullanan Rassel Etkiler çözümlemesi, β_{RE} 'nin etkin bir tahmin edicisine ulaşmak için σ_v^2 ve σ_c^2 'nin tutarlı tahmin edicilerini kullanır.

Pozitif çıkması garanti olmayan $\hat{\sigma}_c^2$ 'nin negatif çıkması, u_{it} 'de otokorelasyon olduğuna işaret eder. İcap eden durumlarda, belli dönemlere ait kukla değişkenleri ilave etmek, olası otokorelasyonu önleyebilmektedir.

Sabit etkiler modeli ile rassel etkiler modeli arasındaki tercih, Hausman sinaması ile yapılabilir.

2.4. HAUSMAN SINAMASI

Herhangi bir katsayının model dışı kalmasının gerekliliği test edilirken kısıtlanmış ve kısıtlanmamış spesifikasyonlara ait modeller EÇÖ yöntemine tabi tutulup ardından LRT ile hangi modelin daha iyi olduğu kararı verilebilir. Ancak iki denklemde de kısıtlanmamış katsayılarla tahmin yapılıyorsa bu durumda iki model arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı Hausman sinamasıyla test edilir. Bu durumda iki model arası temel fark, sıfır hipotezinin reddedilemediği durumda denklemlerden birinin tutarlılığını koruduğu halde etkinliğini yitirmesidir. Burada sıfır hipotezi spesifikasyon hatasının olmadığıdır (Hausman, 1978). Rassel etkiler modelinin etkinliğini test eden sıfır hipotezi aşağıdaki gibi olur:

H_0 : Spesifikasyon hatası yoktur, rassal etkiler modeli etkindir: $cov(c_i, x_{it}) = 0$

H_1 : Spesifikasyon hatası vardır, rassal etkiler modeli etkin değildir :
 $cov(c_i, x_{it}) \neq 0$

$\hat{q} = \hat{\beta}_{SE} - \hat{\beta}_{RE}$ ve $V(\hat{q}) = V(\hat{\beta}_{SE}) - V(\hat{\beta}_{RE})$ olmak üzere, Hausman istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$H = \hat{q}'V(\hat{q})^{-1}\hat{q} \quad (2.37)$$

Bu istatistik N sonsuza giderken asimptotik olarak χ_K^2 dağılımına uyar. Buradaki K açıklayıcı değişkenlerin sayısıdır. Kesme terimi dâhil edilmez.

Spesifikasyon hatasının olmadığı durumda \hat{q} sifira yakın olmalıdır. Yani sabit etkiler ve rassal etkiler modellerindeki katsayı matrisleri birbirine yakın olmalıdır.

Hausman istatistiği aşağıdaki gibi de gösterilebilir (Matyas & Patrick, 2008):

$$H = (\hat{\beta}_{SE} - \hat{\beta}_{RE})' \left[\left(V(\hat{\beta}_{SE}) - V(\hat{\beta}_{RE}) \right) \right]^{-1} (\hat{\beta}_{SE} - \hat{\beta}_{RE}) \quad (2.38)$$

Kurulan modellerde sadece tek bir açıklayıcı değişkene ait bir parametre varsa, bu durumda Hausman test istatistiğinin t dağılımına uyan bir versiyonu kullanılabilir:

$$H = (\hat{\beta}_{SE} - \hat{\beta}_{RE}) / \left\{ \left([sh(\hat{\beta}_{SE})]^2 - [sh(\hat{\beta}_{RE})]^2 \right) \right\}^{1/2} \quad (2.39)$$

Wooldridge (2001: 290), büyük değerlerdeki standart hataların H istatistiğini küçülterek gerçekte yanlış olan sıfır hipotezini reddetme olasılığını düşürdüğünü, yani II. tip hata olasılığını artırdığını ifade etmiştir. Aynı mantıkla, katsayılar arası fark çok fazla olmamasına rağmen, sabit etkiler ve rassal etkiler modelleri arası çok çok düşük varyans farklılıklarının olması durumunda da H istatistiği yüksek çıkacaktır. Dolayısıyla reddedilmemesi gereken sıfır hipotezi reddedilebilecektir. (I. Tip hata)

Mekânsal Panel Veriler

Zaman serileri, bir kesite (birime) ait verinin zamana göre değişimini göstermektedir. Yatay kesit veriler ise birimlere ait sadece belli bir anlık gözlemleri gösterir. Karma veri denilen panel veriler ise bunların birleşimidir. Yani panel veride hem yatay kesitler, hem de her birinin zamana göre değişimleri yer alır.

Panel veriyle işlem yaparken, genelde yatay-kesitlerin homojen hareket ettikleri varsayılır. Eğer kesme terimi bakımından birimler arası fark varsa sabit etkiler, birimler arası fark rassal ise rassal etkiler modeli kullanılmaktadır.

Panel veri çözümlemesinde, eğer ki yatay kesitler coğrafi alanlardan oluşmaktaysa mekânsal panel veri ekonometrisi devreye girer. Yatay-kesitlerin birbirlerine olan bağımlılıkları (varsa), mekânsal panel modeller ile modellenmiş olur. Böylesi bir durumda model hem yatay kesitlerden, hem bunlara ait serilerin zaman içerisindeki değişimlerinden, hem de bu yatay kesitlerin birbirlerine komşuluk durumlarından etkilenir.

Mekânsal panel veri çözümlemesinden bahseden başlıca çalışmalar arasında Anselin, Elhorst, Baltagi ve Hsiao'nun çalışmaları sayılabilir (Baltagi, 2005; Anselin, Gallo, & Jayet, 2008; Elhorst J. P., 2014; Hsiao, 2014).

Havuzlanmış bir regresyon modeli aşağıdaki gibi gösterilir:

$$y_{it} = x_{it}\beta + \varepsilon_{it} \quad (3.1)$$

(3.1)'deki i alt indisi mekânları göstermekteyse, mekânsal panel veri çözümlemesi uygulanabilir. Bu durumda klasik mekânsal modeldeki mekânsal ağırlık matrisi devreye girer. En basit biçimlendirmeye, komşu olanların 1

diğerlerinin 0 değerini aldığı mekânsal ağırlık matrisi, yorumlama kolaylığı açısından, her satır kendi satır toplamına bölünerek standartlaştırılmalıdır:

$$w_{ij}^* = w_{ij} / \sum_j w_{ij}$$

Panel veriye uygulanabilmesi için, N yatay kesit sayısını, T zaman boyutu sayısını göstermek üzere standartlaştırılmış ağırlık matrisi W_{NT} ,

$$W_{NT} = I_T \otimes W_N \quad (3.2)$$

şeklinde gösterilir. Burada I_T , $T \times T$ boyutundaki birim matrisi, W_N $N \times N$ boyutundaki standartlaştırılmış mekânsal ağırlık matrisini ifade etmektedir.

Zaman boyutu olmayan mekânsal veriler için $N \times N$ boyutundaki W_N matrisi ile $N \times 1$ boyutundaki bağımlı değişken matrisinin çarpımından oluşan mekânsal gecikmeli bağımlı değişken vektörü, mekânsal panel veri için $N \times T$ boyutundaki W_{NT} matrisi ile her bir zaman dilimi için bağımlı değişken vektörünün çarpılması ile aşağıdaki gibi oluşur:

$$WY = W_{NT}Y = (I_T \otimes W_N)Y \quad (3.3)$$

Mekânsal gecikmeli açıklayıcı değişken için söz konusu matris:

$$WX = W_{NT}X = (I_T \otimes W_N)X \quad (3.4)$$

Mekânsal hata modeli için ağırlıklı hatalar ise:

$$W\varepsilon = W_{NT}\varepsilon = (I_T \otimes W_N)\varepsilon \quad (3.5)$$

şeklinde olur (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008: 629).

Mekânsal gecikme, mekânsal hata, sabit etkiler ve rassal etkiler modelleri tek bir modelle gösterilecek olursa, mekânsal panel veri modeli:

$$Y_t = \rho WY_t + X_t\beta + WX_t\theta + c + \varepsilon_t \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_t = \lambda W\varepsilon_t + u_t \quad (3.7)$$

şeklinde gösterilebilir (Elhorst J. P., 2014, s. 38). ρ , θ , c_i ve λ 'nın durumlarına göre modeller değişmektedir. Burada $c = (c_1, \dots, c_N)'$ şeklindeki kesme terimi veya rassal terimdir.

Sabit veya rassal etkilerin olmadığı, havuzlanmış mekânsal modeller mekânsal gecikme ve mekânsal hata modelleridir.

3.1. HAVUZLANMIŞ MEKÂNSAL GECİKME MODELİ

ρ mekânsal gecikme parametresini göstermek üzere havuzlanmış panel veri için mekânsal gecikme modeli aşağıdaki gibi olur:

$$y = \rho(I_T \otimes W_N)y + X\beta + \varepsilon \quad (3.8)$$

Mekânsal panel veri ekonometrisi, (3.8) modeli için mekânsal gecikme katsayısını (ρ) ve mekânsal ağırlık matrisini (W) zamana bağlı sabit kabul eder. Zaman boyutu dâhil edildiğinde çok çeşitli spesifikasyonlar elde edilebilmektedir. Anselin bu durumu şöyle açıklar: “Burada, her bir yatay-kesit için bağımlı değişken değerinin sadece açıklayıcı değişkenlere değil aynı zamanda her bir bölgeye ait regresyon katsayılarına ve birbirinden uzaklaştıkça etkisi azalan komşuluk ilişkisine bağlıdır. Ayrıca hata terimleri de sadece yatay kesitlerle değil, bunların komşuluk durumlarıyla da alakalıdır. Mekânsal çarpan etkisi ise, yatay kesitler arası etkileşime neden olurken zamana bağlı olarak değişmemektedir” (Bknz. Anselin, 2008).

(3.8) modelinin tahminini zorlaştıran en önemli etken, diğer zaman serilerinin aksine mekânsal gecikme teriminin içsel olmasıdır. Yani mekânsal gecikme terimi model içerisinde belirlenir, dışarıdan veri olarak alınmaz. Çünkü bir mekâna ait tahmin değeri, o mekânın komşularına ait değerlerden etkilenecektir. Keza, komşu mekâna ait değer de, etkilediği komşulardan etkilenecek ve iki yönlü bir etkileşim olacaktır. Bu yüzden mekânsal çarpan (çoğaltan) kavramı ortaya çıkmıştır.

(3.8) denklemi basit cebirsel işlemlerle aşağıdaki gibi mekânsal filtre denklemine indirgenebilir (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008:630):

$$[I_T \otimes (I_N - \rho W_N)]y = X\beta + \varepsilon \quad (3.9)$$

Böylelikle mekânsal otokorelasyondan arındırılmış yeni bir bağımlı değişken elde edilir. Mekânsal filtre denkleminin uygulanabilmesi için ρ tahmin edilmelidir.

$y = X\beta + \varepsilon$ denkleminde farkını göstermek adına (3.9) aşağıdaki gibi de yazılabilir:

$$y = [I_T \otimes (I_N - \rho W_N)^{-1}]X\beta + [I_T \otimes (I_N - \rho W_N)^{-1}]\varepsilon \quad (3.10)$$

İndirgenmiş modele bakıldığında mekânsal gecikmeli hataların varlığı, her bir yatay-kesit için hem bağımlı değişkenin hem hata terimlerinin mekânsal çarpına bağlı olduğunu gösterir. Dolayısıyla bu eş-anlı çözüm için Araç Değişkenleri (Instrumental Variables-IV) ve Genelleştirilmiş Momentler Metodu (Generalised Method of Moments) uygulanabileceği gibi, hata terimlerinin dağılımıyla alakalı varsayımdan hareketle EÇÖ yöntemi de uygulanabilir.

Mekânsal otokorelasyonu, açıklayıcı değişkenler yerine hata terimlerinde barındıran, kesme terimi tüm yatay-kesitler için homojen olduğundan sabit ya da rassal etkili modellemeye konu olmayan mekânsal panel veri modeli, havuzlanmış mekânsal hata modelidir.

3.2. HAVUZLANMIŞ MEKÂNSAL HATA MODELİ

Havuzlanmış mekânsal hata modeli, mekânsal etkileşimi bağımlı değişken ya da açıklayıcı değişken(ler) yerine hata teriminde barındıran ve sabit ya da rassal etkili olmayan panel veri modelidir. Havuzlanmış panel veri için mekânsal hata sürecinde yaygın kullanımlar mekânsal otoregresif hata modeli ve mekânsal hareketli ortalama modelidir. Mekânsal otoregresif modelde bağımlı değişken ε 'nun mekânsal gecikmeleri açıklayıcı değişken tarafında yer alır. Mekânsal hareketli ortalama ise ε 'nun bağımlı değişken olduğu denklemin hata terimleri u 'nun mekânsal gecikmeleri aynı denklemin açıklayıcı değişkenleridir.

Mekânsal otoregresif hata modeli aşağıdaki gibidir (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008: 633):

$$\varepsilon_t = \lambda W_N \varepsilon_t + u_t \quad (3.11)$$

Burada ε_t , $t = 1, \dots, T$ dönemi içerisinde belli bir t için $N \times 1$ boyutundaki hata terimleri vektörünü, W_N $N \times N$ boyutundaki mekansal ağırlık matrisini, λ mekansal otoregresif parametreyi, u_t $N \times 1$ boyutundaki yatay kesit boyutundan bağımsız, sabit varyanslı hata terimi vektörünü ifade etmektedir.

(3.11) denkleminde ε_t 'ler eşitliğin solunda toplanırsa:

$$\varepsilon_t - \lambda W_N \varepsilon_t = u_t \quad (3.12)$$

$$(I_N - \lambda W_N) \varepsilon_t = u_t$$

$$\varepsilon_t = (I_N - \lambda W_N)^{-1} u_t$$

elde edilir. Bu durumda t anına ait hata terimleri varyans kovaryans matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\Omega_{t,N} = E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \sigma_u^2 (I_N - \lambda W_N)^{-1} (I_N - \lambda W_N')^{-1} \quad (3.13)$$

şeklinde olur. Gösterimde kolaylık açısından $I_N - \lambda W_N = B_N$ yazılırsa,

$$\Omega_{t,N} = \sigma_u^2 (B_N' B_N)^{-1} \quad (3.14)$$

şeklinde yazılabilir. Bu kovaryans matrisi, $NT \times NT$ boyutunda gösterilecek olursa:

$$\Sigma_{NT} = \sigma_u^2 [I_T \otimes (B_N' B_N)^{-1}] \quad (3.15)$$

Standartlaştırılmamış bir ağırlık matrisi için $(B_N' B_N)^{-1}$ simetrik olmak zorunda değildir.

Mekânsal hareketli ortalama sürecine sahip mekânsal hata modeli aşağıdaki gibidir (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008: 634):

$$\varepsilon_t = \gamma W_N u_t + u_t \quad (3.16)$$

Burada γ hareketli ortalama parametresidir. Mekânsal hareketli ortalama şeklindeki mekânsal hata modelinin kovaryans matrisi mekânsal otoregresif süreçteki kovaryans matrisinin aksine ters matris barındırmaz:

$$\Omega_{t,N} = E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \sigma_u^2 [I_N + \gamma (W_n + W_n') + \gamma^2 W_n W_n'] \quad (3.17)$$

$NT \times NT$ boyutundaki kovaryans matrisi ise şu şekilde olur:

$$\Omega_{t,N} = E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \sigma_u^2 \{I_T \otimes [I_N + \gamma (W_n + W_n') + \gamma^2 W_n W_n']\} \quad (3.18)$$

Havuzlanmış mekânsal panel verinin aksine, kesme teriminin yatay-kesitler arası değiştiği mekânsal panel veri modellerinde sabit ve rassal etkiler modelleri kullanılabilir.

3.3. MEKÂNSAL SABİT ETKİLER ÇÖZÜMLEMESİ

Mekânsal sürece sahip panel veri analizinde, kesme terimleri her birim için farklı bir sabit değere sahipse bu durumda mekânsal sabit etkilerden bahsedilir. Bu kısımda mekânsal sabit etkili mekânsal gecikme ve mekânsal hata modelleri incelenecektir. Birimlerin gözlem sayısı eşit dengeli panel veri için w_{ij} , zamana göre değişmeyen ağırlık matrisi W 'nin bir elemanı olmak üzere mekânsal sabit etki modelleri aşağıdaki gibi olur:

$$y_{it} = c_i + \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \beta + \varepsilon_{it} \quad (3.19)$$

$$y_{it} = c_i + x_{it} \beta + \varepsilon_{it} \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_{it} = \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} \varepsilon_{jt} + u_{it}$$

Burada (3.19) mekânsal gecikme modelini (3.20) ise mekânsal hata modelini temsil eder. Sabit etkili mekânsal panel veri modellerinden mekânsal etkileşimi bağımlı değişkende barındıran model, sabit etkili mekânsal gecikme modelidir.

3.3.1. Sabit Etkili Mekânsal Gecikme Modeli

Sabit etkili mekânsal gecikme modeli, kesme terimlerinin her bir yatay kesit için farklı olduğu, bu farklılıkların rassal dağılmadığı, bağımlı değişkenin mekânsal ağırlık matrisiyle ilişkili hali $\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt}$ 'yi açıklayıcı değişken olarak barındıran modeldir. (3.19) denkleminde gösterilen sabit

etkili mekânsal gecikme modeline ait log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur (Elhorst J. P., 2014, s. 44):

$$l = -\frac{NT}{2} \ln (2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \rho W| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left(y_{it} - c_i - \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - x_{it}\beta \right)^2 \quad (3.21)$$

$T \ln |I_N - \rho W|$ ifadesi, ε 'dan y 'ye dönüşüm yapılırken $\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt}$ 'nin içsellliğini dikkate alan Jacob terimidir. Maksimize edilmek istenen Log-olabilirlik fonksiyonunun ε 'a göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenirse:

$$\frac{\partial l}{\partial \varepsilon_{it}} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T \left(y_{it} - c_i - \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - x_{it}\beta \right) = 0$$

$$i = 1, \dots, N \quad (3.22)$$

şeklinde olur. (3.22)'den c_i elde edilebilir:

$$c_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(y_{it} - \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - x_{it}\beta \right) \quad (3.23)$$

Panel veri incelenirken (2.3.1)'de bahsedildiği gibi sabit etkiler çözümlemesi yapabilmek için yatay-kesitlerde zamana bağlı sabit c_i 'yi elemine ederek çözüm yapmayı sağlayacak grup içi dönüşüm yapılabilir. Bu durumda ρ , β ve σ^2 'ye ait log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur (Elhorst J. P., 2014, s. 45):

$$l = -\frac{NT}{2} \ln (2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \rho W| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left(y_{it}^* - \rho \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right]^* - x_{it}^*\beta \right)^2 \quad (3.24)$$

Burada yıldız imgili simgeler grup içi dönüşümleri gösterir:

$$y_{it}^* = y_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} \quad ve \quad x_{it}^* = x_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} \quad (3.25)$$

Çözüm için Anselin ve Hudak'ın önerdiği aşağıdaki yol izlenebilir (Aktaran: Elhorst, 2014: 45):

$$Y^* = b_0 X^* + e_0^* \quad (3.26)$$

$$(I_T \otimes W)Y^* = b_1 X^* + e_1^* \quad (3.27)$$

Denklemleri çözülerek e_0^* ve e_1^* elde edilir. ρ 'ya ait EÇÖ tahmin edicisi aşağıdaki log-olabilirlik fonksiyonu maksimize edilince elde edilir:

$$l = c + T \ln |I_N - \rho W| - \frac{NT}{2} \ln[(e_0^* - \rho e_1^*)^T (e_0^* - \rho e_1^*)] \quad (3.28)$$

C , ρ 'ya bağlı olmayan bir sabittir. $\hat{\rho}$ tahmin edildikten sonra, β ve σ^2 aşağıdaki gibi tahmin edilir:

$$\hat{\beta} = (\hat{b}_0 - \hat{\rho} \hat{b}_1) = (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} [Y^* - \hat{\rho} (I_T \otimes W) Y^*] \quad (3.29)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{NT} (e_0^* - \hat{\rho} e_1^*)^T (e_0^* - \hat{\rho} e_1^*) \quad (3.30)$$

Son olarak hesaplanan parametrelerin asimptotik varyans-kovaryans matrisi hesaplanır. Bu matris simetriktir:

$$\text{Asimptotik Var}(\hat{\beta}, \hat{\rho}, \hat{\sigma}^2) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{X^{*T} X^*}{\sigma^2} & & & \\ \frac{X^{*T} (I_T \otimes \tilde{W}) X^* \beta}{\sigma^2} & T * \text{tr}(\tilde{W} \tilde{W} + \tilde{W}^T \tilde{W}) + \frac{\beta^T X^{*T} (I_T \otimes \tilde{W}^T \tilde{W}) X^* \beta}{\sigma^2} & & \\ 0 & \frac{T}{\sigma^2} \text{tr}(\tilde{W}) & & \frac{NT}{2\sigma^4} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.31)$$

Burada tr matrisin izini(trace) gösterir. Ayrıca $\tilde{W} = W(I_N - \rho W)^{-1}$ dir.

Her bir yatay kesit için kesme terimi sabit olmakla birlikte, mekânsal etkileşimi sadece hata terimlerinde barındıran panel veri modeli sabit etkili mekânsal hata modelidir.

3.3.2. Sabit Etkili Mekânsal Hata Modeli

Sabit etkili mekânsal hata modeli, kesme terimi her coğrafi birim için farklı olan ve bağımlı ya da bağımsız değişkenleri yerine hata terimlerinde mekânsal otokorelasyon barındıran modeldir. Panel veriler için sabit etkili mekânsal hata modelinde, zamana bağlı olmayan mekânsal hata modeline benzer işlem yapılır: (3.20)'de gösterilen sabit etkiler mekânsal hata modelinden, (3.20) denkleminin $\lambda(I_T \otimes W)$ ile çarpılmışı çıkarılırsa bu durumda hata terimleri üzerindeki mekânsal etki giderilerek çözüm yapılmış olur. Sabit etkili mekânsal hata modelinin log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır:

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \lambda W|$$

$$-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it}^* - \lambda \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right]^* - \left(x_{it}^* - \lambda \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} \right]^* \right) \beta \right\}^2 \quad (3.32)$$

Bilinen bir λ değeri için β ve σ^2 aşağıdaki gibi bulunabilir (Elhorst J. P., 2014: 47):

$$\hat{\beta} = \{ [X^* - \lambda (I_T \otimes W)X^*]^T [X^* - \lambda (I_T \otimes W)X^*]^{-1} [X^* - \lambda (I_T \otimes W)X^*]^T [Y^* - \lambda (I_T \otimes W)Y^*] \} \quad (3.33)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{e(\lambda)^T e(\lambda)}{NT} \quad (3.34)$$

Burada $e(\lambda) = Y^* - \lambda (I_T \otimes W)Y^* - [X^* - \lambda (I_T \otimes W)X^*]$ şeklindedir. β ve σ^2 bilindiğinde λ 'nın yoğunlaştırılmış olabilirlik fonksiyonu ise:

$$l = -\frac{NT}{2} \ln [e(\lambda)^T e(\lambda)] + T \ln |I_N - \lambda W| \quad (3.35)$$

şeklinde olur. Parametrelerin asimptotik varyans matrisi aşağıdaki gibidir:

Asimptotik Var($\hat{\beta}, \hat{\lambda}, \hat{\sigma}^2$) =

$$\begin{bmatrix} \frac{X^{*T} X^*}{\sigma^2} & & & \\ 0 & T * tr(\tilde{W}\tilde{W} + \tilde{W}^T \tilde{W}) & & \\ 0 & \frac{T}{\sigma^2} tr(\tilde{W}) & & \frac{NT}{2\sigma^4} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.36)$$

Burada $\tilde{W} = W(I_N - \lambda W)^{-1}$ şeklindedir. Her yatay-kesitin kendine ait kesme terimi(sabit terimi) aşağıdaki gibi bulunabilir (Elhorst J. P., 2014):

$$c_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{it} - x_{it}\beta), \quad i = 1, \dots, N \quad (3.37)$$

Sabit etkili mekânsal panel modellerin aksine kesme terimi her bir birim için belli bir sabit değer etrafında rassal olarak dalgalanıyorsa, rassal etkili mekânsal modellerden bahsedilir.

3.4. MEKÂNSAL RASSAL ETKİLER ÇÖZÜMLEMESİ

(3.19) ve (3.20) denklemlerindeki kesme terimi c_i her bir yatay kesit için rassal bir terim olarak düşünüldüğünde rassal etkilerden söz edilebilir. Mekânsal ağırlık matrisinin sadece açıklayıcı değişkenleri etkilediği rassal etkiler durumunda rassal etkili mekânsal gecikme denklemi, kalıntı terimlerini etkilediği durumda ise rassal etkili mekânsal hata denklemi kullanılabilir.

3.4.1. Rassal Etkili Mekânsal Gecikme Modeli

Mekânsal otokorelasyonu hata terimlerinde değil bağımlı değişkende barındıran mekânsal rassal panel veri modeline rassal etkili mekânsal gecikme modeli denir. (3.19) denklemindeki c_i rassal terim ise, rassal etkili mekânsal gecikme modeli için log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \rho W| + \frac{N}{2} \ln \phi^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it}^\bullet - \rho \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right]^\bullet - x_{it}^\bullet \beta \right\}^2 \quad (3.38)$$

Burada;

$$y_{it}^\bullet = y_{it} - (1 - \phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} \quad (3.39)$$

$$x_{it}^\bullet = x_{it} - (1 - \phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} \quad (3.40)$$

$$\phi^2 = \frac{\sigma^2}{(T\sigma_c^2 + \sigma^2)}, \quad 0 \leq \phi^2 \leq 1 \quad (3.41)$$

şeklinde. β , ρ ve σ^2 verildiğinde ϕ aşağıdaki log-olabilirlik fonksiyonunun maksimize edilmesiyle bulunur (Elhorst J. P., 2014: 50):

$$l = -\frac{NT}{2} \ln[e(\phi)^T e(\phi)] + \frac{N}{2} \ln \phi^2 \quad (3.42)$$

$e(\phi)$ nin elemanları aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$e(\phi)_{it} = y_{it} - (1 - \phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} - \rho \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - (1 - \phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right] - \left[x_{it} - (1 - \phi) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} \right] \beta \quad (3.43)$$

β , ρ , σ^2 ve ϕ katsayılarına ait asimptotik varyans matrisi aşağıdaki gibi bulunur:

$$\text{Asimptotik Var}(\hat{\beta}, \hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{\sigma}^2) = \quad (3.44)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{X^{\bullet T} X^{\bullet}}{\sigma^2} \\ \frac{X^{\bullet T} (I_T \otimes \tilde{W}) X^{\bullet} \beta}{\sigma^2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T * tr(\tilde{W}\tilde{W} + \tilde{W}^T \tilde{W}) + \frac{\beta^T X^{\bullet T} (I_T \otimes \tilde{W}^T \tilde{W}) X^{\bullet} \beta}{\sigma^2} \\ -\frac{1}{\sigma^2} tr(\tilde{W}) \\ \frac{T}{\sigma^2} tr(\tilde{W}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \left(T + \frac{1}{\varphi^2} \right) \\ -\frac{N}{\sigma^2} \\ \frac{NT}{2\sigma^4} \end{bmatrix}^{-1}$$

Rassal etkili modellerden, mekânsal otokorelasyonu sadece hata terimlerinde barındıran model rassal etkili mekânsal hata modelidir.

3.4.2. Rassal Etkili Mekânsal Hata Modeli

Mekânsal korelasyondan sadece hata terimlerinin etkilendiği (3.20) denkleminde, c_i 'nin rassal olduğu düşünülürse rassal etkili mekânsal hata modeli devreye girer. $c_i + \varepsilon_{it} = e$ şeklinde gösterilirse, (3.20) denkleminin $Y = X\beta + e$ şekline dönüşeceği için $e = Y - X\beta$ olur. ε_{it} 'de $\varepsilon_{it} = \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} \varepsilon_{jt} + u_{it}$ şeklinde mekânsal gecikmeli olduğundan, ε_{it} 'ler eşitliğin bir tarafında toplanırsa $B = (I_N - \lambda W)$ olmak üzere $\varepsilon_{it} = (I_T \otimes B^{-1}) u_{it}$ olur. Bu durumda $e = (\iota_T \otimes I_N) c_i + (I_T \otimes B^{-1}) u_{it}$ şeklinde yazılabilir. Rassal etkili mekânsal hata modeline ait log-olabilirlik fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir:

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln|V| + (T-1) \sum_{i=1}^N \ln|B| \\ - \frac{1}{2\sigma^2} e^T \left(\frac{1}{T} \iota_T \iota_T^T \otimes V^{-1} \right) e - \frac{1}{2\sigma^2} e^T \left(I_T - \frac{1}{T} \iota_T \iota_T^T \right) \otimes (B^T B) e \quad (3.45)$$

Burada $V = T\varphi I_N + (B^T B)^{-1}$, $\varphi = \frac{\sigma_c^2}{\sigma^2}$, $B = (I_N - \lambda W)$, ι_T tüm elemanları 1 olan $T \times 1$ boyutundaki vektör ve $e = Y - X\beta$ 'dir. Literatürde $\ln|V|$ ve $\ln|B|$ 'nin hesaplanmasının zor olduğu görüldüğünden ve V matrisinin tersi matematiksel olarak kolay ifade edilemediğinden Baltagi (2006) bir çözüm önermiştir (Aktaran: Elhorst, 2014: 51). Buna göre mekânsal ağırlık matrisi W 'nin köşegen elemanlarına $1/(N-1)$ yazılır. Böylelikle V matrisinin tersi hesaplanabilir ve β 'nin UGEKK tahmini yapılabilir. Dolayısıyla $\ln|V|$ 'yi hesaplamaya gerek kalmaz.

Hesaplanmak istenirse $\ln|V|$, W 'nin karakteristik kökleri yardımıyla aşağıdaki gibi açıklanabilir (Elhorst J. P., 2003):

$$\ln|V| = \ln|T\varphi I_N + (B^T B)^{-1}| = \sum_{i=1}^N \ln \left[T\varphi + \frac{1}{(1 - \lambda\omega_i)^2} \right] \quad (3.46)$$

y_{it} ve x_{it} için aşağıdaki dönüşümler yapılır:

$$y_{it}^{\circ} = y_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p_{ij} - (1 - \lambda w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{jt} \right\} \quad (3.47)$$

$$x_{it}^{\circ} = x_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p_{ij} - (1 - \lambda w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{jt} \right\} \quad (3.48)$$

p_{ij} , $N \times N$ boyutundaki P matrisinin elemanıdır. $\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{P}$ dir. (3.46), (3.47) ve (3.48)'den hareketle log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır:

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\phi(1 - \lambda\omega_i)^2] + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \lambda\omega_i) - \frac{1}{2\sigma^2} e^{*T} e^* \quad (3.49)$$

Burada $e^* = Y^* - X^* \beta$ 'dir. Dolayısıyla β katsayı matrisi $\beta = (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} Y^*$ ve σ^2 varyansı $\sigma^2 = (Y^* - X^* \beta)^T (Y^* - X^* \beta) / NT$ şeklinde tahmin edildiğinde, (3.49) denklemini aşağıdaki gibi sadeleştirilerek λ ve ϕ için maksimize edilebilir.

$$\begin{aligned} l &= -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) - \frac{NT}{2} \ln(e^{*T} e^* / NT) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\phi(1 - \lambda\omega_i)^2] \\ &\quad + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \lambda\omega_i) - \frac{1}{2 \frac{e^{*T} e^*}{NT}} e^{*T} e^* \\ &= -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) - \frac{NT}{2} \ln(e^{*T} e^*) - \left[-\frac{NT}{2} \ln(NT) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\phi(1 - \lambda\omega_i)^2] + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \lambda\omega_i) - \frac{NT}{2e^{*T} e^*} e^{*T} e^* \\ &= -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) - \frac{NT}{2} \ln(e^{*T} e^*) + \frac{NT}{2} \ln(NT) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\phi(1 - \lambda\omega_i)^2] + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \lambda\omega_i) - \frac{NT}{2} \\ &= -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) + \frac{NT}{2} \ln(NT) - \frac{NT}{2} - \frac{NT}{2} \ln(e^{*T} e^*) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\phi(1 - \lambda\omega_i)^2] + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \lambda\omega_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{NT}{2} \left[\ln \left(\frac{2\pi}{NT} \right) + 1 \right] - \frac{NT}{2} \ln (e^{\tau} e^{\circ}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln [1 + T\phi(1 - \lambda\omega_i)^2] \\
&\quad + T \sum_{i=1}^N \ln (1 - \lambda\omega_i)
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Kalıntılar $e(\lambda, \varphi)$ şeklinde gösterilirse, $e(\lambda, \varphi)$ 'nin her bir elemanı $e(\lambda, \varphi)_{it}$ aşağıdaki gibi olur (Elhorst J. P., 2014: 52):

$$\begin{aligned}
e(\lambda, \varphi)_{it} &= y_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p(\lambda, \varphi)_{ij} - (1 - \lambda w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{jt} \right\} \\
&\quad - \left[x_{it} - \lambda \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p(\lambda, \varphi)_{ij} - (1 - \lambda w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{jt} \right\} \right] \beta
\end{aligned} \tag{3.51}$$

$p(\lambda, \varphi)_{ij}$, P matrisinin elemanlarını ifade etmektedir. (3.50)'nin maksimize edilmesi sayesinde λ ve φ elde edilebilir. λ ve φ bilindiğinde β ve σ^2 , dönüştürülmüş veriler Y^* ve X^* kullanılarak SEKK yöntemi ile hesaplanabilir.

$\beta, \lambda, \sigma_c^2$ ve σ^2 ye ait asimptotik varyans matrisi ise aşağıdaki gibidir (Elhorst J. P., 2014: 53):

$$\text{Asimptotik Var}(\hat{\beta}, \hat{\lambda}, \hat{\sigma}_c^2, \hat{\sigma}^2) = \tag{3.52}$$

$$\begin{bmatrix} X^{*T} X^* \\ \sigma^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{T-1}{2} * \text{tr}(\Gamma) + \frac{1}{2} * \text{tr}(\Sigma\Gamma)^2 \\ \frac{T}{2\sigma^2} \text{tr}(\Sigma\Gamma V^{-1}) & \frac{T^2}{2\sigma^4} \text{tr}(V^{-1})^2 \\ \frac{T-1}{2\sigma^2} \text{tr}(\Gamma) + \frac{1}{2\sigma^2} \text{tr}(\Sigma\Gamma\Sigma) & \frac{T}{2\sigma^4} \text{tr}(\Sigma V^{-1}) & \frac{1}{2\sigma^4} (T-1)N + \text{tr}(\Sigma)^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

Burada, $\Gamma = (W^T B + B^T W)(B^T B)^{-1}$, $\Sigma = V^{-1}(B^T B)^{-1}$, $\varphi = \frac{\sigma_c^2}{\sigma^2}$ ve $B = (I_N - \lambda W)$ 'dir.

Rassal etkili mekânsal hata modelindeki c_i rassal terimi de mekânsal otokorelasyonlu olabilir. Bu durumda rassal etkili genelleştirilmiş mekânsal hata modeli kurulur.

3.4.3. Rassal Etkili Genelleştirilmiş Mekânsal Hata Modeli

3.4.2. bölümünde anlatılan rassal etkiler mekânsal hata modeli rassal etki c_i nin de mekânsal ağırlıklandırıldığı bir model şeklinde genelleştirilebilir (Kapoor, Kelejian, & Prucha, 2007; Baltagi, Egger, & Pfaffermayr, 2013). Rassal etkili genelleştirilmiş mekânsal hata modeli aşağıdaki gibidir:

$$y_{it} = x_{it}\beta + c_i + \varepsilon_{it} \quad (3.53)$$

$$c_i = \lambda_1 \sum_{j=1}^N w_{ij} c_j + \mu_i \quad (3.54)$$

$$\varepsilon_{it} = \lambda_2 \sum_{j=1}^N w_{ij} \varepsilon_{jt} + u_{it} \quad (3.55)$$

c_i , zamana göre değişmeyen birimler arası değişen etkiyi göstermektedir. c_i ve ε_{it} mekansal korelasyonludur. w_{ij} , $N \times N$ boyutundaki köşegen elemanları sıfır olan ve komşuluk ilişkilerini gösteren W matrisinin elemanıdır. $\mu_i \sim N(0, \sigma_\mu^2)$ ve $u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2)$ olmak üzere μ_i ve u_{it} birbirinden bağımsızdır: $E(\mu_i u_{it}) = 0$. λ_1 ve λ_2 mekansal otokorelasyonu gösteren katsayılardır.¹

$A = (I_N - \lambda_1 W)$ ve $B = (I_N - \lambda_2 W)$ olmak üzere c_i ve ε_{it} aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$c = A^{-1}\mu \quad (3.56)$$

$$\varepsilon = (I_T \otimes B^{-1})u \quad (3.57)$$

$c \sim N(0, \sigma_\mu^2(A'A)^{-1})$ ve $\varepsilon \sim N(0, \sigma_u^2(I_T \otimes (B'B)^{-1}))$ şeklinde normal dağılmaktadırlar. J_T , tüm elemanları 1 olan T boyutlu bir matris olmak üzere $\bar{J}_T = \frac{J_T}{T}$, $Q_T = I_T - \bar{J}_T$ ve $e = Y - X\beta$ denilirse rassal etkili mekânsal rassal hata modelinin varyans-kovaryans matrisi aşağıdaki gibi bulunur (Baltagi, Egger, & Pfaffermayr, 2013: 653):

$$\Omega_e = E(ee') = \sigma_\mu^2(J_T \otimes (A'A)^{-1}) + \sigma_u^2(I_T \otimes (B'B)^{-1}) \quad (3.58)$$

$$= [\bar{J}_T \otimes (T\sigma_\mu^2(A'A)^{-1} + \sigma_u^2(B'B)^{-1})] + \sigma_u^2(Q_T \otimes (B'B)^{-1}) = \sigma_u^2 \Sigma_e$$

1 KKP (Kapoor, Kelejian, Prucha) modelinde, $\lambda_1 = \lambda_2$ dir.

$$\text{Burada } \Sigma_{\epsilon} = \left[\bar{J}_T \otimes \left(\frac{T\sigma_{\mu}^2}{\sigma_u^2} (A'A)^{-1} + (B'B)^{-1} \right) \right] + (Q_T \otimes (B'B)^{-1})$$

$$\text{şeklindedir. } \Sigma_{\epsilon}^{-1} = \left[\bar{J}_T \otimes \left(\frac{T\sigma_{\mu}^2}{\sigma_u^2} (A'A)^{-1} + (B'B)^{-1} \right)^{-1} \right] + (Q_T \otimes B'B)$$

olmak üzere varyans- kovaryans matrisinin tersi ise aşağıdaki gibi olur:

$$\Omega_{\epsilon}^{-1} = \left[\bar{J}_T \otimes (T\sigma_{\mu}^2 (A'A)^{-1} + \sigma_u^2 (B'B)^{-1})^{-1} \right] + \frac{1}{\sigma_u^2} (Q_T \otimes B'B) = \frac{1}{\sigma_u^2} \Sigma_{\epsilon}^{-1} \quad (3.59)$$

Varyans- kovaryans matrisinin determinanı da aşağıdaki gibidir:

$$|\Omega_{\epsilon}| = |T\sigma_{\mu}^2 (A'A)^{-1} + \sigma_u^2 (B'B)^{-1}| |[\sigma_u^2 (B'B)^{-1}]^{T-1}| \quad (3.60)$$

Bu durumda, rassal etkili genelleştirilmiş mekânsal hata modeline ait log-olabilirlik fonksiyonu:

$$\begin{aligned} l(\beta, \sigma_{\mu}^2, \sigma_u^2, \lambda_1, \lambda_2; y, X) \\ = -\frac{NT}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |T\sigma_{\mu}^2 (A'A)^{-1} + \sigma_u^2 (B'B)^{-1}| \\ - \frac{T-1}{2} \ln |\sigma_u^2 (B'B)^{-1}| - \frac{1}{2} (y - X\beta)' \Omega_{\epsilon}^{-1} (y - X\beta) \end{aligned} \quad (3.61)$$

şeklinde olur (Baltagi, Egger, & Pfaffermayr, 2013: 654).

Mekânsal panel veri modellerinden hangisinin uygun model olduğu, çeşitli sınamalar aracılığıyla belirlenir.

3.5.MEKÂNSAL PANEL ÇÖZÜMLEME İÇİN SINAMALAR

Mekânsal panel veri modellerinde, öncelikle mekânsal etkinin türünü belirlemek için Lagrange Çarpan sınamaları yapılabilir. Mekânsal bağımlılığın türü belirlendikten sonra (mekânsal gecikme ya da mekânsal hata), sabit etkiler ya da rassal etkiler modelleri arasında seçim yapmak için Hausman sınaması yapılabilir.

3.5.1. Lagrange Çarpan Sınamaları

(3.1) denklemindeki gibi havuzlanmış bir modelde $e = y - X\hat{\beta}$ ve mekânsal ağırlık matrisi $I_T \otimes W_N$ olmak üzere, mekânsal hatanın varlığını sınamak için Lagrange Çarpan (Lagrange Multiplier-LM) test istatistiği LC_{hata} aşağıdaki gibidir (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008: 655):

$$LC_{hata} = \frac{[e'(I_T \otimes W_N)e / (e'e/NT)]^2}{tr[(I_T \otimes W_N^2)(I_T \otimes W_N'W_N)]} = \frac{[e'(I_T \otimes W_N)e / (e'e/NT)]^2}{Ttr[(W_N^2 + W_N'W_N)]} \quad (3.62)$$

Panel verilerde mekânsal gecikmenin varlığını sınamak için ise $L\mathcal{C}_{gecikme}$ istatistiği kullanılabilir:

$$L\mathcal{C}_{gecikme} = \frac{[e'(I_T \otimes W_N)y / (e'e/NT)]^2}{[(W\hat{y})'M(W\hat{y})/\hat{\sigma}^2] + T \text{tr}[(W_N^2 + W_N'W_N)]} \quad (3.63)$$

Test istatistiğinde $M = I_{NT} - X(X'X)^{-1}X'$ dir. $W\hat{y}$ ise mekansal gecikmeli tahminleri gösterir: $W\hat{y} = (I_T \otimes W_N)X\hat{\beta}$.

(3.20) modelindeki gibi bir modelde rassal etkiler söz konusuysa bu hata bileşeni modeline ait λ katsayısının istatistiksel anlamlılığı UGEKK ya da EÇO yöntemleriyle yapılan çözüme ait kalıntıların yer aldığı $NT \times 1$ boyutundaki e vektörü kullanılarak aşağıdaki $L\mathcal{C}$ test istatistiği ile sınanabilir (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008: 656):

$$L\mathcal{C}_{hata} = \frac{\{(1/\hat{\sigma}_u^2)e'[[I_T + \hat{\kappa}(T\hat{\kappa} - 2)I_T I_T'] \otimes W_N]e\}^2}{(T^2\hat{\kappa}^2 - 2\hat{\kappa} + T)(\text{tr}W_N^2 + \text{tr}W_N'W_N)} \quad (3.64)$$

Burada $\hat{\kappa} = (\hat{\sigma}_c^2/\hat{\sigma}_u^2)/[1 + T(\hat{\sigma}_c^2/\hat{\sigma}_u^2)]$ şeklindedir. $L\mathcal{C}_{hata}$ ve $L\mathcal{C}_{gecikme}$ istatistikleri birer parametreyi test ettiğinden asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına uyarlar.

$L\mathcal{C}$ testinin uygun versiyonları ile $H_0: \lambda = \hat{\sigma}_c^2 = 0$ şeklindeki birleşik bir sıfır hipotezi test edilebileceği gibi, $\hat{\sigma}_c^2 \geq 0$ koşulu altında $H_0: \lambda = 0$, $\lambda = 0$ koşulu altında $H_0: \hat{\sigma}_c^2 = 0$, $\hat{\sigma}_c^2 = 0$ koşulu altında $H_0: \lambda = 0$ ve λ 'ya herhangi bir koşul koymadan $H_0: \hat{\sigma}_c^2 = 0$ şeklindeki sıfır hipotezleri test edilebilir (Baltagi, Song, & Koh, 2003). Ayrıca genelleştirilmiş mekansal hatalı rassal etkiler modeli için de $H_0^A: \lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $H_0^B: \lambda_1 = 0$ ve $H_0^C: \lambda_1 = \lambda_2$ hipotezleri yine $L\mathcal{C}$ testinin uygun versiyonlarıyla test edilebilir (Baltagi, Egger, & Pfaffermayr, 2013).

3.5.2. Mekânsal Paneller İçin Hausman Sınaması

Elhorst, mekânsal panel veriler için sabit etkiler ve rassal etkiler arasında tercih yaparken dikkat edilmesi gerekenleri açıklamıştır. Her ne kadar ikisi arasında tercih yapmak için birtakım istatistikler kullanılabilse de, bazı durumlarda rassal etki modeli tutarsız olabilmektedir (Elhorst J. P., 2014: 54).

Sabit etkiler modelindeki serbestlik derecesi kaybı ve yorumlama aşamasında birimler arası farklılığın dikkate alınması gerekliliği gibi

sıkıntılarından dolayı araştırmacılar genelde rassal etkiler modelini tercih ederler. Fakat rassal etkiler modelinin kullanılabilmesi birtakım koşullara bağlıdır. Yatay-kesiti oluşturan birimlerin sayısı sonsuza gidebilmeli, bu birimler tahmin edilmek istenen kitlenin tamamını oluşturmamalı ve elbette rassal etki c_i ile açıklayıcı değişkenler arasında ilinti olmamalıdır.

Eğer yatay kesitler tahmin edilmek istenen kitlenin tamamını oluşturuyorsa, örnek rastgele çekilmemiş olur ve rassal etkiler yerine sabit etkiler kullanılmalıdır. Örneğin bir ülkedeki illerin tamamı veya bir kıtadaki ülkelerin tamamı mekânsal panel veri çözümlenmesi için kullanılmışsa, bu durumda rassal etkiler tutarlılığını yitirmektedir (Elhorst J. P., 2014: 55).

Özellikle de ilgilenilen yatay-kesitlerin tamamı, ayrılmaz bir bütünü oluşturacak şekilde birbirine yapışık, bu durumdaki mekânsal komşulukları incelemek adına kurulacak olan mekânsal panel veri modeli sabit etkiler olmalıdır. Çünkü örnek rastgele seçilmemiş olur ve bu yüzden mekânsal rassal etkiler tutarlı tahmin edilemez (Elhorst J. P., 2014: 56)

Rassal etki c_i ile açıklayıcı değişkenler arasındaki korelasyonun sıfır olduğu varsayımıyla, Hausman test istatistiği aşağıdaki gibi olur:

$$H = \hat{q}'V(\hat{q})^{-1}\hat{q} \quad (3.65)$$

$$\hat{q} = \hat{\beta}_{SE} - \hat{\beta}_{RE}$$

$$V(\hat{q}) = V(\hat{\beta}_{RE})(X^{\bullet T} X^{\bullet})^{-1} - V(\hat{\beta}_{SE})(X^{*T} X^*)^{-1}$$

Hausman istatistiği, K açıklayıcı değişkenlerin sayısı olmak üzere, asimptotik olarak χ_K^2 dağılımına uyar. Sıfır hipotezi reddedilirse, rassal etkiler modeli reddedilmiş olur.

Uygulama

Bu uygulamanın amacı, 1997-2016 yılları arasında Avrupa ülkelerinde işgücüne katılım oranı ile hükümet harcamalarının kişi başı Gayri Safi Yurt İçi Hasıla büyümesi üzerindeki etkilerini mekânsal bağımlılıkları da dikkate alarak belirlemektir.

Bazı değişkenlerin ilgilenilen dönemin tamamına ait verisi bulunmaması nedeniyle tüm Avrupa ülkeleri modele katılmamıştır. Mekânsal etkileri ortaya koyabilmek için sınır komşuluğu durumunda komşusu belirtilemeyecek olan ada ülkeleri analiz dışında tutulmuştur. Avrupa'nın yaklaşık %70 ini kapsayacak şekilde, Kuzey, Güney, Doğu ve Batı Avrupa'dan çekilecek örneklem sayısı küme örnekleme metoduyla belirlenerek analize katılacak ülke sayıları bölge bölge belirlenmiştir. Daha sonra sistematik örnekleme metoduyla ülkeler seçilmiştir. Seçilen ülkeler Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Uygulama İçin Seçilen Ülkeler

<i>Kuzey Avrupa</i>	<i>Güney Avrupa</i>	<i>Doğu Avrupa</i>	<i>Batı Avrupa</i>
Estonya	Hırvatistan	Bulgaristan	Belçika
Finlandiya	Yunanistan	Çek Cumhuriyeti	Fransa
Letonya	İtalya	Macaristan	Almanya
Norveç	Slovenya	Romanya	İsviçre
İsveç	İspanya	Rusya	
		Slovakya	
		Ukrayna	

21 ülke için sınır komşuluğuna göre oluşturulan, birbirine sınırı olanların 1 diğçerlerinin sıfır değçerini aldığı 21×21 boyutundaki mekânsal ağırlık matrisi ve bu matrise ilişkin bilgiler Ek bölümündeki tablolarda verilmiştir (Tablo 18-21).

4.1. LİTERATÜR

Avrupa ülkeleri üzerine yapılan çalışmalar arasında mekânsal otokorelasyonu dikkate alan çalışmalar mevcuttur. Örneğın Niebuhr (2003), Avrupa'da bölgesel işğücü belirleyicilerini 1986-2000 dönemi için mekânsal ekonometrik yöntemlerle incelediğı çalışmada bölgesel işğücü pazarları arasında önemli ölçüde bir mekânsal bağımlılığın olduğı sonucuna varmıştır. Buna göre yüksek işsizlik oranına sahip bölgeler kendi içinde kümelenme eğilimindeyken düşük işsizlik oranı gösteren bölgeler de kendi içinde kümelenme eğilimindedir. Bivand ve Brunstad (2006), Batı Avrupa'daki tarımsal teşviklerin bölgesel büyüme üzerindeki etkilerini 1989-1999 dönemi için mekânsal ekonometrik yöntemlerle incelemişler ve kurulan modeller arasında mekânsal gecikme modelinin en iyi model olduğı sonucuna varmışlardır. Ertur ve diğçerleri (2007), neo-klasik büyüme modellerine ilişkin yatay-kesit veri çalışmalarında sıklıkla karşılaşılan homojen olmama durumundan dolayı mekânsal ekonometrik yaklaşım ile 1980-1985 dönemi için 138 Avrupa bölgesini inceleyen bir uygulama yaparak ekonomik büyüme modeli kurmuşlardır. Basile (2008), 1988-2000 dönemi için 155 Avrupa bölgesinin ekonomik büyüme davranışını neo-klasiklerin önerdiği doğrusal olmayan büyüme modellerini mekânsal olarak analiz etmeye yarayan yarı-parametrik mekânsal Durbin model ile analiz etmiştir. Sonuçta kişi başı gelir ve insan sermayesinin doğrusal olmayan etkileri tespit edilirken, her bölgenin komşuları ile etkileşimini gösteren bir modele ulaşılmıştır. Cuaresma ve Feldkircher (2013), 255 Avrupa bölgesi için gelir yakınsama hipotezini kişi başı gelir büyümesi ve 50 potansiyel açıklayıcı değışken ile mekânsal filtreleme teknikleri kullanarak analiz etmişlerdir. Açıklayıcı değışkenlere ve mekânsal terimlere ait belirsizlikler dikkate alındığında, beşeri sermaye yatırımları ve gelir yakınsamasına ait geçiş dinamikleri Avrupa'da bölgesel ekonomik büyümenin belirleyicileri bulunmuştur.

Kamu harcamaları ile ekonomik büyüme arasında ilişkiyi inceleyen çalışmalara gelince, iki değışken arasında negatif ve pozitif yönlü ilişki bulan çalışmalar mevcuttur. Bazı çalışmalar ise sadece ikili arasındaki kısa ve uzun dönemli ilişkileri veya nedenselliğı incelemiştir. Örneğın: Kolluri ve diğçerleri (2000), Wagner'in ekonomik büyüme sonucunda kamu harcamalarının ekonomik büyümeden daha fazla arttuğına dair yasanın geçerliliğini 1960-1992 dönemi için G7 ülkelerinde analiz etmişlerdir. Ulusal gelir ile

hükümet harcamaları arasında kısa ve uzun dönemli ilişki tespit edilmiştir. Loizides ve Vamvoukas (2005), Yunanistan, Birleşik Krallık ve İrlanda için hükümet harcamaları ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi üç değişkenli nedensellik testi ile analiz etmişlerdir. Kurdukları modele işsizlik ve enflasyon değişkenlerini de eklemişler ve neticede İrlanda ve Birleşik Krallık'ta kısa ve uzun dönemde hükümet harcamalarının büyüklüğü ekonomik büyümenin Granger nedeni bulunurken, Yunanistan'da ekonomik büyüme hükümet harcamalarının nedeni çıkmıştır. Ayrıca enflasyon serisi dâhil edildiğinde Birleşik Krallık'ta da ekonomik büyüme hükümet harcamalarının Granger nedenidir. Arpaia ve Turrini (2007), Avrupa ülkelerinde hükümet harcamaları ile potansiyel üretim arasındaki kısa ve uzun dönem ilişkileri analiz etmişlerdir. 1970-2003 dönemine ait 15 Avrupa ülkesinin verileriyle yaptıkları panel birim kök ve panel eş-bütünleşme analizleri sonucunda kamu harcamaları ile potansiyel üretim arasında uzun dönemli bir ilişki tespit etmişlerdir. Uzun dönem hükümet harcamaları ile ekonomik büyüme arasındaki esneklik zaman içerisinde ve ülkeden ülkeye değişmektedir ve gelişmekte olan ülkelerde, yaşlı nüfusa sahip ülkelerde, dış borcu yüksek ülkelerde ve hükümet harcamalarının kontrolünü sağlayacak kanunların yetersiz olduğu ülkelerde nispeten daha azdır. Hassan ve diğerleri ise (2011), panel veri analizi ile finansal gelişme ile ekonomik büyümeyi incelemişlerdir. Varyans ayrıştırma metoduyla her birinin katkısını bulabilmek adına yıllık kişi başı GSYİH büyümesini coğrafi bölgelere göre ve gelir düzeyine göre sınıflamışlar ve analize bu şekilde dâhil etmişlerdir. Gelişmekte olan ülkelerde finansal gelişmişlik ile ekonomik büyümenin ilişkisi pozitif yönlüdür. Çoğu bölgede iki değişken arasındaki nedensellik iki yönlüdür. Hükümet harcamaları da ekonomik büyümenin açıklanmasında önemli role sahiptir. Hassan ve diğerlerine göre sürdürülebilir ekonomik büyüme için iyi çalışan bir finansal sistem gereklidir ancak yeterli değildir.

Landau (1985), 1952-1976 döneminde gelişmiş ülkelerde ekonomik büyüme ile hükümet harcamaları arasındaki ilişkiyi araştırdığı çalışmasında kamu tüketim ve yatırım harcamalarının ekonomik büyümeyi yavaşlattığı sonucuna varmıştır. Landau (1986), diğer bir çalışmasında gelişmekte olan ülkelerin 1960-1980 dönemine ait verisiyle yine ekonomik büyüme ile hükümet harcamaları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Çalışmada hükümet harcamaları beş ayrı kalemden incelenmiştir. Elde ettiği bulgulara göre eğitim ve askeri harcamalar haricindeki kamu nihai harcamaları ekonomik büyümeyi önemli ölçüde azaltmaktadır. Eğitim harcamaları ise ekonomik büyüme üzerinde çok bir etkiye sahip değildir. Hükümetin yatırım harcamaları ekonomik büyüme üzerinde çok düşük bir pozitif etkiye sahiptir. Kamu yatırımlarının özel sektörü dışladığı ve vergi yoluyla ya da borçlanarak

finanse edildiği düşünülürse, bu küçük pozitif etki de önemsiz kalacaktır. Fölster ve Henrekson (2001), 1970-1995 dönemine ait verilerle zengin ülkeler üzerinde yürüttükleri panel veri analizinde kamu harcamalarının ekonomik büyüme üzerindeki etkisini araştırmışlardır. İktisadi teoriye dayanarak yaptıkları analizde zengin ülkeler için büyük kamu sektörü ile ekonomik büyüme arasında negatif yönlü bir ilişki bulmuşlardır. Afonso ve Furceri (2010), OECD ve Avrupa ülkelerinde kamu gelirleri ve giderlerine ait volatilitenin ekonomik büyüme üzerindeki etkilerini inceledikleri çalışmada kamu gelirlerinin de kamu giderlerinin de ekonomik büyümeyi olumsuz etkilediği kanısına varmışlardır. Dolaylı vergiler, sosyal yardımlar, hükümet harcamaları, sübvansiyonlar, hükümet yatırımları ekonomik büyüme üzerinde oldukça büyük, istatistiksel olarak anlamlı ve negatif bir etkiye sahiptir.

Uzay (2002), kamu büyüklüğünün ekonomik büyüme üzerindeki etkilerini incelediği çalışmada Türkiye'nin 1970-1999 dönemine ait verileri kullanmıştır. Neticede temel kamu harcamaları ekonomik büyümeyi pozitif yönde etkilemekte, diğer kamu harcamaları ise bu pozitif etkiyi azaltmaktadır. Kamu harcamalarındaki artış ekonomik büyümeyi pozitif etkilese de kamu kesiminin ekonomideki büyüklüğü ekonomik büyümeyi olumsuz etkilemektedir. Devarajan ve diğerleri (1996), 43 gelişmekte olan ülkenin 20 yıllık verisi ile kamu harcamaları ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi incelemişler, kamu nihai harcamalarının ekonomik büyüme üzerinde istatistiksel olarak anlamlı ve pozitif yönlü bir etkisi olduğunu, buna karşılık kamu yatırım harcamalarının ekonomik büyüme üzerindeki etkisinin negatif olduğu sonucuna varmışlardır. Dolayısıyla gelişmekte olan ülkelerin, cari harcamaları artırmak için sermaye harcamalarına yatırım yapmalarının yanlış olacağını savunmuşlardır. Romero-Avila ve Strauch (2008), 15 Avrupa ülkesine ait 40 yıllık verileri kullanarak Avrupa'da kamu harcamaları ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi uzun dönem için araştırdıkları çalışmada Devarajan'ın bulunduğu sonucun tam tersini bulmuştur. Kurulan gecikmesi dağıtılmış model ile kamu yatırım harcamalarının ekonomik büyüme üzerinde olumlu etkisi tespit edilirken kamu harcamalarının toplam tutarının ya da gelir içindeki payının ve dolaysız vergilerin kişi başı GSYİH büyümesi üzerinde negatif etkisi tespit edilmiştir. Barro (1990) ise, vergiler tarafından finanse edilen hükümet harcamalarını incelediği çalışmada üretken olmayan hükümet harcamalarının ekonomik büyüme ve tasarruf oranlarını düşürdüğünü tespit etmiştir. Üretkenliği artıran hükümet harcamalarında ise bir süre sonra düşse de başlangıçta ekonomik büyüme ve tasarruf artmaktadır.

4.2. VERİ

Tablo 1'deki 21 ülkenin 1997-2016 dönemine ait yıllık veriler ile KBG (Yıllık Kişi Başı Gayri Safi Yurt İçi Hasıla Büyümesi), HUK (Hükümetlerin Yıllık Genel Nihai Tüketim Harcamaları Büyümesi) ve İKO (İşgücüne Katılım Oranı) serileri analiz edilmiştir. Veriler Dünya Bankası resmi sitesinden alınmıştır (The World Bank, 2018).

KBG, GSYİH sabit fiyatlarla reel olarak hesaplandıktan sonra yıl ortası nüfusa bölünerek bulunmuştur. Tüketici fiyatlarıyla ülke içinde üretilen tüm nihai mallara ürün vergileri eklenmiş, sübvansiyonlar çıkarılmıştır. Amortismanlar hesaba katılmamıştır.

Sabit fiyatlarla hesaplanan HUK, çalışan maaşları olmak üzere hükümetlerin yaptığı tüm nihai mal ve hizmet harcamalarını ve ulusal güvenlik için yapılan harcamaların çoğunu kapsamaktadır. (Hükümetlerin askeri harcamaları dahil değildir.)

İKO, çalışanların çalışabilecek yaşta olan 15 yaş ve üzeri ülke nüfusuna oranını vermektedir. Mal veya hizmet üretme amacıyla ücret veya kâr karşılığında bir aktiviteye bağlananlar çalışan sayılırlar. Saatlik çalışanlar veya geçici bir süreliğine işsiz kalanlar işsiz sayılmazlar.

Ekonometrik analizlere ilk olarak durağanlık analizleri ile başlanmıştır. Bu analizler sonucunda KBG ve HUK serileri büyüme serileri olduğundan durağan çıkmışlardır. Fakat İKO serisi İnci devresel farkında durağandır. Dolayısıyla sahte regresyonlarla karşılaşılmasını adına fark serisi oluşturulmuş ve çalışmaya bu şekilde devam edilmiştir (Orijinal seri 1996-2016 dönemine aitken, fark serisiyle çalışıldığından 1997-2016 şekline dönüşmüştür).

Serilerin tanımlayıcı istatistikleri Tablo 2'de, fark alma sonrasında durağanlık analizlerine ilişkin sonuçlar Tablo 3'te verilmiştir. Durağanlık analizleri Dickey Fuller, genişletilmiş Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller) ve genişletilmiş Phillips Perron (Augmented Phillips Perron) testleriyle yapılmıştır.

Tablo 2. Serilere Ait Tanımlayıcı İstatistikler

	KBG	HUK	IKO
Ortalama	2.308843	1.520863	0.056707
Ortanca	2.139242	1.523091	0.163000
En Büyük Değer	13.08145	18.27633	3.609001
En Küçük Değer	-14.55986	-10.66210	-7.163002
Standart Sapma	3.873784	3.173446	1.158083
Eğiklik	-0.569227	0.403162	-1.272157
Basıklık	5.360427	8.437245	9.392591
Jarque-Bera İst.	120.1846	528.7414	828.4282
Toplam	969.7139	638.7623	23.81701
Ortalamadan Ayrılış Kareler Toplamı	6287.599	4219.649	561.9443
Gözlem	420	420	420

Tablo 3. Serilerin Durağanlık Analizleri

	Testi İstatistiği	P-değeri
Dickey Fuller Testi (Gecikme=0)	-7.8782	0.0000
Dickey Fuller Testi (Gecikme=0, Trendli)	-5.5652	0.0000
ADF Testi (Gecikme=1)	-6.5924	0.0000
ADF Testi (Gecikme=1, Trendli)	-5.6229	0.0000
APP Testi (Gecikme=1)	-8.0157	0.0000
APP Testi (Gecikme=1, Trendli)	-5.7884	0.0000

4.3. BULGULAR

Bu bölümde veriler öncelikle mekânsal etki dikkate alınmadan incelenmiştir. Havuzlanmış panel veri, havuzlanmış sabit etkiler, havuzlanmış rassal etkiler modelleri incelendikten sonra, hangi modelin etkin olduğuna bakılmıştır. Mekânsal etkinin de modellere dahil olduğu kısımda ise mekânsal gecikme, mekânsal Durbin ve mekânsal hata modelleri incelenmiş, ardından üstün olan modeli belirlemek için testler yapılmıştır. Analizlerde GEODA, E-VIEWS ve STATA paket programları kullanılmıştır.

4.3.1. Panel Veri Çözümlemeleri

Hükümet harcamaları ve işgücüne katılım oranı bağımsız değişkenlerinin kişi başı GSYİH büyümesi bağımlı değişkenini açıklamaya çalıştığı ekonometrik modeller kurulmuştur. İlk olarak mekânsal etkilerden uzak, panel veri analizi yapılmıştır. Havuzlanmış panel veri, sabit etkiler ve rassal etkiler modelleri incelenmiştir.

Havuzlanmış panel veri analizinde, hükümet harcamaları ve işgücüne katılım oranı değişkenlerinin katsayıları iktisadi beklentilere uygun olarak

istatistiksel olarak anlamlı (%1 anlamlılık düzeyinde) ve pozitif bulunmuştur. Model genel olarak da anlamlıdır. Havuzlanmış panel regresyon modeli sonuçları aşağıdaki gibidir:

Tablo 4. Havuzlanmış Panel Veri Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken: KBG	Katsayı	Standart Hata	t	P> t	%95 güven aralığı	
HUK	0.145788	0.054094	2.70	0.007	0.03946	0.252119
İKO	1.55466	0.148232	10.49	0.000	1.26329	1.846034
Sabit	1.998958	0.180952	11.05	0.000	1.64327	2.35465
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-1099.28	
F(2,417)		75.57	Kök Ortalama Hata Kare		3.3267	
Olasılık		0.0000	Akaike Bilgi Kriteri		2204.563	
R kare		0.27	Schwarz Bilgi Kriteri		2216.684	
Düzeltilmiş R ²		0.26				

4.3.1.1. Sabit Etkili Panel Veri Çözümlemesi

Mekânsal etkilerin dâhil edilmediği sabit etkili panel veri çözümlemesi sonuçları Tablo 5'tedir:

Tablo 5. Sabit Etkili Panel Veri Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken: KBG	Katsayı	Standart Hata	t	P> t	
HUK	0.135463	0.052027	2.603690	0.0096	
İKO	1.612157	0.141932	11.35864	0.0000	
Sabit	2.011401	0.170649	11.78680	0.0000	
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-1062.190
F(2,417)		11.29022	Hata Kareler Toplamı		3867.734
Olasılık		0.0000	Akaike Bilgi Kriteri		5.167570
R kare		0.384863	Schwarz Bilgi Kriteri		5.388822
Düzeltilmiş R ²		0.350775			

Sabit etkili panel veri modeline bakıldığında havuzlanmış panel modele göre açıklayıcılık gücünün daha yüksek olduğu görülmektedir. Hükümet harcamaları ve işgücüne katılım oranı gibi değişkenler ve bütünüyle model %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

4.3.1.2. Rassal Etkili Panel Veri Çözümlemesi

Mekânsal etkilerin dâhil edilmediği rassal etkili panel veri çözümlemesi Tablo 6'da verilmiştir. Rassal etkili panel veri modelinde de hükümet harcamaları ve işgücüne katılım oranı değişkenleri istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Model geneli itibarıyla de anlamlıdır. Rassal etkiler modelinin etkinliğinin testi Hausman sınaması ile aşağıdaki şekilde yapılır:

H_0 : Spesifikasyon hatası yoktur, rassal etkiler modeli etkindir.

H_1 : Spesifikasyon hatası vardır, rassal etkiler modeli etkin değildir.

$H = 1.145758$ $P(\chi^2_{tablo} > \chi^2_{hesaplanan}) = 0.5639$ bulunduğundan sıfır hipotezi reddedilemez.

Tablo 6. Rassal Etkili Panel Veri Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	t	P> t
HUK	0.138100	0.051701	2.671158	0.0079
İKO	1.597399	0.141204	11.31269	0.0000
Sabit	2.008227	0.314528	6.384899	0.0000
Gözlem Sayısı		420	R kare	0.291776
F(2,417)		85.89851	Düzeltilmiş R ²	0.288380
Olasılık		0.0000	Hata Kareler Toplamı	4615.880

Sabit etkiler modelinde de, rassal etkiler modelinde de tüm değişken katsayıları ve modellerin geneli %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Sabit etkiler modelinin log-olabilirlik değeri daha yüksektir. Ancak Hausman sınaması sonucuna göre rassal etkiler modeli etkindir. Katsayı tahminine göre, işgücüne katılım oranındaki artış kişi başı GSYİH büyümesini artırmaktadır. Hükümet harcamalarındaki 1 birimlik bir artış kişi başı GSYİH büyümesini 0.1381 puan artırmaktadır.

4.3.2. Mekansal Panel Veri Çözümlemeleri

Mekânsal otokorelasyon varsa bu otokorelasyonu bünyesinde barındıran modeller uygulanmalıdır. Mekânsal otokorelasyonun varlığı Moran I ve Geary istatistikleri ile belirlenebilir. İki istatistik için de sıfır hipotezi ve alternatif hipotez aşağıdaki gibi olur:

H_0 : Mekansal otokorelasyon yoktur.

H_1 : Mekansal otokorelasyon vardır.

Verilen hipotezin test edildiği küresel Moran I ve Geary istatistikleri aşağıdaki gibidir:

Tablo 7. Moran I ve Geary İstatistikleri

	Test İstatistiği	P-değeri
Küresel Moran MI	0.5651	0.0000
Küresel Geary GC	0.4581	0.0000

P değerlerinden anlaşılacağı üzere doğru olan bir sıfır hipotezini yanlışlıkla reddetme olasılığı 0.01'den küçüktür. Dolayısıyla sıfır hipotezi reddedilir, mekânsal otokorelasyon vardır.

Mekânsal otokorelasyonun varlığı öncelikle Moran I ve Geary istatistikleriyle test edilmiştir. Buna göre ilgilenilen modelde mekânsal otokorelasyon vardır. Ardından sırasıyla mekânsal gecikme, mekânsal Durbin, mekânsal hata ve genel mekânsal model hem rassal hem sabit etkiler modelleriyle incelenmiştir. Her mekânsal model için rassal etkiler modelinin etkinliği Hausman sınamasıyla test edilmiştir.

4.3.2.1. Sabit ve Rassal Etkili Mekânsal Gecikme ve Mekânsal Durbin Model Çözümlenmeleri

Rassal etkili mekânsal gecikme modeli sonuçları aşağıdaki gibidir:

Tablo 8. Rassal Etkili Mekânsal Gecikme Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken: KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P > z	%95 güven aralığı	
HUK	0.1358489	0.0379425	3.58	0.000	0.061483	0.210215
İKO	0.977372	0.1092635	8.95	0.000	0.76322	1.191525
Sabit	0.7092762	0.2372696	2.99	0.003	0.244236	1.174316
$\hat{\rho}$	0.5779637	0.0324867	17.79	0.000	0.514291	0.641636
$\hat{\sigma}_e^2$	0.0435191	0.3239544	0.13	0.893	-0.59142	0.678458
$\hat{\sigma}^2$	5.24143	0.3837194	13.66	0.000	4.489354	5.993506
Gözlem Sayısı	420		Log-olabilirlik		-987.2768	
Grup içi R^2	0.3731		Akaike Bilgi Kriteri		1986.554	
Gruplararası R^2	0.0277		Schwarz Bilgi Kriteri		2010.795	
Genel R^2	0.3304					

Rassal etkili mekânsal gecikme modeli tahmin sonuçları Tablo 8’de verilmiştir. Tablo 8’e göre, mekânsal otokorelasyonu gösteren ρ , %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Hükümet harcamaları ve işgücüne katılım oranı değişkenleri de %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Modelin log-olabilirliği -987.2768’dir.

Sabit etkili mekânsal gecikme modeli sonuçları Tablo 9’daki gibidir:

Tablo 9. Sabit Etkili Mekânsal Gecikme Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P> z	%95 güven aralığı	
HUK	0.130881	0.037204	3.52	0.000	0.057962	0.2037998
İKO	0.984426	0.107427	9.16	0.000	0.7738732	1.194979
$\hat{\rho}$	0.577113	0.032374	17.83	0.000	0.5136616	0.6405633
$\hat{\sigma}^2$	4.981577	0.356069	13.99	0.000	4.283692	5.679461
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-962.3916	
Grup içi R^2		0.3739	Akaike Bilgi Kriteri		1932.783	
Gruplararası R^2		0.0274	Schwarz Bilgi Kriteri		1948.944	
Genel R^2		0.3310				

Tablo 9’da gösterilen sabit etkili mekânsal gecikme modelinde de mekânsal otokorelasyon katsayısı ile hükümet harcamaları ve işgücüne katılım oranı değişkenleri %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Modelin log-olabilirliği -962.3916’dır ve rassal etkili modele göre daha yüksektir. Mekânsal gecikme modelleri içinde sabit etkili ile rassal etkili model arasındaki tercih, Hausman sınaması ile yapılır. Hausman sınaması için hipotezler:

H_0 : Spesifikasyon hatası yoktur, rassal etkiler modeli etkindir.

H_1 : Spesifikasyon hatası vardır, rassal etkiler modeli etkin değildir.

şeklindeki hipotezler altında Hausman Sınaması aşağıdadır:

$H = 1.40$, $P(\chi^2_{tablo} > \chi^2_{hesaplanan}) = 0.7062$ olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Rassal etkiler modeli daha etkindir ve tercih edilmelidir.

Her iki modelde de mekânsal otokorelasyon katsayıları pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Bunun anlamı, Avrupa’da birbirine yakın olan ülkelerin kişi başı GSYİH büyümesi pozitif korelasyona sahiptir. Hükümet harcamalarının yıllık büyümesini gösteren katsayı da

pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Dolayısıyla hükümet harcamaları ekonomik büyümeye katkı sağlamaktadır.

Rassal etkili mekânsal Durbin model sonuçları Tablo 10'da verilmiştir:

Tablo 10. Rassal Etkili Mekânsal Durbin Model Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P> z	%95 güven aralığı	
HUK	0.142094	0.038793	3.66	0.000	0.0660612	0.2181257
İKO	0.963068	0.115779	8.32	0.000	0.7361457	1.189991
Sabit	0.763881	0.244089	3.13	0.002	0.2854757	1.242287
W*HUK	-0.04408	0.054684	-0.81	0.420	-0.151254	0.0631049
W*İKO	0.08179	0.181969	0.45	0.653	-0.274927	0.4383811
$\hat{\rho}$	0.575404	0.035635	16.15	0.000	0.5055614	0.6452469
$\hat{\sigma}_e^2$	0.058133	0.327163	0.18	0.859	-0.583095	0.6993602
$\hat{\sigma}^2$	5.243183	0.385899	13.59	0.000	4.486835	5.999531
Gözlem Sayısı	420	Log-olabilirlik		-986.8886		
Grup içi R^2	0.3783	Akaike Bilgi Kriteri		1989.777		
Gruplararası R^2	0.0318	Schwarz Bilgi Kriteri		2022.099		
Genel R^2	0.3356					

Rassal etkili mekânsal Durbin model sonuçlarına göre, mekânsal ağırlık matrisi ile çarpılmış değişkenler W*HUK ve W*İKO %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Bunun yanında bağımlı değişkenin mekânsal otokorelasyonlu olduğunu gösteren ρ katsayısı %1 anlamlılık düzeyinde anlamlıdır. Modelin log-olabilirliği -986.8886'dır.

Sabit etkili mekânsal Durbin model sonuçları Tablo 11'de verilmiştir:

Tablo 11. Sabit Etkili Mekânsal Durbin Model Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P> z	%95 güven aralığı	
HUK	0.135479	0.038109	3.56	0.000	0.060786	0.210172
İKO	0.968649	0.114035	8.49	0.000	0.7451451	1.192152
W*HUK	-0.03217	0.05356	-0.60	0.548	-0.137149	0.0728003
W*İKO	0.085177	0.179631	0.47	0.635	-0.266892	0.4372468
$\hat{\rho}$	0.573025	0.035633	16.08	0.000	0.5031851	0.6428649
$\hat{\sigma}^2$	4.986961	0.35865	13.91	0.000	4.284031	5.689892
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-962.1276	
Grup içi R^2		0.3783	Akaike Bilgi Kriteri		1936.255	
Gruplararası R^2		0.0303	Schwarz Bilgi Kriteri		1960.497	
Genel R^2		0.3354				

Tablo 11'e göre de mekânsal ağırlık matrisi ile çarpılmış değişkenler W*HUK ve W*İKO %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamsızdır. Mekânsal otokorelasyon katsayısı $\hat{\rho}$ bu modelde de %1 anlamlılık düzeyinde anlamlıdır. Modelin log-olabilirliği -962.1276'dır. Rassal etkili mekânsal Durbin model ile sabit etkili Durbin model arasındaki tercih aşağıdaki sıfır hipotezi için Hausman testi ile yapılabilir:

H_0 : Spesifikasyon hatası yoktur, rassal etkiler modeli etkindir.

H_1 : Spesifikasyon hatası vardır, rassal etkiler modeli etkin değildir.

Mekânsal Durbin model için Hausman sınaması sonucunda

$H = 7.97$ $P(\chi_{tablo}^2 > \chi_{hesaplanan}^2) = 0.1577$ bulunduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Mekânsal Durbin model için de rassal etkiler modeli uygundur.

Mekânsal Durbin Model için yapılan Hausman sınaması rassal etkiler modelinin etkin olduğunu söylemektedir. Bu modelde de bağımsız değişken katsayıları ve bağımlı değişkene ait mekânsal otokorelasyonu gösteren katsayı %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı çıksa da, Durbin modelini diğer modellerden ayıran, mekânsal ağırlık matrisiyle açıklayıcı değişkenlerin çarpılmış hallerinin katsayıları istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Bu yüzden mekânsal Durbin model mekânsal gecikme modeline tercih edilmemelidir. Hem bağımlı değişkenin hem de bağımsız değişken(ler) in mekânsal ağırlık matrisiyle çarpılıp açıklayıcı değişken kısmına eklendiği model olan Durbin modelde, bağımlı değişkenin aynı zamanda bağımsız değişken(ler)i de barındırıyor olması, mekânsal katsayıların istatistiksel olarak

anlamsız çıkmasına yol açabilmektedir. Çünkü bağımsız değişkenler bağımlı değişkeni çok yüksek düzeyde açıklıyorsa, bu durumda mekânsal Durbin modelde çoklu doğrusal bağıntı sorunu olabilir. Dolayısıyla eğer mekânsal ağırlık matrisinin açıklayıcı değişkenlerle çarpılmış halleri modellenecekse, bağımlı değişken gecikmesinin modelin sağ tarafından atılması daha uygun olabilir.

4.3.2.2. Sabit ve Rassal Etkili Mekânsal Hata Çözümlemeleri

Rassal etkili mekânsal hata modeli analiz sonuçları Tablo 12'dedir:

Tablo 12. Rassal Etkili Mekânsal Hata Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P> z	%95 güven aralığı	
HUK	0.142615	0.0383228	3.72	0.000	0.0675037	0.2177263
İKO	0.966642	0.119087	8.12	0.000	0.7332354	1.200048
Sabit	2.045008	0.357797	5.72	0.000	1.343739	2.746277
λ	0.620497	0.034858	17.80	0.000	0.5521756	.6888174
$\hat{\sigma}_e^2$	-2.11684	0.553555	-3.82	0.000	-3.201788	-1.031894
$\hat{\sigma}^2$	5.41226	0.402916	13.43	0.000	4.62256	6.20196
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-998.0610	
Grup içi R^2		0.2967	Akaike Bilgi Kriteri		2008.122	
Gruplararası R^2		0.0361	Schwarz Bilgi Kriteri		2032.363	
Genel R^2		0.2631				

Rassal etkili mekânsal hata modelinde tüm katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Modelin log-olabilirliği -998.061'dir.

Genelleştirilmiş rassal etkili mekânsal hata modeli analiz sonuçları Tablo 13'te verilmiştir:

Tablo 13. Genelleştirilmiş Rassal Etkili Mekânsal Hata Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P> z	%95 güven aralığı	
HUK	0.145949	0.038231	3.82	0.000	0.0710185	0.22088
İKO	0.971487	0.11852	8.20	0.000	0.739193	1.203781
Sabit	2.04008	0.564667	3.61	0.000	0.9333539	3.146807
$\hat{\lambda}_1$	0.626392	0.213996	2.93	0.003	0.2069682	1.045817
$\hat{\lambda}_2$	0.611269	0.035166	17.38	0.000	0.5423453	0.680193
$\hat{\sigma}_\mu^2$	0.821387	0.188153	4.37	0.000	0.4526135	1.190161
$\hat{\sigma}^2$	2.319868	0.086162	26.92	0.000	2.150994	2.488742
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-996.2246	
Grup içi R^2		0.2964	Akaike Bilgi Kriteri		2006.449	
Gruplararası R^2		0.0364	Schwarz Bilgi Kriteri		2034.731	
Genel R^2		0.2628				

Genelleştirilmiş rassal etkili mekânsal hata modelinde de $\hat{\lambda}_1$ ve $\hat{\lambda}_2$ katsayıları dahil tüm katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olduğu görölmektedir. Modelin log-olabilirliği -996.2246'dır ve rassal etkili mekânsal hata modeline göre daha yüksektir.

Sabit etkili mekânsal hata modeli analiz sonuçları Tablo 14'te verilmiştir. Tablo 14'te göröldüğu gibi sabit etkili mekânsal hata modelinde de tüm katsayılar %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Modelin log-olabilirliği -972.1795'tir. Rassal etki ve sabit etki modelleri arasındaki tercih Hausman sınaması ile aşağıdaki şekilde yapılır:

H_0 : Spesifikasyon hatası yoktur, rassal etkiler modeli etkindir.

H_1 : Spesifikasyon hatası vardır, rassal etkiler modeli etkin değildir.

Mekânsal hata modeli için Hausman sınaması sonucunda

$H = 2.98$ $P(\chi_{\text{tablo}}^2 > \chi_{\text{hesaplanan}}^2) = 0.394$ bulunduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Rassal etkili mekânsal hata modeli etkindir.

Tablo 14. Sabit Etkili Mekânsal Hata Modeli Çözümü

Bağımlı Değişken: KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P > z	%95 güven aralığı	
HUK	0.138251	0.037556	3.68	0.000	0.0646439	0.211859
İKO	0.983208	0.116770	8.42	0.000	0.7543428	1.212073
λ	0.610951	0.034371	17.78	0.000	0.5435859	0.6783161
σ^2	5.113196	0.370296	13.81	0.000	4.387429	5.838963
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-972.1795	
Grup içi R^2		0.2977	Akaike Bilgi Kriteri		1952.359	
Gruplararası R^2		0.0354	Schwarz Bilgi Kriteri		1968.52	
Genel R^2		0.2637				

Mekânsal hata modeline ait çözümlenmelerde, diğer değişkenlerin yanında mekânsal hata katsayıları da %1 anlamlılık düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Genelleştirilmiş rassal etkili mekânsal hata modelinde lambdalar anlamlıdır. Mekânsal hata modelinde de rassal etkiler modeli etkindir. Log-olabilirlik değerleri dikkate alındığında mekânsal gecikme ile mekânsal hata arasından mekânsal gecikme modeli tercih edilebilir.

Genelleştirilmiş rassal etkili mekânsal hata modeli log-olabilirlik değeri rassal etkili mekânsal hata modelininkine göre daha yüksek olduğundan bu model tercih edilebilir. Bu modelde mekânsal hata katsayısı dahil olmak üzere tüm katsayılar %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Hükümet harcamalarındaki yıllık 1 birimlik artış kişi başı GSYİH büyümesini 0.146 birim artırmaktadır. Mekânsal hata katsayısı anlamlı ve pozitif olduğuna göre, ya modele dahil edilmeyen değişken ya da değişkenlerin mekânsal etkileşimi söz konusudur, ya da birbirine yakın olan ülkelerde ölçüm hataları korelasyonu yüksektir.

4.3.2.3. Genel Mekânsal Model Çözümlemesi

Hem mekânsal gecikme hem de mekânsal hata barındıran genel mekânsal modeli analiz sonuçları Tablo 15'te verilmiştir:

Tablo 15. Genel Mekânsal Model Çözümü

Bağımlı Değişken:KBG	Katsayı	Standart Hata	z	P> z	%95 güven aralığı	
HUK	0.103173	0.031669	3.26	0.001	0.0411034	0.165242
İKO	0.780963	0.103348	7.56	0.000	0.5784042	0.9835217
$\hat{\rho}$	0.735821	0.037675	19.53	0.000	0.6619805	0.8096618
$\hat{\lambda}$	-0.38186	0.093779	-4.07	0.000	-0.565663	-0.198057
$\hat{\sigma}^2$	4.31462	0.368077	11.72	0.000	3.593202	5.036038
Gözlem Sayısı		420	Log-olabilirlik		-956.6323	
Grup içi R^2		0.3906	Akaike Bilgi Kriteri		1923.265	
Gruplararası R^2		0.0231	Schwarz Bilgi Kriteri		1943.466	
Genel R^2		0.3457				

Mekânsal gecikme ve mekânsal hata modellerindeki mekânsal gecikme ve hatayı gösteren katsayılar istatistiksel olarak anlamlı bulunduğuna göre, hem mekânsal gecikmeyi hem de mekânsal hatayı barındıran genel mekânsal modelin de anlamlı çıkması beklenmekteydi. Tablo 15'e göre genel mekânsal modelde hükümet harcamaları, işgücüne katılım oranı değişkenlerinin yanı sıra bağımlı değişkende ve hata terimlerinde mekânsal otokorelasyonu gösteren $\hat{\rho}$ ve $\hat{\lambda}$ katsayıları da %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca modelin log olabilirliği diğer bütün modellerden büyüktür. Genel mekânsal modele göre hükümet harcamalarındaki 1 birimlik artış kişi başı GSYİH büyümesini 0.1031 birim artırmaktadır.

4.3.3. Lagrange Çarpan Sınamaları

Mekânsal gecikme, mekânsal hata ve genel mekânsal model arasında seçim yapabilmek için, Lagrange Çarpan sınamaları kullanılabilir. Her bir model için LM test istatistiği hesaplanır. Bu hesaplanan istatistikler, her bir model için mekânsal otokorelasyonun varlığını ayrı ayrı test eder. Üçü içerisinde en büyük değeri alan LM istatistiği, hangi modelin en uygun model olduğunu gösterir.

H_0 : Hata terimleri mekânsal otokorelasyonlu değildir.

H_1 : Hata terimleri mekânsal otokorelasyonludur.

Şeklindeki hipotezler altında test istatistikleri aşağıdaki tablodadır:

Tablo 16. Mekânsal Hata Modeli Lagrange Çarpan Sınamaları

	Test İstatistiği	P-değeri
LM Hata(Burridge)	195.198	0.0000
LM Hata(Sağlam)	148.3095	0.0000

Sıfır hipotezini reddederek hata yapmamız durumunda yapacağımız hatanın olasılığını gösteren P değeri 0.01'den küçük çıktığından, gerçekte doğru olan bir sıfır hipotezini yanlışlıkla reddetme olasılığımız düşüktür. Dolayısıyla sıfır hipotezi reddedilir, yani hata terimleri mekânsal otokorelasyonludur.

H_0 : Mekansal gecikmeli bağımlı değişken mekansal otokorelasyonlu değildir.

Şeklindeki sıfır hipotezini test eden istatistikler Tablo 17'de verilmiştir. P değerleri 0.01'den küçük çıktığından, mekânsal gecikmeli bağımlı değişken mekânsal otokorelasyonludur. Ayrıca genel mekânsal model de istatistiksel olarak anlamlıdır ve LM istatistiği diğerlerinden büyüktür.

Tablo 17. Mekânsal Gecikme ve Genel Mekânsal Model Lagrange Çarpan Sınamaları

	Test İstatistiği	P-değeri
LM Gecikme(Anselin)	251.7939	0.0000
LM Gecikme(Sağlam)	204.9054	0.0000
LM Genel Model	400.1034	0.0000

Lagrange Çarpan sınamaları sonucunda mekânsal hata katsayısının dahil olduğu ve olmadığı modeller, mekânsal gecikme katsayısının dahil olduğu ve olmadığı modeller ile genel mekânsal model sınanmıştır. Mekânsal hatalı model mekânsal hatasız modele, mekânsal gecikmeli model mekânsal gecikmenin olmadığı modele ve genel mekânsal model mekânsal etkilerin hiç olmadığı modele tercih edilmiştir. Üçü arasında ise mekansal hata modeli en düşük LM istatistiğine sahipken genel mekânsal model en büyük LM değerine sahiptir. Yani tüm bu kurulan modellerden genel mekânsal modelin tercih edilmesi uygun olacaktır.

Sonuç

Klasik iktisatçılar, devletin temel harcamalar haricinde ekonomiye müdahale etmemesinden yanayken, Keynesyen iktisatçılar 1929'daki büyük buhran ile bu fikri terk etmişler, devletin ekonomi içerisinde yer almasından yana olmuşlardır. Klasik iktisatçılara göre ekonomi durgunluğa girerse müdahale edilmemelidir, çünkü uzun dönemde ekonomi kendini toplayacaktır. Ancak Keynes, uzun dönemde hepimizin ölmüş olacağından ve su pompasını çalıştırmak için ona bir miktar su koyulması gerektiğinden bahseder. Yani devlet yeri geldiğinde gerekli müdahaleleri yapmalıdır. Devlet, ekonomiye para ve maliye politikalarıyla müdahale edebilmektedir. Maliye politikası kalemlerinden biri de kamu harcamalarıdır. Kimi iktisatçılar, kamu harcamalarının politikacıların oy toplama amaçlarına hizmet ettiği için verimsiz harcamalar olduğunu, bu harcamaların ileriki dönemlerde vergi olarak geri döneceğini söylemekteyken, bazı iktisatçılar da ekonomik durgunluk durumunda yapılacak olan kamu harcamalarının ekonomiyi tekrar canlandıracağı görüşündedir.

Bu kitapta, Avrupa'da hükümet harcamalarının kişi başı Gayri Safi Yurt İçi Hâsıla büyümesi üzerindeki etkisini, komşuluk ilişkisi bulunan coğrafi alanların etkileşimlerini de göz önünde bulundurarak göstermek için 1997-2016 dönemine ait verilere mekânsal ekonometrik yöntemler uygulanmıştır. Sonuç olarak, Avrupa'da hükümet harcamaları ile ekonomik büyüme ilişkisi pozitif yönlüdür. Hükümet harcamalarının yıllık büyümesinde meydana gelen artışlar kişi başı GSYİH büyümesini artırmaktadır. Bu sonuç, Barro (1990), Devarajan ve diğerleri (1996), ile Uzay (2002)'ın çalışmalarıyla benzer bir sonuç olsa da Landau (1985), Fölster ve Henrekson (2001) ile Afonso ve Furceri (2010)'nin çalışmalarıyla çelişmektedir. Politikacılar ekonomide genişletici maliye politikası uygulamak istiyorlarsa, hükümet harcamalarını artırmaları etkin bir politika olacaktır. Uygulanacak politikanın öngörülebilmesi için, komşu ülkelerde ekonomik büyümenin ne durumda olduğu veya olacağı da hesaba katılmalıdır. Çünkü birbirine komşu olan ülkeler arası ilişki pozitif yönlü ve anlamlı bulunmuştur.

Kaynakça

- Afonso, A., & Furceri, D. (2010). Government size, composition, volatility and economic growth. *European Journal of Political Economy*, 517-532.
- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Anselin, L., Gallo, J. L., & Jayet, H. (2008). Spatial panel econometrics. L. Matyas, & P. Sevestre içinde, *The Econometrics of Panel Data* (s. 625-657). Berlin: Springer.
- Arbia, G. (2006). *Spatial Econometrics*. Springer.
- Arpaia, A., & Turrini, A. (2007). Government expenditure and economic growth in the EU: Long-run tendencies and short term adjustment.
- Baltagi, B. H. (2005). *Econometric Analysis of Panel Data*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Baltagi, B. H., Egger, P., & Pfaffermayr, M. (2013). A Generalized spatial panel data model with random effects. *Econometric Reviews*, 650-685.
- Baltagi, B. H., Song, S. H., & Koh, W. (2003). Testing panel data regression models with spatial error correlation. *Journal of Econometrics*, 123-150.
- Barro, R. J. (1990). Government spending in a simple model of endogenous growth. *Journal of Political Economy*, 103-125.
- Basile, R. (2008). Regional economic growth in europe: a semiparametric spatial dependence approach. *Papers in Regional Science* 87(4), 527-544.
- Bell, K. P., & Bockstael, N. E. (2000). Applying the generalized-moments estimation approach to spatial problems involving microlevel data. *The Review of Economics and Statistics*, Cilt: 82, Sayı: 1, 72-82.
- Bivand, R., & Brunstad, R. (2006). Regional growth in Western Europe: Detecting spatial misspecification using the R environment. *Papers in Regional Science* 85(2), 277 - 297.
- Blommestein, H. J., & Koper, N. A. (1997). The influence of sample size on the degree of redundancy in spatial lag operators. *Journal of Econometrics* 82, 317 333.

- Bocutoğlu, E. (2011). *Makro İktisat: Teoriler ve Politalar*. Trabzon: Murathan Yayınevi.
- Bodson, P., & Peeters, D. (1975). Estimation of the coefficients of a linear regression in the presence of spatial autocorrelation. An application to a Belgian labour-demand function. *Environment and Planning A*, 455-472.
- Cliff, A. D., & Ord, J. K. (1975). Model building and the analysis of spatial pattern in human geography. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Cilt 37, Sayı 3, 297-348.
- Cliff, A., & Ord, J. (1973). *Spatial Autocorrelation*. London: Pion.
- Cuaresma, J. C., & Feldkircher, M. (2013). Spatial filtering, model uncertainty and the speed of income convergence in Europa. *Journal of Applied Econometrics*, 28, 720-741.
- Das, D., Kelejian, H. H., & Prucha, I. R. (2003). Finite sample properties of estimators of spatial autoregressive models with autoregressive disturbances. *Papers Regional Science* 82, 1-26.
- Devarajan, S., Swaroop, V., & Zou, H.-f. (1996). The composition of public expenditure and economic growth. *Journal of Monetary Economics*, 313-344.
- Elhorst, J. P. (2003). Specification and estimation of spatial panel data models. *International Regional Science Review*, 244-268.
- Elhorst, J. P. (2014). *Spatial Panel Data Models*. Berlin: Springer.
- Ertur, C., Gallo, J. L., & LeSage, J. (2007). Local versus global convergence in Europe: A bayesian spatial econometric approach. *The Review of Regional Studies*, Vol. 37, No. 1, 82 – 108.
- Fischer, M. M., & Wang, J. (2011). *Spatial Data Analysis-Models, Methods and Techniques*. Springer.
- Fölster, S., & Henrekson, M. (2001). Growth effects of government expenditure and taxation in rich countries. *European Economic Review*, 1501-1520.
- Geary, R. C. (1954). The contiguity ratio and statistical mapping. *The Incorporated Statistician*, Cilt 5, Sayı 3, 115-146.
- Haining, R. (2003). *Spatial Data Analysis - Theory and Practice*. Cambridge University Press.
- Hassan, M. K., Sanchezb, B., & Yuc, J.-S. (2011). Financial development and economic growth: new evidence from panel data. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 88-104.
- Hausman, J. A. (1978). Specification tests in econometrics. *Econometrica*, 1251-1271.
- Hsiao, C. (1986, 2014). *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press.
- Kapoor, M., Kelejian, H. H., & Prucha, I. R. (2007). Panel data models with spatially correlated error components. *Journal of Econometrics*, 97-130.

- Kelejian , H. H., & Prucha, I. (1999). A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model. *International Economic Review*, 1999, *Cilt: 40, Sayı: 2*, 509-533.
- Keynes, J. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Palgrave Macmillan.
- Kolluri, B. R., Panik, M. J., & Wahab, M. S. (2000). Government expenditure and economic growth: evidence from G7 countries. *Applied Economics*, 1059-1068.
- Landau, D. (1986). Government and economic growth in the less developed countries: an empirical study for 1960-1980. *Economic Development and Cultural Change*, 33-75.
- Landau, D. L. (1985). Government expenditure and economic growth in the developed countries: 1952-76. *Public Choice*, 459-477.
- Lee, L.-F. (2002). Consistency and efficiency of least squares estimation for mixed regressive, spatial autoregressive models. *Econometric Theory*, *Cilt 18, Sayı: 2*, 252-277.
- LeSage, J. P. (1999). *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*. Ohio: University of Toledo.
- LeSage, J., & Pace, R. K. (2009). *Introduction to Spatial Econometrics*. CRC Press.
- Loizides, J., & Vamvoukas, G. (2005). Government expenditure and economic growth: evidence from trivariate causality testing. *Journal of Applied Economics*, 125-152.
- Matyas, L., & Patrick, S. (2008). *The Econometrics of Panel Data: Fundamentals and Recent Developments in Theory and Practice*. Springer.
- Moran, P. (1948). The interpretation of statistical maps. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, *Cilt 10, Sayı 2*, 243-251.
- Niebuhr, A. (2003). Spatial interaction and regional unemployment in Europe. *European Journal of Spatial Development*, 1-26.
- Pinkse, J., & Slade, M. E. (1998). Contracting in space: An application of spatial statistics to discrete-choice models. *Journal of Econometrics* 85 , 125-154.
- Pinkse, J., & Slade, M. E. (2010). The future of spatial econometrics. *Journal of Regional Science Cilt:50, Sayı:1*, 103-117.
- Romero-Ávila, D., & Strauch, R. (2008). Public finances and long-term growth in Europe: Evidence from a panel data analysis. *European Journal of Political Economy*, 172-191.
- The World Bank*. (2018, 04 27). <http://databank.worldbank.org> adresinden alınmıştır
- Tobler, W. R. (1970). A computer movie simulating urban growth in the detroit region. *Economic Geography*, 46, 234-340.

- Uzay, N. (2002). Kamu büyüklüğü ve ekonomik büyüme üzerindeki etkileri: Türkiye örneği (1970-1999). *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 151-172.
- Wagner, A. (1880). Finanzwissenschaft. *CF Winter*.
- Wooldridge, J. M. (2001). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. The MIT Press.
- Yılmaz, Ö., & Kaya, V. (2005). Kamu harcama çeşitleri ve ekonomik büyüme ilişkisi. *SÜ İİBF Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 257-271.

Ekler

Tablo 18. Uygulamaya Katılan Ülkelerin Analizdeki Sıraları

1. Belçika	8. Almanya	15. Rusya
2. Bulgaristan	9. Yunanistan	16. Slovakya
3. Hırvatistan	10. Macaristan	17. Slovenya
4. Çek Cumhuriyeti	11. İtalya	18. İspanya
5. Estonya	12. Letonya	19. İsveç
6. Finlandiya	13. Norveç	20. İsviçre
7. Fransa	14. Romanya	21. Ukrayna

Tablo 19. Mekânsal Ağırlık Matrisi Elemanları

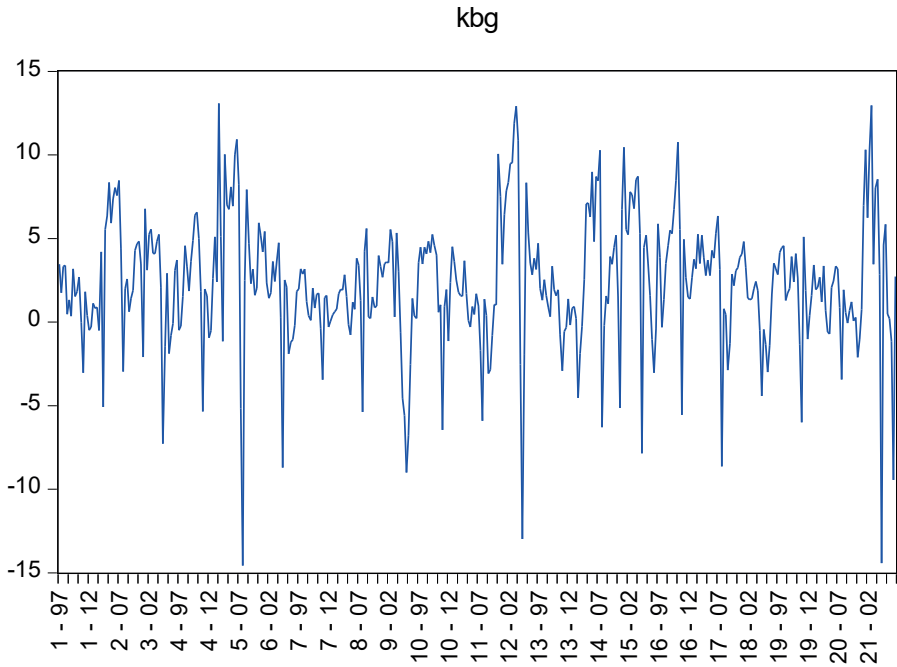
Ülke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
8	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
11	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
12	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
15	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
16	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
17	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0

Tablo 20. Mekânsal Ağırlık Matrisi Özeti

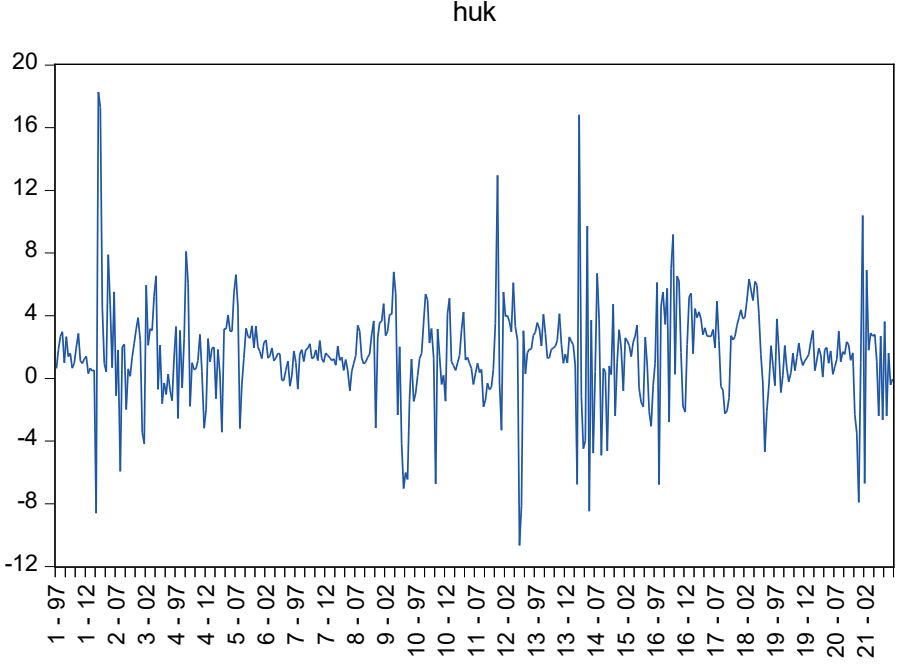
Boyut	21×21
Toplam komşuluk sayısı	62
En az komşuluk sayısı	1
En çok komşuluk sayısı	5
Ortalama komşuluk sayısı	2.95

Tablo 21. Mekânsal Ağırlık Matrisinde Komşuluk İlişkisi Sayıları

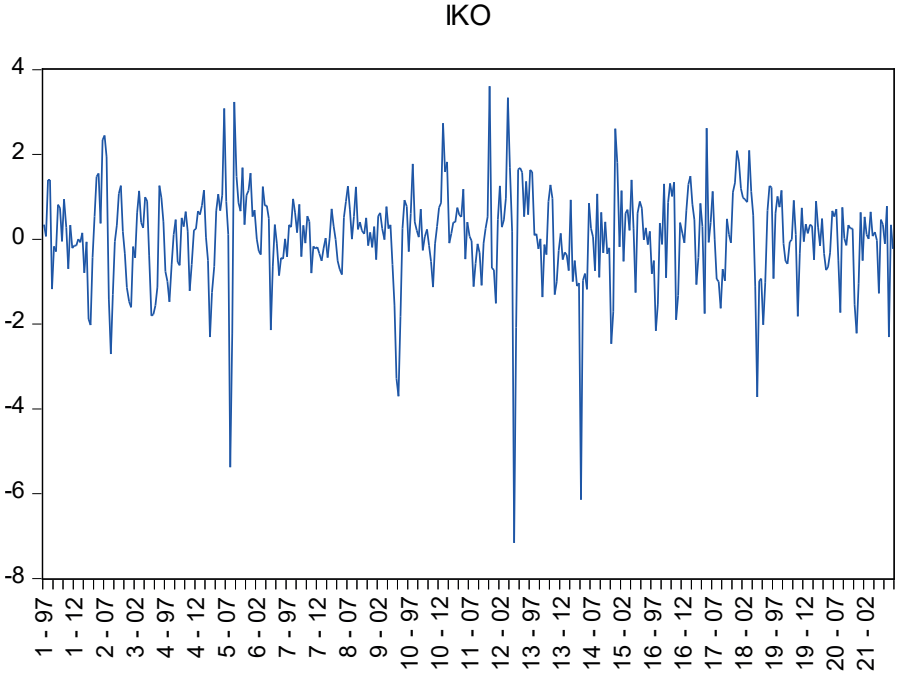
Komşuluk İlişkisi Sayısı	Gözlenen Ülke Sayısı
1	2
2	6
3	7
4	3
5	3
Toplam	21



şekil 4. Kişi Başı GSYİH Büyümesi



Şekil 5. Yıllık Hükümet Harcamaları Büyümesi



Şekil 6. İşgücüne Katılım Oranı

Genişletici Politikalarda Mekansal Etkiler

Sinan Yıldırım

 ÖZGÜR
YAYINLARI

ISBN 978-975-447-653-8

9 789754 476538